

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ В ТЕХНОЛОГІЇ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ



DOI: 10.31319/2519-8106.1(46)2022.258355

УДК 621.391

О.В. Рязанцев, к.ф.-м.н., доцент, oryazancev@dstu.dp.ua, ORCID: 0000-0002-7253-5966

М.В. Кулик, к.т.н., доцент, kulik@internic.ua, ORCID: 0000-0002-5375-7168

О.М. С'янов, д.т.н., професор, alexandr.sianov@gmail.com, ORCID: 0000-0003-4120-4926

Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

ІМПУЛЬСНЕ ТРАКТУВАННЯ ЕФЕКТІВ ДОПPLЕРА СТОСОВНО РАДІОЛОКАЦІЇ

У роботі вирішена актуальна наукова задача, яка полягає в розробці математичної моделі розрахунку ефекту Допплера з використанням принципу збереження обсягу імпульсної послідовності в різних системах відліку «об'єкт — радіолокаційна станція». Отримано перетворення Лоренца, як геометричне середнє для наближення та віддалення об'єкта від радіолокаційної станції, а також отримана геометрична інтерпретація взаємозв'язку поперечного та поздовжнього ефекту Допплера. Запропонована методика дозволяє визначати не тільки радіальну, а і повну швидкість руху об'єктів відносно радіолокаційної станції.

Ключові слова: радіолокаційна станція, ефект Допплера, спеціальна теорія відносності, імпульсна послідовність.

The work has solved an urgent scientific problem, which consists in the development of a mathematical model of Doppler effect with use of the principle of preservation of volume of pulse sequence in various reference systems "object — radar station". The Lorentz transformation is obtained as a geometric mean for approaching and moving the object away from the radar station, and a geometric interpretation of the relationship between the transverse and longitudinal Doppler effects is obtained. The proposed method allows to determine not only the radial but also the total speed of objects relative to the radar station.

Key words: radar station, Doppler effect, special theory of relativity, pulse sequence.

Постановка проблеми

Активні радіолокаційні системи (РЛС) дозволяють визначати швидкість руху об'єктів за допомогою ефекту Допплера (ЕД). При цьому зазвичай визначається радіальна компонента швидкості, що збігається за напрямком з радіус-вектором, проведеним від РЛС до об'єкту, а відповідний ЕД називають поздовжнім. Для отримання виразу доплерівського частотного зсуву в разі електромагнітних хвиль зазвичай користуються рівнянням плоскої хвилі і формалізмом спеціальної теорії відносності (СТВ), причому, як і для пружних хвиль, фактором, що викривляє інформацію в каналі зв'язку «РЛС-об'єкт» є відносна швидкість їх руху. Тому актуальною науковою проблемою є одночасне визначення радіальної та тангенціальної компонент луна-сигналу.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Зондувальний сигнал РЛС і, відповідно, луна-сигнал найчастіше мають вигляд коротких радіоімпульсів, тому представляє інтерес розглянути зміну параметрів саме таких сигналів при переходах між системами відліку спостерігача (наприклад, РЛС) і об'єкта. Крім того, як буде показано нижче, такий розгляд дозволяє просто і наочно проявити суть ЕД обох типів — поздовжнього і поперечного не вдаючись до використання СТВ (см. наприклад [1, 2]).

В даному випадку зручно ввести радіус-вектор \vec{R} , проведений від центру координат до джерела випромінювання, тоді вектор швидкості джерела, за визначенням $\vec{v} = d\vec{R}/dt$, і якщо радіус-вектор представити як добуток його модуля на власний орт, тобто $\vec{R} = R \cdot \vec{e}_R$, то отримаємо

$$\vec{v} = \frac{d}{dt} \left(R \cdot \vec{e}_R \right) = \frac{dR}{dt} \cdot \vec{e}_R + R \cdot \frac{d\vec{e}_R}{dt}. \quad (1)$$

Перший доданок визначає швидкість деформації радіус-вектора, а в нашому випадку — зміни відстані між випромінювачем і приймачем. Друге ж містить похідну від орта за часом, а так як орт (одичний вектор) за визначенням не деформується, то його похідна за часом може бути обумовлена тільки обертанням і так як \vec{e}_R збігається за напрямком з радіус-вектором \vec{R} , то другий доданок визначає швидкість зміни орієнтації приймача на випромінювач. Перший доданок зазвичай називають радіальною компонентою швидкості, а другий — кутовою або тангенціальною, тобто $\vec{v} = v_R + v_\tau$, причому $v_\tau \perp v_R$ [3, 4].

Формулювання мети дослідження

Метою даної роботи є отримання виразу доплерівського зсуву частоти за допомогою принципу збереження обсягу імпульсної послідовності в системах відліку (РЛС — об'єкт) для поздовжнього і поперечного ЕД, встановлення взаємозв'язку обох типів ЕД в геометричній інтерпретації.

Виклад основного матеріалу

Розглянемо спочатку поздовжній ЕД, тобто ситуацію, коли вектор швидкості джерела випромінювання (об'єкта) щодо спостерігача (приймач) збігається з прямою, що проходить через об'єкт і приймач. Припустимо, що об'єкт налітає на приймач з деякою швидкістю v_O щодо приймача випромінюючи короткі δ -видні імпульси з частотою проходження f_I в системі відліку (СВ) самого об'єкта. Будемо, також, виходити з того, що швидкість поширення цих імпульсів залежить тільки від виду збурення (пружна, електромагнітна) і відповідних властивостей середовища в якій дане імпульсна збурення поширюється [5, 6]. Оскільки в РЛС використовуються електромагнітні імпульси, то слід врахувати, що $v_O \ll c$, де $c \approx 3 \cdot 10^8$ м/с — швидкість поширення електромагнітного збурення в вакуумі (повітря). Тоді, для деякого моменту часу, що характеризується відстанню R від випромінювача до приймача, утворюється ланцюжок імпульсних збурень, що рухаються один за одним з інтервалом l , як показано на рис. 1.

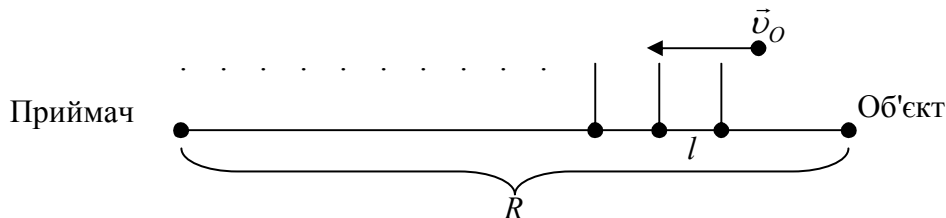


Рис. 1. Ілюстрація до поздовжнього ЕД

Очевидно, що якби об'єкт був нерухомий щодо приймача, то величина інтервалу між імпульсами становила б $l_0 = c \cdot T_O$, де c — швидкість імпульсів, а T_O — період випромінювання імпульсів в СВ об'єкта. Якщо ж об'єкт рухається, то відповідно до припущень цей інтервал скоротиться на величину $\Delta l = v_O \cdot T_O$, так що $l = T_O(c - v_O)$. Саме ця величина буде реєструватися спостерігачем, який має право подати її у вигляді $l = c \cdot T_{ПР}$, де $T_{ПР}$ — період проходження прийнятих імпульсів в СВ спостерігача (РЛС). Визначимо приймальну частоту

$$T_{\text{ПП}} = \frac{l}{c}, \quad f_{\text{ПП}} = \frac{c}{l} = \frac{c}{T_O(c - v_O)}. \quad (2)$$

представимо (2) у вигляді $f_{\text{ПП}} = \frac{c}{T_O} \cdot \frac{c + v_O}{(c - v_O)(c + v_O)}$ і врахуємо, що $\frac{1}{T_O} = f_I$ — частота випромінювання імпульсів в СВ об'єкта.

Тоді отримуємо $f_{\text{ПП}} = f_I \cdot \frac{c \cdot (c + v_O)}{c^2 - v_O^2}$ і нехтуючи v_O^2 в порівнянні з величиною $c^2 (v_O \ll c)$ отримуємо

$$f_{\text{ПП}} = f_I \frac{c^2 + cv_O}{c^2} = f_I \cdot \left(1 + \frac{v_O}{c}\right), \quad (3)$$

де $f_I \cdot \frac{v_O}{c} = f_D$ — доплерівське зрушення частоти для даної ситуації. Очевидно, що якщо описати таким чином ситуацію видалення об'єкта від приймача, то (4) придбало б вигляд

$$f_{\text{ПП}} = f_I \cdot \left(1 - \frac{v_O}{c}\right), \text{ тобто } f_{\text{ПП}} = f_I - f_D.$$

Іншими словами, просторові інтервали для спостерігача (СВ РЛС) в першому випадку стискаються, а приймається частота імпульсів зростає, у другому навпаки — інтервали розтягуються, а фіксується частота зменшується. Тобто спотворення величини випромінюваної об'єктом частоти в каналі зв'язку обумовлено саме рухом об'єкта відносно спостерігача, але дане спотворення використовується в РЛС для визначення швидкості руху об'єкта.

Такі ж результати можна отримати, якщо ввести своєрідний закон збереження кількості імпульсів. Цей закон відображає досить очевидні припущення про те, що кількість імпульсів, випромінюваних об'єктом за певний проміжок часу, дорівнює кількості імпульсів зареєстрованих приймачем за цей же проміжок. Іншими словами, імпульси що випромінюються не можуть накопичуватися або зникати в просторі між випромінювачем і приймачем. Тоді, для деякого моменту часу, ілюстрованим рис. 1. маємо $N_{\text{ПП}} = N_O + N_I$, де N_O — початкова кількість імпульсів на відстані R в даний момент часу, N_I — кількість імпульсів, випромінених об'єктом за час що минув від початкового моменту до моменту зіткнення об'єкта з приймачем. Визначимо тепер детально N_O і N_I .

$$\text{Очевидно, що } N_O = \frac{R}{l}, \text{ де } l = \frac{c - v_O}{f_I}, \text{ як показано раніше, тобто } N_O = \frac{R \cdot f_I}{c - v_O}.$$

Величина $N_I = f_I \cdot t$, де f_I — частота випромінювання імпульсів в СВ об'єкта, а t — час руху об'єкта до приймача $\frac{R}{v_O}$. Таким чином, $N_I = f_I \cdot \frac{R}{v_O}$, тоді $N_{\text{ПП}}$ має дорівнювати величині

$$N_{\text{ПП}} = \frac{R \cdot f_I}{c - v_O} + \frac{R \cdot f_I}{v_O} = R \cdot f_I \cdot \left(\frac{1}{c - v_O} + \frac{1}{v_O}\right).$$

Для нерухомого спостерігача (РЛС) кількість прийнятих імпульсів за цей проміжок часу $N_{\text{ПП}} = f_{\text{ПП}} \cdot t = f_{\text{ПП}} \cdot \frac{R}{v_O}$, тоді закон збереження кількості випромінюваних і прийнятих імпульсів отримає вигляд

$$f_{\text{ПП}} \cdot \frac{R}{v_O} = R \cdot f_I \cdot \left(\frac{1}{c - v_O} + \frac{1}{v_O}\right), \text{ чи } f_{\text{ПП}} = v_O \cdot f_I \cdot \left(\frac{1}{c - v_O} + \frac{1}{v_O}\right). \quad (4)$$

Перетворимо (4) таким чином: $f_{ПР} = f_I \cdot \left(1 + \frac{1}{c - v_O}\right)$, а другий доданок в дужках — $\frac{v_O}{c - v_O} = \frac{v_O(c + v_O)}{c^2 - v_O^2} \approx \frac{v_O(c + v_O)}{c^2} \approx \frac{c \cdot v_O}{c^2} = \frac{v_O}{c}$.

В результаті отримали $f_{ПР} = f_I \cdot \left(1 + \frac{v_O}{c}\right)$, тобто за умови $v_O \ll c$, що завжди задовольняється при функціонуванні РЛС, опис позовжнього ЕД можливий в формі (3) з обліку знаків f_D .

Крім того, оскільки в активних РЛС використовується власне випромінювання, то доплерівське зміщення частоти сигналу подвоюється, тобто маємо величину $2f_I \cdot \frac{v_O}{c}$. В цьому випадку ЕД проявляється двічі — для сигналу падаючого на об'єкт і відбитого від об'єкта.

Принцип збереження кількості випущених об'єктом і прийнятим нерухомим спостерігачем (РЛС) імпульсів виявляється досить універсальним. Причому, якщо розглядати пакет імпульсів з деяким об'ємом N , то величина N повинна зберігатися в рухомій СВ, і в СВ з нерухомою РЛС. У свою чергу, величина N характеризується часом реєстрації і просторовим розміром, які самі по собі не зберігаються при переході з однієї СВ в іншу. Так, наприклад, довжина пакета імпульсів реєстрованого РЛС для об'єкта що наближається $L_{П.ПР.} = N \cdot l = N \cdot \frac{l_O(c - v_O)}{c}$, де l_O — відстань між сусідніми імпульсами в СВ об'єкта. Для об'єкта що віддаляється $L_{П.ВД.} = N \cdot \frac{l_O(c + v_O)}{c}$.

Для пакета в СВ об'єкта $L_{П.О.} = N \cdot l_O$. Тоді обсяг пакета N , який є інваріантом, можна висловити так

$$N = \frac{L_{П.ПР.} \cdot c}{l_O(c - v_O)} = \frac{L_{П.ВД.} \cdot c}{l_O(c + v_O)} = \frac{L_{П.О.}}{l_O}. \quad (5)$$

Розглянемо тепер особливу точку на траєкторії об'єкта, що пролітає над РЛС, якій відповідає прямий кут між напрямком (радіус-вектором «РЛС — об'єкт») і вектором швидкості об'єкта. Очевидно, що в даній точці позовжній ЕД зникає, а при переході через цю точку наближення змінюється видаленням або навпаки (зміна знака перед v_O в (5)). Від впливу знака легко позбутися ввівши середнє геометричне від $L_{П.ПР.}$ і $L_{П.ВД.}$: $\bar{L}_{П.СР.} = \sqrt{L_{П.ПР.} \cdot L_{П.ВД.}}$.

Тоді $N^2 = \frac{L_{П.ПР.} \cdot L_{П.ВД.} \cdot c^2}{l_O^2(c^2 - v_O^2)} = \frac{L_{П.О.}^2}{l_O^2}$, звідки відразу отримуємо $\bar{L}_{П.СР.} = L_{П.О.} \cdot \sqrt{1 - \frac{v_O^2}{c^2}}$ —

перетворення Лоренца для довжин відрізків, а в даному випадку вираз для поперечного ЕД, яке проявляється у зазначеній особливій точці в чистому вигляді, без позовжньої компоненти ЕД — в цій точці об'єкт не наближається в РЛС і не віддаляється від неї. Такий же результат отримано в [7] для часових інтервалів і частоти. Іншими словами, виходить, що поперечний ЕД можна інтерпретувати як геометричне середнє від позовжнього ЕД для наближення і видалення, а принцип збереження кількості імпульсів можна використовувати замість вимоги інваріантності просторово-часового континууму.

У свою чергу, поняття геометричного середнього відображає наступні властивості прямокутного трикутника — будь-який з катетів трикутника є геометричним середнім від суми і різниці довжини гіпотенузи й іншого катета. У нашому випадку, для поперечного ЕД роль такого трикутника грає трикутник швидкостей з катетами c_R , $v_\tau = v_O$ і гіпотенузою c , тобто співвідношення $c^2 = c_R^2 + v_O^2$ можна записати відразу, без використання поняття уявної подовженої траєкторії. Фізично це означає, що для хвиль поперечного типу поперечний ЕД виникає в

результаті деякого повороту хвильового вектора відносного напрямку «об'єкт — РЛС» і відповідного повороту через фазової поверхні хвилі (для нерухомого спостерігача). При цьому швидкість хвилі в радіальному напрямку від об'єкта до РЛС c_R виявляється менше c , тобто

$$c_R = c \cdot \sqrt{1 - \frac{v_O^2}{c^2}}. \text{ Зауважимо, що для хвиль поздовжнього типу поперечний ЕД відсутній.}$$

Всі отримані вище результати, які використовують уявлення про імпульсних послідовностях справедливі для сигналів будь-якої форми, в тому числі гармонійних, причому, вираз для поздовжнього ЕД в цьому випадку виходить максимально просто і не вимагає ніяких припущень. Для цього досить використовувати рівняння, наприклад, плоскої хвилі $a(x, t) = A \cdot \cos(\omega_I \cdot t - k \cdot x)$, де x — відстань від джерела випромінювання (об'єкта) до спостерігача (РЛС), k — хвильове число $2\pi/\lambda_I$. Тоді похідна від фази по часу дає частоту прийнятих коливань і якщо джерело рухається, наприклад, наближається до спостерігача, то $\omega_{IP} = \omega_I + k \frac{dx}{dt}$ —

відстань x скорочується, тобто $\frac{dx}{dt} < 0$. З огляду на те що $\frac{dx}{dt} = v_O$, одержуємо

$$\omega_{IP} = \omega_I + \frac{2\pi}{\lambda_I} v_O = \omega_I + \frac{2\pi}{c \cdot T_I} v_O = \omega_I + 2\pi f_I \frac{v_O}{c} = \omega_I \left(1 + \frac{v_O}{c} \right).$$

Висновки

1. Показано, що вирази для поздовжнього і поперечного ефекту Доплера можна отримати використовуючи принцип збереження обсягу імпульсної послідовності в різних системах відліку (об'єкт — радіолокаційна станція).

2. Отримано перетворення Лоренца, як геометричне середнє для наближення та віддалення об'єкта від РЛС, а також отримана геометрична інтерпретація взаємозв'язку поперечного та поздовжнього ефекту Доплера.

Список використаної літератури

1. Чердынцев В.А. Радиотехнические системы: Учебное пособие для Вузов. Минск.: Выш. школа, 1988. стр. 369.
2. J. Zhang, K. Zhang, R. Grenfell, R. Deakin “Short note: on the relativistic Doppler effect for precise velocity determination using GPS” // Journal of Geodesy. 2006, v. 80, Issue 2. pp. 104–110.
3. Schuster P. Moving the Stars. Christian Doppler, His Life, His Works and Principle and the World After. – Living Edition Publishers, 2005, 232 с.
4. Giordano, Nicholas. College Physics: Reasoning and Relationships / Cengage Learning, 2009. P. 421–424. ISBN 978-0534424718.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. Издание 7-е, исправленное. М.: Наука, 1988. С. 158–159. («Теоретическая физика», том II). ISBN 5-02-014420-7.
6. Kozyrev, Alexander B.; van der Weide, Daniel W. (2005). Explanation of the Inverse Doppler Effect Observed in Nonlinear Transmission Lines. / Physical Review Letters. 94 (20):203902.
7. Рязанцев О.В. Об эффекте Доплера в радиолокации / С. В. Марченко, М. В. Кулик // Всеукраїнський міжвідомчий науково-технічний збірник. «Радіотехніка». 2021. № 204. С.93–98. ISSN0485-8972 DOI:10.30837/rt.2021.1.204.10. Режим доступа: <http://rt.nure.ua/article/view/238571>

PULSE INTERPRETATION OF DOPPLER EFFECTS ON RADAR

Ryazantsev O., Kulik M., S'yanov O.

The work has solved an urgent scientific problem, which consists in the development of a mathematical model of Doppler effect with use of the principle of preservation of volume of pulse sequence in various reference systems "object – radar station". The Lorentz transformation is obtained as a geometric mean for approaching and moving the object away from the radar station, and a geometric interpretation of the relationship between the transverse and longitudinal Doppler effects is obtained. The proposed method allows to determine not only the radial but also the total speed of objects relative to the radar station.

The main results of the work can be obtained by introducing a kind of law of conservation of the number of pulses. This law reflects a fairly obvious assumption that the number of pulses emitted by the object for a certain period of time is equal to the number of pulses registered by the receiver for the same period. In other words, the emitted pulses cannot accumulate or disappear in the space between the emitter and the receiver.

The principle of preserving the number of pulses emitted by the object and received by a stationary observer (for example, a radar station) is quite universal. Thus, in turn, the concept of geometric mean reflects the following properties of a right triangle – any of the legs of the triangle is the geometric mean of the sum and difference of the lengths of the hypotenuse and the other leg. Physically, this means that for waves of the transverse type, the transverse ED occurs as a result of some rotation of the wave vector of the relative direction "object – radar" and the corresponding rotation through the phase surface of the wave (for a stationary observer).

References

- [1] Cherdyn'tsev V.A. (1988) Radiotekhnicheskie sistemy: Uchebnoe posobie dlya vuzov [Radio engineering systems: textbook for universities]. – Minsk.: Vysh. School. p. 369.
- [2] J. Zhang, K. Zhang, R. Grenfell, R. Deakin (2006) Short note: on the relativistic Doppler effect for precise velocity determination using GPS / Journal of Geodesy, v. 80, Issue 2. pp.104–110.
- [3] Schuster P. Moving the Stars. Christian Doppler, His Life, His Works and Principle and the World After. Living Edition Publishers, 2005. P. 232.
- [4] Giordano, Nicholas. College Physics: Reasoning and Relationships / Cengage Learning, 2009. P. 421–424. ISBN 978-0534424718.
- [5] Landau L.D., Lifshic E. M. Teoriya polya. Teoreticheskaya fizika [Field theory. Theoretical physics.] / Vol. II, izdanie 7, ispravlennoe. M.: Nauka, 1988. P. 158–159. ISBN 5-02-014420-7.
- [6] Kozyrev, Alexander B.; van der Weide, Daniel W. (2005). Explanation of the Inverse Doppler Effect Observed in Nonlinear Transmission Lines. / Physical Review Letters. 94 (20):203902.
- [7] Ryazantsev, O., Marchenko S., & Kulik, M. (2021). Ob effekte Dopplera v radiolokacii [On the Doppler effect in radar]. / All-Ukrainian interdepartmental scientific and technical collection. "Radio Engineering". 1(204), 93–98. <https://doi.org/10.30837/rt.2021.1.204.10> ISSN0485-8972 DOI:10.30837/rt.2021.1.204.10. Access mode: <http://rt.nure.ua/article/view/238571>