

УДК 303.092.3.

**Ю.А. Гасило**, к.т.н., доцент

**К.О. Левчук**, к.е.н., доцент

**Р.Я. Романюк**, к.т.н., доцент

Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТРАСИ ГІДРОТРАНСПОРТУ ЗА ДОПОМОГОЮ ПАРАБОЛІЧНИХ СПЛАЙНІВ

*Наведено алгоритм математичного моделювання траси гідротранспорту, яка має гладкий контур та мінімальні затрати енергії на зіткнення. Для вирішення цієї задачі використовується метод моделювання гладких контурів параболічними сплайнами.*

**Ключові слова:** моделювання, траса гідротранспорту, сплайни, теорія, алгоритм.

*The algorithm of mathematical modeling a route hydrotransport which has a smooth contour and the minimum expenses of energy for collision are resulted. For the solution this problem the method of modeling smooth contours is used by parabolic splines.*

**Keywords:** modeling, hydrotransport route, splines, theory, algorithm.

### Постановка проблеми

Одним із джерел запиленості на робочих місцях є відкрите транспортування сипких матеріалів (піску, цементу та інших пилоподібних матеріалів) за допомогою транспортерів та конвеєрів, а також різних перевантажувальних пристроїв та жолобів.

Узагальнення і аналіз робіт [1, 2], які стосуються досліджень впливу параметрів траси переміщення сипких матеріалів на транспортуючу здатність, показують, що транспортування останніх по жолобам, каналам або транспортерам, незалежно від виду транспорту, що використовується, супроводжується запиленістю повітря, що набагато перевищує вимоги санітарних норм.

Найбільш надійним, простим у виготовленні та не потребує великих витрат є безнапірний гідравлічний вид транспорту для переміщення матеріалів в сухому стані. При виборі оптимальних значень кутів нахилу та контуру жолобу, швидкостей потоку, параметрів траси та інших факторів можливе зниження запиленості на робочих місцях при транспортуванні сипких матеріалів за його допомогою [3].

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Теоретичні та експериментальні дослідження переміщення матеріалів за допомогою безнапірного гідравлічного транспорту розглядалися в багатьох роботах, наприклад, Джолієна і Смарта, Б.Є. Фрідмана, В.С. Мучніка, В.В. Івакіна, В.С. Кнороза, В.В. Трайніса та ін.

М.А. Веліканов та В.М. Маккавеев запропонували гравітаційну та дифузійну теорії руху сипких матеріалів [3].

В теоретичних викладах М.А. Веліканова не враховані деякі показники, що не дозволяють в повній мірі використовувати їх на практиці:

- зміна швидкості потоку в залежності від зміни живого перетину траси;
- зміна коефіцієнта Шезі в залежності від гідравлічного радіусу;
- величина Архімедової сили, що діє на тверді частинки в залежності від швидкості потоку;
- площа контакту рідкої та твердої фази в потоці.

В.М. Маккавеев використовував принцип зважування та переносу твердих часток потоком атмосферного повітря стосовно до квіткового пилку та насіння рослин. Він склав рівняння для розподілу концентрації часток по перетині потоку, до якого входили наступні параметри: насичення потоку твердими частками поблизу дна, глибина потоку, питома вага пульпи, координати точок, що розглядаються, та коефіцієнт турбулентної в'язкості.

Аналіз даної теорії показав, що, якщо для квіткового пилку та насіння, які переносяться повітрям, дифузійна теорія має задовільну збіжність з експериментами, то для умов гідравліч-

ного транспорту, особливо транспортування матеріалів з великими кусками та матеріалів, які мають більшу, ніж вода, щільність, вона не може використовуватися.

Результати найбільш фундаментальних досліджень впливу нахилу жолобу в межах  $0,08 < i < 0,135$  на транспортуючу здатність потоку отримані в роботах С.С. Шавловського, Г.А. Карпова [3], О.І. Купріна [4, 5] та ін.

На основі їх теоретичних розробок побудовано графіки залежності транспортуючої здатності потоку  $Q_T$  від величини нахилу жолобу  $i$  (рис. 1) [6].

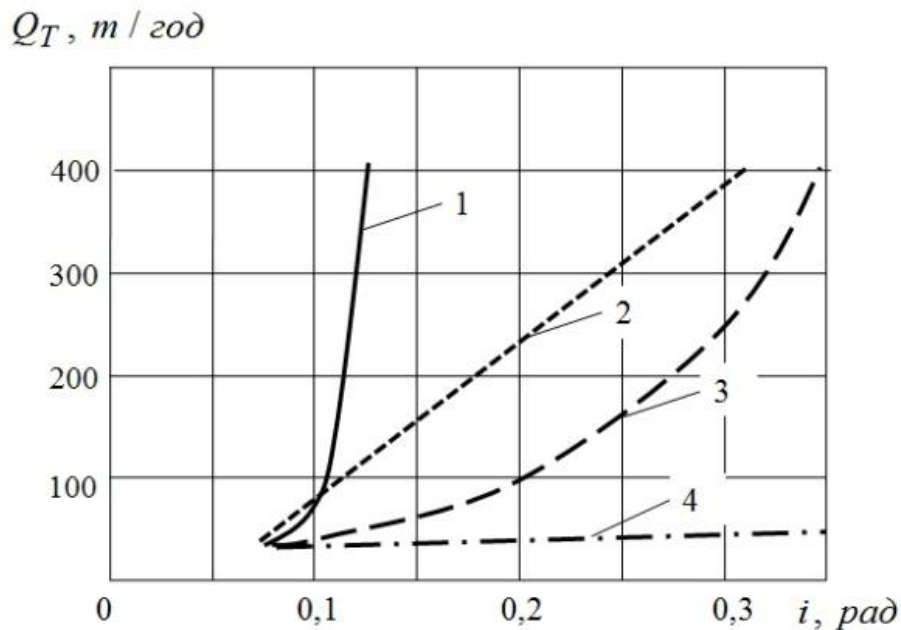


Рис. 1. Графіки залежності транспортуючої здатності потоку  $Q_T$  від величини нахилу жолобу  $i$  (ширина жолобу по низу — 400 мм; витрата води — 230 м<sup>3</sup>/год; питома вага піщаника — 2,55 т/м<sup>3</sup>): 1 — методика С.С. Шавловського [3]; 2 — методика Г.А. Карпова [3] та ін; 3 — методика О.І. Купріна [4]; 4 — методика, приведена в [5]

Отже, як впливає з наведених графіків, результати досліджень вищевказаних авторів мають значний розкид, а застосування їх методик, особливо при великих значеннях нахилу  $i$ , не рекомендується.

Аналіз результатів С.С. Шавловського показує сильно виражену залежність у вигляді кубічної параболі (рис. 1, крива 1) транспортуючої здатності від нахилу жолоба: навіть при незначному приросту параметру  $i$  величина  $Q_T$  різко збільшується, що суперечить дослідом.

Графік залежності  $Q_T$  від  $i$  за даними О.І. Купріна (рис. 1, крива 3) також виражається параболічним законом, однак гілка параболі розташовується більш монотонно. Як показують розрахунки, вплив нахилу жолобу на транспортуючу здатність потоку є незначним. Даний метод придатний для певного інтервалу  $i$  та не може взагалі бути використаним для визначення параметрів гідравлічного транспорту.

Крива, побудована по даним Г.А. Карпова та колективу “Науково-дослідного інституту гідротехніки ім. Б.Є. Веденєєва” (рис. 1, крива 2), займає середнє положення, виражається прямопропорційним законом та аналогічна експериментальному графіку, наведеному в роботі [6]. Запропонована ними методика визначення параметрів безнапірного гідравлічного транспорту може бути використана для транспортування кускового матеріалу за умови, якщо його розміри порівняльні з глибиною потоку і тільки при повному зануренні часток в рідину, тобто при максимальному використанні Архімедової сили.

Останній графік, побудований по методу [5] (рис. 1, крива 4), виражається прямолінійним законом  $Q_T = f(i)$ , не враховує вплив коефіцієнту тертя на транспортуючу здатність потоку,

а, отже, не враховує властивості транспортуючого матеріалу, тому не рекомендується для використання.

Отже, проведений аналіз показує:

- теорія переміщення сипких матеріалів в потоці рідини до теперішнього часу відсутня;
- відомі теорії (гравітаційна та дифузійна) не дозволяють проводити інженерні розрахунки параметрів гідравлічного виду транспорту;
- відомі інженерні методи розрахунку можуть бути використані лише в кожному окремому випадку (певний нахил, форма та матеріал жолобу, швидкість переміщення потоку, розміри сипкого матеріалу та інші) або зовсім не придатні для використання;
- вибір характеристик траси, її контуру, умов транспортування, місць розташування гасителів швидкості та інших параметрів не мають наукового обґрунтування.

#### **Формулювання мети дослідження**

Метою роботи є розробка алгоритму математичного моделювання траси гідротранспорту, яка має гладкий контур та мінімальні затрати енергії на зіткнення.

#### **Виклад основного матеріалу**

Сплайн-функція — універсальний математичний апарат інженерної геометрії. Методи математичного моделювання будь-яких геометричних об'єктів сплайнами широко застосовується в практиці різних галузей техніки. Для обробки інформації на ЕОМ повинна бути сформована математична модель поверхні. Це можливо зробити, якщо складну поверхню розбити на простіші геометричні об'єкти: коловий циліндр або конус, сферу або ділянку площини, яка обмежується відрізками прямих або дугами конічних перерізів.

У порівнянні з іншими математичними конструкціями, які використовуються для опису складних геометричних форм, сплайни мають по меншій мірі три важливі переваги [7]:

- кращі апроксимаційні властивості, що при рівній вихідній інформації дає більшу точність або однакову точність при менш інформативних даних;
- простота реалізації отриманих на їх основі алгоритмів на ЕОМ;
- універсальність, що дозволяє використовувати апроксимуючі конструкції для різних геометричних об'єктів.

Найбільш розповсюдженими в обчислювальних методах є сплайни невисокого ступеню, наприклад, параболічні та кубічні. Процес побудови таких сплайнів значно простіший, ніж процес побудови сплайнів більш високого ступеню. Матриця системи рівнянь, яка визначає параметри сплайна, є трьохдіагональною з домінуючою головною діагоналлю, та при рішенні системи можна використовувати, наприклад, економічний метод прогонки. При достатній гладкості функції та непоганих вузлах сплайни низького ступеню дозволяють наближено відновлювати похідні високих порядків, однак наближення буде гірше, ніж для сплайнів високого ступеню.

У випадку невеликої гладкості функції, що наближується, використання сплайнів високого ступеню не дає переваг в сенсі порядків наближення. Це особливо відноситься до класів функцій та до сплайнів дефекту 1 з фіксованими вузлами, тобто коли вузли заздалегідь задаються, а не обираються в залежності від функції, що наближується [8].

В силу технологічних особливостей траса жолобу гідротранспорту сипких матеріалів не може бути прямолінійною по всій довжині. Лінія жолобу складається з прямолінійних ділянок, які з'єднані плавними кривими.

Крива, яка описує трасу жолобу повинна відповідати заданим умовам [3]:

- вона повинна проходити крізь фіксовані точки;
- на заданих ділянках вона повинна бути прямолінійною;
- вона повинна бути гладкою, тобто похідна від функції, яка описує траєкторію траси, повинна бути безперервною;
- вона повинна бути монотонною, тобто не повинна мати осцилюючих ділянок.

Всі ці вимоги визначені технологічними особливостями певної виробничої ділянки.

Тому, використовуючи всі згадані вище твердження, доцільно в даному випадку застосовувати для моделювання криволінійних ділянок траси параболічні сплайни.

Задаємо профіль траси рівнянням  $Y = f(x)$ . Експериментально доведено, що в місцях найбільшої кривизни траси внаслідок зіткнення твердих часток в наступному жолобі втрачається значна енергія. Для зниження втрат необхідно знайти профіль траси, тобто контур, який має мінімальну кривизну.

Відомо, що кривизна кривої  $Y = f(x)$  має вигляд:

$$K(x) = \frac{|f''(x)|}{\left(1 + (f'(x))^2\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

Оскільки перепад висот, як правило, набагато менший, ніж довжина траси, то похідна  $f'(x)$  є малою у порівнянні з одиницею, тому знаменник даного співвідношення можна вважати рівним одиниці, а під кривизною розуміти величину  $|f''(x)|$ .

Отже, необхідно визначити такий контур  $Y = f(x)$ , який задовольняє вищевикладеним вимогам та має мінімальну величину другої похідної  $\max_x |f''(x)|$ .

В роботах [9, 10] доведено справедливості наступних тверджень.

Серед усіх функцій  $Y = f(x)$ , у яких  $f'(h) = -a$  ( $a \geq 0$ ),  $f(h) = 0$  та  $\max_x |f''(x)| \leq 1$  функція:

$$\varphi(x) = \frac{(x-h)^2}{2} - a(x-h).$$

є такою, що різниця  $|f(0) - f(h)|$  для неї найбільша.

Звідки випливає, що для усіх функцій  $Y = f(x)$ , у яких  $f'(H) = -a$  ( $a \geq 0$ ),  $f(H) = A$  та  $f(H+h) = B$  мінімальну величину  $\max_x |f''(x)|$  має функція:

$$\varphi(x) = -(A - B - ah) \frac{(x-H)^2}{h^2} - a(x-H) + A.$$

Також серед усіх функцій  $Y = f(x)$ , у яких  $f'(0) = -\alpha$  ( $\alpha \geq 0$ ),  $f'(h) = -\beta$  ( $\beta \geq 0$ ),  $f(h) = 0$  та  $\max_x |f''(x)| \geq 1$  функція:

$$\varphi(x) = \frac{1}{2} \left| x - \frac{h}{2} \right| \left( \left| x - \frac{h}{2} \right| + \frac{1}{2}(\alpha - \beta) \left| x - \frac{h}{2} \right| - \frac{1}{2}(\alpha + \beta + h) \left( x - \frac{h}{2} \right) + \frac{h(4\beta + h)}{8} \right)$$

є такою, що різниця  $|f(0) - f(h)|$  для неї найбільша.

Звідки маємо, що для усіх функцій  $Y = -f(x)$ , у яких  $f'(a) = -\alpha$  ( $\alpha \geq 0$ ),  $f'(b) = -\beta$  ( $\beta \geq 0$ ),  $f(a) = A$  та  $f(b) = B$  мінімальну величину  $\max_x |f''(x)|$  має функція:

$$\varphi(x) = \frac{B - A - (\alpha - \beta) \left( \frac{b-a}{2} \right) \left| x - \frac{a+b}{2} \right| \left( \left| x - \frac{a+b}{2} \right| + \frac{A - B - 2\beta \left( \frac{b-a}{2} \right) \left| x - \frac{a+b}{2} \right| - \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \left( x - \frac{a+b}{2} \right) + B + \beta \left( \frac{b-a}{2} \right) \right)}{2 \left( \frac{b-a}{2} \right)^2}$$

Траса гідротранспорту обмежена наступними технологічними умовами (рис. 2): вона проходить крізь точки  $(x_i, y_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, 6$ ) і на ділянках  $(x_2, x_3)$  та  $(x_4, x_5)$  є прямолінійною. Тому, необхідно знайти таку форму траси, щоб удари рухомих мас в місцях сполучення були найменші, тобто провести гладку криву, яка має безперервну похідну  $f'(x)$ , таким чином, щоб  $x \in (x_2, x_3)$  і  $x \in (x_4, x_5)$ :

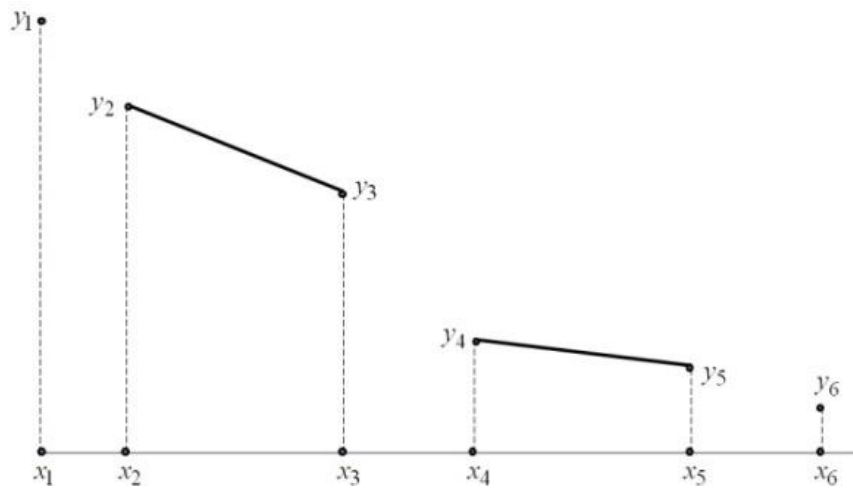


Рис. 2. До розрахунку траси, яка має мінімальні витрати енергії на зіткнення

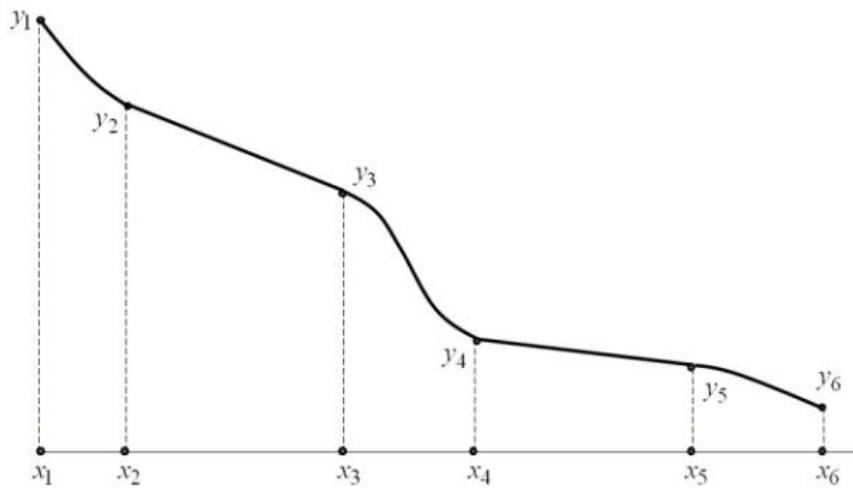


Рис. 3. Гладкий контур поперечного профілю траси

$$f'(x) = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2};$$

$$f'(x) = \frac{y_5 - y_4}{x_5 - x_4}$$

та величина  $\max_x |f''(x)|$  була якомога менше.

Використовуючи наведені вище твердження та висновки з них, отримуємо шуканий профіль жолобу (рис. 3), який можна виразити наступним чином:

$$\varphi(x) = \begin{cases} f_1(x) & (x \in [x_1, x_2]), \\ f_2(x) & (x \in [x_2, x_3]), \\ f_3(x) & (x \in [x_3, x_4]), \\ f_4(x) & (x \in [x_4, x_5]), \\ f_5(x) & (x \in [x_5, x_6]). \end{cases} \quad (1)$$

Функції  $f_i(x)$  в (1) мають наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
f_1(x) &= \left( y_1 - y_2 + \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} (x_2 - x_1) \right) \frac{(x - x_2)^2}{(x_1 - x_2)^2} + \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} (x - x_2) + y_2; \\
f_2(x) &= \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} (x - x_2) + y_2; \\
f_3(x) &= \frac{y_4 - y_5 + \left( \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} + \frac{y_5 - y_4}{x_5 - x_4} \right) \left( \frac{x_4 - x_3}{2} \right)}{2 \left( \frac{x_4 - x_3}{2} \right)^2} \left| x - \frac{x_4 + x_3}{2} \right| \left( x - \frac{x_4 + x_3}{2} \right) + \\
&+ \frac{y_3 - y_4 + 2 \frac{y_5 - y_4}{x_5 - x_4} \left( \frac{x_4 - x_3}{2} \right)}{2 \left( \frac{x_4 - x_3}{2} \right)} \left| x - \frac{x_4 + x_3}{2} \right| + \frac{1}{2} \left( \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} + \frac{y_5 - y_4}{x_5 - x_4} \right) \left( x - \frac{x_4 + x_3}{2} \right) + y_4 - \\
&- \frac{y_5 - y_4}{x_5 - x_4} \left( \frac{x_4 - x_3}{2} \right); \\
f_4(x) &= \frac{y_5 - y_4}{x_5 - x_4} (x - x_4) + y_4; \\
f_5(x) &= \left( y_6 - y_5 - \frac{y_5 - y_4}{x_5 - x_4} (x_6 - x_5) \right) \frac{(x - x_5)^2}{(x_6 - x_5)^2} + \frac{y_5 - y_4}{x_5 - x_4} (x - x_5) + y_5.
\end{aligned}$$

### Висновки

Розроблено алгоритм математичного моделювання траси гідротранспорту, яка має гладкий контур та мінімальні затрати енергії на зіткнення.

Для вирішення цього завдання використовується метод моделювання гладких контурів параболічними сплайнами. Даний метод показує задовільні результати у випадках, коли перепад висот невеликий.

Якщо шукана траса є крутою, то можливі порушення ізогеометричних характеристик параболічних сплайнів, тобто не виконується умова монотонності сплайна.

В цих випадках необхідно використовувати апарати моделювання, які зберігають геометричні характеристики контуру, наприклад, балочні сплайни [11].

### Список використаної літератури

1. Куприн А.И. Гидротранспорт стружки / А.И. Куприн, А.М. Тихонцов. – М.: Машиностроение, 1978. – 80 с.
2. Огурцов А.П. Исследование параметров транспорта сыпучих материалов в открытом потоке жидкости / А.П. Огурцов, Л.М. Мамаев, А.И. Куприн. – К.: ИСИ МО, 1995. – 505 с.
3. Гасило Ю.А. Разработка комплекса мероприятий и средств для создания комфортных условий труда на рабочих местах с повышенным выделением пыли: дис. на соискание уч. степени канд. техн. наук: спец. 05.26.01 “Охрана труда” / Ю.А. Гасило. – Днепропетровск, 1998. – 224 с.
4. Куприн А.И. Зависимость удельной транспортирующей способности от удельной энергии живого сечения потока пульпы / А.И. Куприн // Изв. ВУЗов. Горный журнал. – 1987. – № 8. – С. 57–61.
5. Куприн А.И. Исследование параметров транспортирующего потока пульпы / А.И. Куприн // Изв. ВУЗов Горный журнал. – 1989. – № 3. – С. 24–29.

6. Гасило Ю.А. Аналіз умов можливості застосування безнапірного транспортування для переміщення матеріалів, що утворюють пил / Ю.А. Гасило, Р.Я. Романюк, П.П. Макаренко // Зб. наук. праць Дніпродзержинського державного технічного університету: (технічні науки). – Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2016. – № 1(28). – С. 204–208.
7. Завьялов Ю.С. Сплайны в инженерной геометрии / Ю.С. Завьялов, В.А. Леус, В.А. Скороспелов. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.
8. Стечкин С.Б. Сплайны в вычислительной математике / С.Б. Стечкин, Ю.Н. Субботин. – М.: Наука, 1976. – 248 с.
9. Куприн А.И. Исследование физических и технологических параметров гидротранспортирующего потока / А.И. Куприн, Ю.А. Гасило. – Днепродзержинск, 1991. – 22 с. – Деп. в ГНТБ Украины 23.11.93, № 981.
10. Лигун А.А. Исследование и расчет профилей трасс гравитационного и безнапорного гидротранспорта / А.А. Лигун, А.А. Шумейко, Ю.А. Гасило, А.И. Куприн. – Днепродзержинск, 1993. – 29 с. – Деп. в ГНТБ Украины 23.11.93, № 2165.
11. Гасило Ю.А. К вопросу о построении трасс гидротранспорта с помощью балочных сплайнов / Ю.А. Гасило, А.А. Шумейко, В.В. Сафонов // Системные технологии. Исследование динамики и оптимизация параметров технологических процессов: сб. науч. трудов. – Днепропетровск: Системные технологии. – 1998. – Вып. 2. – С. 13–19.