МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ В ТЕХНОЛОГІЇ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

DOI:
УДК 658.51.012
О.М. Пигнастый, д.т.н., проф., pihnastyi@gmail.com
Г.К. Кожевников, к.т.н., доц., kozhevnikov.gk@gmail.com
Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", м. Харків

ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПОТОЧНОЙ ЛИНИЕЙ

Представлено программное управление параметрами поточной линии для переходных режимов функционирования производства. При проектировании системы управления использована распределенная модель поточной линии (PDE-model). Оптимальное управление параметрами поточной линии построено с учетом ограничений производственной системы на емкость накопителей и величину управления производительностью технологического оборудования. Выделены возможные типы управлений.
Ключевые слова*: производственная линия, PDE-model производства, балансовые уравнения, переходной период, незавершенное производство.*

The program control of the flow line parameters for the transient modes of production functioning is presented. When designing the control system, a distributed model of the production line (PDE-model) is used. Optimum control of the flow line parameters is constructed taking into account the limitations of the production system on the maximum volume of hoppers between operations and the amount of the productivity of technological equipment. Possible types of controls are identified.
Keywords*: production line, PDE-model of production, balance equations, transition period, work in progress.*

Постановка проблемы

Теория управления производством является интенсивно развивающейся областью знаний, развитие которой стимулируется практическими потребностями [1,2]. Наряду с традиционными методами проектирования систем управления поточными линиями [3—8] играют значимую роль методы, связанные с применением уравнений в частных производных (PDE-модели) [9—12]. Основные подходы к проектированию систем управления поточными линиями основываются на программном управлении и управлении по отклонениям [13—15]. Если при движении по технологическому маршруту закон изменения параметров предметов труда известен и известны внешние воздействия на параметры предметов труда, а цель управления производственным процессом достижима, то может быть получен закон управления параметрами поточной линии на период выполнения производственной программы. Если возмущения неизвестны, но могут стать измеренными к моменту принятия решения, то управление параметрами технологического процесса формируется как функция их возмущений.

При проектировании систем управления производственными поточными линиями важным шагом является поиск соответствующей модели описания управляемого процесса. Классическая теория оптимального управления [16,17] широко используется для проектирования динамических систем [13,15,19,20], эволюция которых задается дифференциальными уравнениями. Развитый аппарат теории оптимального управления может быть успешно применен при построении моделей управляемого производственного процесса в случае, когда для их описания использованы непрерывные модели [1]. Модель управляемого процесса должна содержать параметры потока изделий и параметры состояния межоперационных заделов как в стационарных режимах, так и в переходных, так как они являются ключевыми для управления производством [1]. Кроме того, модель должна быть способной предоставить решение производственной задачи в течение ограниченного времени при использовании заданных вычислительных ресурсов.

Анализ последних достижений и публикаций

В многочисленных публикациях, посвященных разработке и проектированию систем управления производственными линиями, выделяются основные три типа моделей производственных систем: модели массового обслуживания (TQ-model), дискретно-событийные модели (DES-model) [21,22] и континуальные жидкостные модели (Fluid-model) [2,23]. Хорошо зарекомендовавшие себя для описания квазистатических процессов модели не находят применение для проектирования систем управления переходными процессами [1]. В последнее десятилетие при проектировании систем управления поточными линиями используются модели, содержащие уравнений в частных производных (PDE-model) [9,12]. Введенный новый класс моделей [24], объединивший в себе преимущества TQ-моделей, DES-моделей и Fluid-моделей, значительно расширил возможности проектирования систем управления производственными поточными линиями. PDE-модели являясь непрерывными, могут быть успешно использованы при описании стационарных и переходных режимов функционирования поточной линии и не требуют при этом больших затрат машинного времени [1].

Формулирование цели исследований

В современных экономических условиях длительность цикла производства составляет существенную часть жизненного цикла изделия, в следствие чего поточные линии значительную часть времени функционирует в переходном неустановившемся режиме. Особое внимание в задачах оптимального управления современным производством продукции занимают переходные режимы функционирования поточной линии протяженностью до месяца, связанные с запуском и наращиванием объемов производства в начале жизненного цикла изделия, и со сворачиванием и остановкой производства на стадии завершения жизненного цикла [25,с.4589]. Следующим важным вопросом является исследование режимов оптимального перехода с одного нормативного состояния параметров производственной линии в другое, обусловленного увеличением или уменьшением спроса на производимую продукцию [1]. Этим направлениям исследования и посвящена настоящая работа.

Изложение основного материала

Известно [6,26—28], что для обеспечения непрерывного режима функционирования производства величина пропускной способности производственной линии должна быть связана с величиной межоперационных заделов строго определенной зависимостью, удовлетворяющей уравнению неразрывности потока предметов труда вдоль технологического маршрута [12]. В общем случае управление межоперационными заделами вдоль технологического маршрута достигается посредством использования модели управления многопоточной линии с резервным размещением запасов [29] или за счет обеспечения требуемого градиента темпа обработки предметов труда вдоль технологического маршрута (рис. 1). Управление пропускной способности поточной линии осуществляется путем постепенного увеличения количества параллельно работающих единиц оборудования, непосредственно за счет мероприятий по изменению режимов обработки предметов труда технологическим оборудованием [1]. Полагаем, что заданы: а)последовательность технологических операций и их технологические параметры; б) оборудование, необходимое для выполнения технологической операции, параметры его работы и схема расстановки; в)свойства предмета труда и законы переноса технологических ресурсов на предметы труда в результате воздействия оборудования. Введем одномерное координатное пространство (t,S) [25,30,31]. Разделим координатную ось $0S$ на отрезки $\Delta S_m \in [S_{m-1}, S_m[$. Координата S_{m-1}(грн) и S_m(грн) характеризует начало и окончание $m-ой$ технологической операции, $m = 1..M$. При этом полагаем, что $S_0 = 0$ (грн), $S_M = S_d$ (грн), где S_d (грн) — себестоимость изготовления продукции. Также считаем, что цена затрат, связанных с управлением для каждой технологической операции, известна, является разной для каждой технологической операции и зависит от времени суток. Потоковыми параметрами модели производственной линии в двухмоментном описании являются межоперационные заделы, характеризующиеся плотностью $[\chi]_0(t,S)$, и темп движения предметов труда $[\chi]_1(t,S_d)$ по технологическому маршруту [32]. Полагаем, что дискретная функция управления с достаточной степенью точности может быть аппроксимирована непрерывной функцией $Y(t,S)$ (рис.1). Последнее обусловлено тем, что современные поточные линии в составе агрегированного технологического модуля содержат достаточно большое количество оборудования разной производительности, имеющего возможность работать последовательно, параллельно или комбинировано (рис.2) [6,7,27,28,33]. Модели оптимального

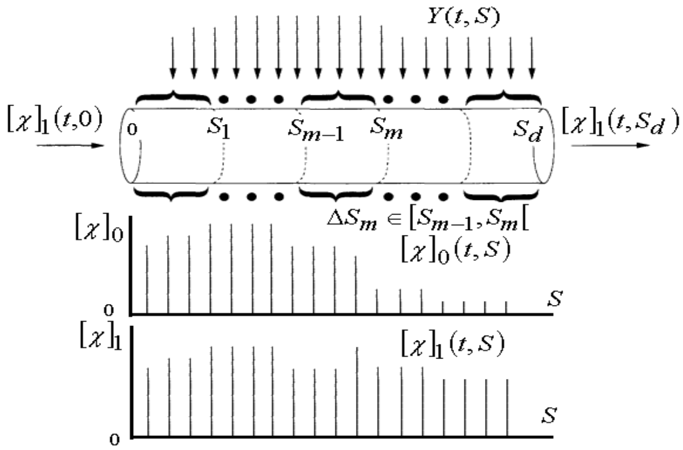

Рис. 1. Модель управления распределенными параметрами поточной линии

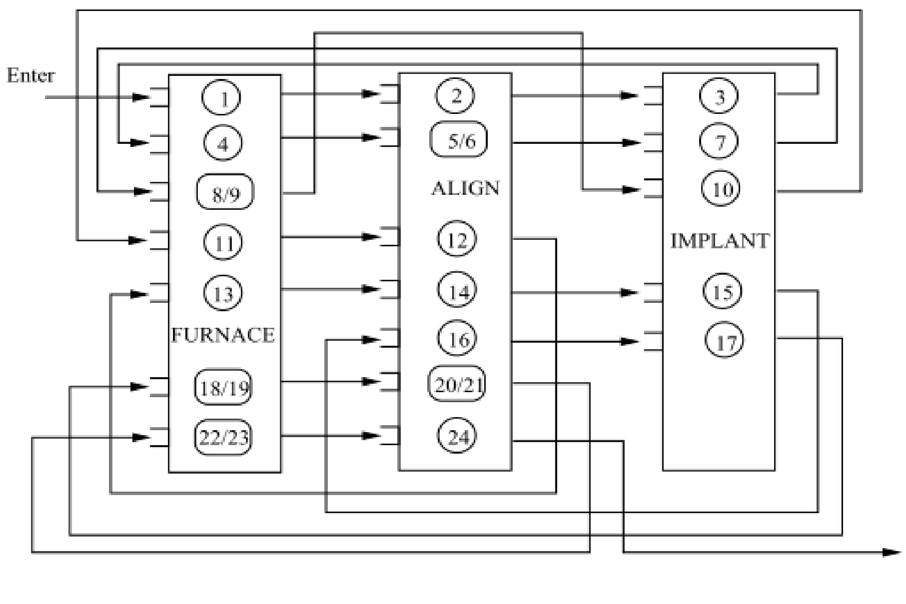

Рис. 2. Типичный участок структуры производственной линии [22,с.177]

управления включением резервного оборудования (идентичного, оборудования разной производительности) для обеспечения требуемой пропускной способности производственной линии подробно рассмотрены в работе [34]. Введем функцию $\omega_Y(t,S)$, характеризующую затраты технологических ресурсов для осуществления управления $Y(t,S)$. технологических ресурсов, необходимых для осуществления управления $Y(t,S)$ в пределах m-й технологической операции в течение длительности производственного цикла T_d определяются интегралом

$$\int\limits_0^{T_d}\int\limits_{S_{m-1}}^{S_m} Y(t,S)\cdot\omega_Y(t,S)dSdt\ (грн), \tag{1}$$

а общие затраты на управление состоянием межоперационных заделов и производительностью технологических участков по всем операциям технологического маршрута интегралом вида

$$\int\limits_0^{T_d}\int\limits_0^{S_d} Y(t,S)\cdot\omega_Y(t,S)dSdt\ (грн). \tag{2}$$

Параметры производственной линии для непрерывного поточного производства с достаточно большим количеством технологических операций удовлетворяют системе балансовых уравнений [12]. Для одномоментного приближения система балансовых уравнений примет вид:

$$\frac{\partial[\chi]_0(t,S)}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_1(t,S)}{\partial S}=0, \qquad [\chi]_1(t,S)=[\chi]_{1\psi}(t,S). \tag{3}$$

Нормативный темп $[\chi]_{1\psi}(t,S)$ обработки предметов труда для производственной линии является заданным в каждой точке технологического маршрута и для каждого момента времени. Как указано выше, потоковыми параметрами в модели управления параметрами производственной линии являются межоперационные заделы, характеризующие плотностью $[\chi]_0(t,S)$ распределения предметов труда технологическому вдоль технологического маршрута, и их темп движения $[\chi]_1(t,S)$ по маршруту [35—37]. Замкнутость балансовой системы уравнений для параметров потокового уровня описания (макроуровня) в уравнении неразрывности обеспечивается с использованием уравнений предметно-технологического уровня описания (микроуровня) [38].

Поведение потоковых параметров $[\chi]_0(t,S)$, $[\chi]_1(t,S)$ производственной линии стеснено начальными и конечными условиями распределения предметов труда по технологическому маршруту

$$[\chi]_0(0,S)=[\chi]_{00}(S), \qquad [\chi]_0(T_d,S)=[\chi]_{0T_d}(S), \tag{4}$$

граничными условиями, определяющими поступление со склада сырья, материалов на первую технологическую операцию и выход готовой продукции с последней технологической операции,

$$[\chi]_0(t,0)=[\chi]_{0S}(t), \qquad [\chi]_1(t,0)=[\chi]_{1S}(t), \tag{5}$$

ограничениями на емкость накопителей

$$[\chi]_{0G}(S)\geq[\chi]_0(t,S)\geq 0. \tag{6}$$

Строгое неравенство соответствует непрерывному режиму функционирования поточной линии (рис. 3).

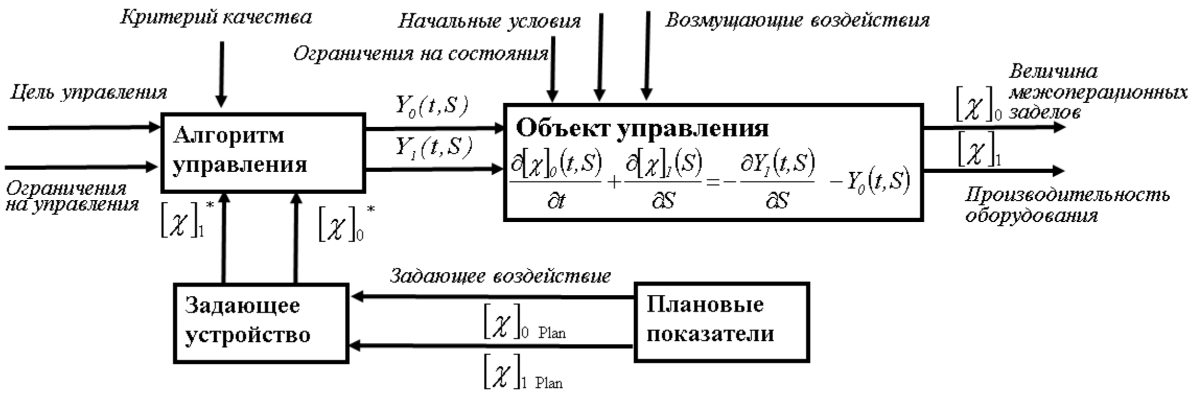

Рис. 3. Структурная схема программного управления параметрами поточной линии

Математическая формулировка задачи программного управления

Математическая формулировка задачи программного управления. В общем виде задача построения оптимальной программы [12,14,39] управления межоперационными заделами $[\chi]_0(t,S)$ производственной линии с использованием для достижения целей управления дополнительного оборудования может быть сформулирована следующим образом: определить состояние межоперационных заделов $[\chi]_0(t,S)\in G_0$ производственной линии для каждой точки $S\in[0,S_d]$ технологического маршрута в течение промежутка времени $t\in[0,T_d]$ при управлении производительностью технологического оборудования $Y(t,S)\in G_Y$ на m-ой технологической операции, доставляющих минимум функционалу [14, с.17]

$$\int_0^{T_d}\int_0^{S_d}\left(Y_1(t,S)\cdot\omega_{Y1}(t,S)+Y_0(t,S)\cdot\omega_{Y0}(t,S)\right)dSdt\to min\ (грн),\qquad(7)$$

при дифференциальных связях

$$\frac{\partial[\chi]_0(t,S)}{\partial t}+\frac{\partial[\chi]_1(S)}{\partial S}=-\frac{\partial Y_1(t,S)}{\partial S}-Y_0(t,S),\quad [\chi]_1(t,S)=[\chi]_{1\psi}(t,S),\qquad(8)$$

которые определяются системой балансовых уравнений двухуровневой модели управляемого производственного процесса, ограничениях вдоль траектории на фазовые переменные $[\chi]_0(t,S)$ [14, с.21], определенные емкостью накопителей [40]:

$$0\le[\chi]_0(t,S)\ ,\ [\chi]_0(t,S)\le[\chi]_{0G}(S),\qquad(9)$$

ограничениях вдоль траектории на управление [14, с.20]

$$0\le Y(t,S),\qquad Y(t,S)+[\chi]_1(t,S)\le[\chi]_{1G},\qquad Y(t,S)=\int_0^S Y_0(t,\zeta)d\zeta+Y_1(t,S),\qquad(10)$$

начальных условиях

$$[\chi]_0(0,S)=[\chi]_{00}(S),\qquad(11)$$

конечном состоянии (цель управления)

$$[\chi]_0(T_d,S)=[\chi]_{0T_d}(S)\qquad(12)$$

и граничных условиях

$$[\chi]_1(t,0)=[\chi]_{1\psi}(0),\qquad [\chi]_1(t,S_d)=[\chi]_{1\psi}(S_d).\qquad(13)$$

Под управление $Y(t,S)=\int\limits_0^S Y_0(t,\zeta)d\zeta+Y_1(t,S)$ понимается величина темпа обработки предметов труда на дополнительно включенном оборудовании в месте технологического маршрута с координатой $S\in[0,S_d]$ в момент времени *t*. Предельное значение $[\chi]_{1G}$ определяет максимальный допустимый темп обработки предметов труда на участке технологического маршрута с координатой S в момент времени t. Для определенности использовано предположение, что затраты технологических ресурсов, характеризующие функцией $\omega_Y(t,S)$, необходимые для осуществления управления $Y(t,S)$ (шт/час) пропорциональны величине управления

$$\omega_{Y0}(t,S)=\omega_{00}\cdot Y_0(t,S),\ \omega_{Y1}(t,S)=\omega_{01}\cdot Y_1(t,S),\ \omega_{00}=const,\ \omega_{01}=const. \tag{14}$$

В общем случае ω_{0j} может быть задана в виде функции от времени t. Зависимость (14) соответствует производственным системам поточного типа производства с массовым и серийным выпуском продукции, определяется линейными производственными функциям [41], связывающим затраты технологических ресурсов $\omega_Y(t,S)$ с темпом производства $Y(t,S)$. Функция $Y(t,S)$ при ограничениях на фазовые переменные (9) и ограничениях на управление (10), обеспечивающая достижение цели управления (12) при минимальном значении интеграла (7) и дифференциальных связях (8), является оптимальной программой или оптимальным управлением [15,с.16] для потоковых параметров $[\chi]_0(t,S)\in G_0$. производственной линии. При проектировании системы управления использованы уравнения дифференциальных связей (8), которые определяются системой балансовых уравнений двухуровневой модели управляемого производственного процесса.

Расчет оптимальной программы управления состоянием межоперационных заделов производственной линии

Для определения оптимальной программы управления межоперационными заделами производственной линии функции $Y(t,S)$, $[\chi]_0(t,S)$, $[\chi]_1(S)$ в ряд Фурье на промежутке $S\in[0,S_d]$:

$$Y_0(t,S)=Y_{00}(t),\ Y_1(t,S)=\sum_{j=1}^{\infty}\{Y\}_j\cdot sin[k_j\cdot S]+\sum_{j=1}^{\infty}[Y]_j\cdot cos[k_j\cdot S],\ k_j=\frac{2\cdot\pi\cdot j}{S_d},\ j=1..\infty \tag{15}$$

$$\{Y\}_0=\frac{1}{S_d}\int\limits_0^{S_d}Y(t,S)dS\,,\ \{Y\}_j=\frac{2}{S_d}\int\limits_0^{S_d}Y(t,S)sin[k_jS]dS\,,\ [Y]_j=\frac{2}{S_d}\int\limits_0^{S_d}Y(t,S)cos[k_jS]dS\,,$$

$$[\chi]_0(t,S)=\{\chi_0\}_0+\sum_{j=1}^{\infty}\{\chi_0\}_j\cdot sin[k_j\cdot S]+\sum_{j=1}^{\infty}[\chi_0]_j\cdot cos[k_j\cdot S], \tag{16}$$

$$[\chi]_1(t,S)=\{\chi_1\}_0+\sum_{j=1}^{\infty}\{\chi_1\}_j\cdot sin[k_j\cdot S]+\sum_{j=1}^{\infty}[\chi_1]_j\cdot cos[k_j\cdot S], \tag{17}$$

с коэффициентами разложения $\{Y\}_0,\{Y\}_j,[Y]_j,\{\chi_0\}_0,\{\chi_0\}_j,[\chi_0]_j$, $\{\chi_1\}_0,\{\chi_1\}_j,[\chi_1]_j$. Коэффициенты разложения $\{\chi_1\}_0,\{\chi_1\}_j,[\chi_1]_j$ будем полагать известными и независимыми от времени, $\{Y\}_0,\{Y\}_j,[Y]_j$, $\{\chi_0\}_0,\{\chi_0\}_j,[\chi_0]_j$ подлежат определению [42,с.356]. Последовательности (15)—(17) являются ортонормированными системами функций [43], коэффициенты которых могут быть найдены по формулам Эйлера-Фурье [42,с.357]. Выбор соответствующей ортонормированной системы функций определяется постановкой задачи, должен обеспечить наилучшее приближение к точному решению [42,43].

Принимая во внимание (15)—(17), критерий качества (4.7) может быть проинтегрирован с точностью до константы в виде [44, с.46]

$$\int_0^{T_d}\left(\omega_{00}\cdot Y_{00}^2+\frac{\omega_{01}}{2}\sum_{j=1}^{\infty}\{Y\}_j^2+\frac{\omega_{01}}{2}\sum_{j=1}^{\infty}[Y]_j^2\right)dt\to min\,. \qquad (18)$$

Ограничения вдоль траектории на фазовые переменные и управление, а также начальных, граничные условия и цель управления с учетом (15)—(17) могут быть записаны следующим образом:

– условие неотрицательности заделов

$$\{\chi_0\}_0=0,\qquad \{\chi_0\}_j=0,\qquad [\chi_0]_j=0\qquad \text{при } 0>[\chi]_0(t,S); \qquad (19)$$

– ограничение емкости накопителей для межоперационных запасов

$$\{\chi_0\}_0=\{\chi_{0G}\}_0,\ \{\chi_0\}_j=\{\chi_{0G}\}_j\ \ [\chi_0]_j=[\chi_{0G}]_j,\ \text{при}\ \ [\chi]_0(t,S)>[\chi]_{0G}(S); \qquad (20)$$

– ограничение на управления

$$\{Y\}_0=0;\qquad \{Y\}_j=0;\qquad [Y]_j=0;\qquad \text{при}\qquad 0>Y(t,S) \qquad (21)$$

$$0=\{\chi_{1G}\}_0-\{\chi_1\}_0-\mathrm{Y}_{00}\frac{S_d}{2},\ \{Y\}_j=\{\chi_{1G}\}_j-\{\chi_1\}_j+\mathrm{Y}_{00}\frac{2}{k_j},\ [Y]_j=[\chi_{1G}]_j-[\chi_1]_j, \qquad (22)$$

$$\text{при } Y(t,S)\ge[\chi]_{1G}-[\chi]_1(t,S);$$

– при начальных условиях

$$\{\chi_0\}_0\big|_{t=0}=\{\chi_{00}\}_0,\qquad \{\chi_0\}_j\big|_{t=0}=\{\chi_{00}\}_j,\qquad [\chi_0]_j\big|_{t=0}=[\chi_{00}]_j \qquad (23)$$

и цели управления

$$\{\chi_0\}_0\big|_{t=T_d}=\{\chi_{0T_d}\}_0,\qquad \{\chi_0\}_j\big|_{t=T_d}=\{\chi_{0T_d}\}_j,\ \ [\chi_0]_j\big|_{t=T_d}=[\chi_{0T_d}]_j \qquad (24)$$

и заданных нормативных параметрах работы технологического оборудования вдоль технологического маршрута $\{\chi_1\}_0,\{\chi_1\}_j,[\chi_1]_j$.

Принимая во внимание вид целевого функционала (18) при дифференциальных связях

$$\frac{d\{\chi_0\}_0}{dt}=-\mathrm{Y}_{00},\quad \begin{cases}\dfrac{d\{\chi_0\}_j}{dt}-k_j\cdot[\chi_1]_j=k_j\cdot[Y]_j;\\[2mm] \dfrac{d[\chi_0]_j}{dt}+k_j\cdot\{\chi_1\}_j=-k_j\cdot\{Y\}_j;\end{cases}\qquad k_j=\frac{2\cdot\pi\cdot j}{S_d},\quad j=1..\infty, \qquad (25)$$

которые определяются системой балансовых уравнений (8), запишем функцию Понтрягина для исследуемой системы:

$$H=-\psi_0\mathrm{Y}_{00}-\omega_{00}\mathrm{Y}_{00}^2+\sum_{j=1}^{\infty}\left(\psi_{sj}k_j\left([Y]_j+[\chi_1]_j\right)-\psi_{cj}k_j\left(\{Y\}_j+\{\chi_1\}_j\right)-\frac{\omega_{01}}{2}\{Y\}_j^2-\frac{\omega_{01}}{2}[Y]_j\right). \qquad (26)$$

С учетом ограничений (19)—(22) на фазовые координаты Лагранжиан исследуемой системы принимает вид:

$$L=-\psi_0\mathrm{Y}_{00}-\omega_{00}\mathrm{Y}_{00}^2+\sum_{j=1}^{\infty}\left(\psi_{sj}k_j\left([Y]_j+[\chi_1]_j\right)-\psi_{cj}k_j\left(\{Y\}_j+\{\chi_1\}_j\right)-\frac{\omega_{01}}{2}\{Y\}_j^2-\frac{\omega_{01}}{2}[Y]_j\right)+$$

$$+\sum_{j=1}^{\infty}\left(\mu_{sj}\{\chi_0\}_j+\mu_{cj}[\chi_0]_j\right)+\mu_0\{\chi_0\}_0+\sum_{j=1}^{\infty}\left(\lambda_{sj}\left(\{\chi_{0G}\}_j-\{\chi_0\}_j\right)+\lambda_{cj}\left([\chi_{0G}]_j-[\chi_0]_j\right)\right)+\lambda_0\left(\{\chi_{0G}\}_0-\{\chi_0\}_0\right), \qquad (27)$$

где

$$\mu_0\cdot\{\chi_0\}_0=0,\quad \mu_0\ge0;\quad \mu_{sj}\cdot\{\chi_0\}_j=0,\quad \mu_{sj}\ge0;\quad \mu_{cj}\cdot[\chi_0]_j,\quad \mu_{cj}\ge0; \qquad (28)$$

$$\lambda_0 \cdot \left(\{\chi_{0G}\}_0 - \{\chi_0\}_0\right) = 0,\ \lambda_0 \geq 0;\ \lambda_{sj} \cdot \left(\{\chi_{0G}\}_j - \{\chi_0\}_j\right) = 0,\ \lambda_{sj} \geq 0;\ \lambda_{cj} \cdot \left([\chi_{0G}]_j - [\chi_0]_j\right) = 0,\ \lambda_{cj} \geq 0. \qquad (29)$$

Сопряженная система для Лагранжиана имеет вид

$$\frac{d\psi_0}{dt} = -(\mu_0 - \lambda_0); \qquad \frac{d\psi_{sj}}{dt} = -(\mu_{sj} - \lambda_{sj}); \quad \frac{d\psi_{cj}}{dt} = -(\mu_{cj} - \lambda_{cj}). \qquad (30)$$

Управление, при котором достигается максимум функции по управлению, определим из системы уравнений:

$$\frac{dL}{dY_{00}} = -\psi_0 - 2\omega_{00} \cdot Y_{00} = 0,\ \frac{dL}{d\{Y\}_j} = -\psi_{cj} \cdot k_j - \omega_{01}\{Y\}_j = 0,\ \frac{dL}{d[Y]_j} = \psi_{sj} \cdot k_j - \omega_{01}[Y]_j = 0, \quad (31)$$

откуда коэффициенты разложения определим из уравнений

$$Y_{00} = -\frac{\psi_0}{2\omega_{00}}, \qquad \{Y\}_j = -\frac{\psi_{cj} \cdot k_j}{\omega_{01}}, \qquad [Y]_j = \frac{\psi_{sj} \cdot k_j}{\omega_{01}}, \qquad (32)$$

если значение управления находится внутри интервала изменения управления и имеет вид (21) или (22), если находится за его пределами. Подставим (32) в (25), получим систему уравнений для определения фазовой траектории и управления

$$\frac{d\{\chi_0\}_0}{dt} = \frac{\psi_0}{2\omega_{00}}, \quad \begin{cases} \dfrac{d\{\chi_0\}_j}{dt} = \dfrac{\psi_{sj} \cdot k_j^2}{\omega_{01}} + k_j \cdot [\chi_1]_j; \\ \dfrac{d[\chi_0]_j}{dt} = \dfrac{\psi_{cj} \cdot k_j^2}{\omega_{01}} - k_j \cdot \{\chi_1\}_j \end{cases} \quad k_j = \frac{2 \cdot \pi \cdot j}{S_d}, \quad j = 1..\infty \qquad (33)$$

$$\psi_0 = -(\mu_0 - \lambda_0) \cdot t + \psi_{00}; \ \psi_{sj} = -(\mu_{sj} - \lambda_{sj}) \cdot t + \psi_{sj0}; \qquad \psi_{cj} = -(\mu_{cj} - \lambda_{cj}) \cdot t + \psi_{cj0}. \quad (34)$$

Из условий дополнительной нежесткости (28), (29) при $0 < [\chi]_0(t,S)$, $[\chi]_0(t,S) < [\chi]_{0G}(S)$ решение (33) имеет вид:

$$\{\chi_0\}_0 = \frac{\psi_0}{2\omega_{00}} \cdot t + \{\chi_0\}_{00}; \qquad \begin{cases} \{\chi_0\}_j = \dfrac{\psi_{sj0} \cdot k_j^2}{\omega_{01}} \cdot t + k_j \cdot [\chi_1]_j \cdot t + \{\chi_0\}_{j0}; \\ [\chi_0]_j = \dfrac{\psi_{cj0} \cdot k_j^2}{\omega_{01}} \cdot t - k_j \cdot \{\chi_1\}_j \cdot t + [\chi_0]_{j0}. \end{cases} \qquad (35)$$

Сопряженные функции могут менять знак один раз на траектории, соответствующей ограничению. Следовательно, точка переключения для (32) находится за пределами интервала управления. Определим константы интегрирования $\{\chi_0\}_{00}$, $\{\chi_0\}_{j0}$ и $[\chi_0]_{j0}$ из начального условия (23) и цели управления (24)

$$\{\chi_0\}_0(0) = \{\chi_0\}_{00} = \{\chi_{00}\}_0; \qquad \begin{cases} \{\chi_0\}_j(0) = \{\chi_0\}_{j0} = \{\chi_{00}\}_j; \\ [\chi_0]_j(0) = [\chi_0]_{j0} = [\chi_{00}]_j. \end{cases} \qquad (36)$$

$$\{\chi_0\}_0(T_d) = \frac{\psi_0}{2\omega_{00}} T_d + \{\chi_0\}_{00} = \{\chi_{0T_d}\}_0; \quad \begin{cases} \{\chi_0\}_j(T_d) = \dfrac{\psi_{sj0} k_j^2}{\omega_{01}} T_d + k_j [\chi_1]_j T_d + \{\chi_0\}_{j0} = \{\chi_{0T_d}\}_j; \\ [\chi_0]_j(T_d) = \dfrac{\psi_{cj0} k_j^2}{\omega_{01}} T_d - k_j \{\chi_1\}_j T_d + [\chi_0]_{j0} = [\chi_{0T_d}]_j. \end{cases} \qquad (37)$$

Разрешаем систему (36), (37) относительно сопряженных функций:

$$\psi_0 = 2\omega_{00}\frac{\{\chi_{0T_d}\}_0 - \{\chi_0\}_{00}}{T_d}, \quad \begin{cases} \psi_{sj0} = \dfrac{\omega_{01}}{k_j{}^2}\left(\dfrac{\{\chi_{0T_d}\}_j - \{\chi_0\}_{j0}}{T_d} - k_j\cdot[\chi_1]_j\right), \\ \psi_{cj0} = \dfrac{\omega_{01}}{k_j{}^2}\left(\dfrac{[\chi_{0T_d}]_j - [\chi_0]_{j0}}{T_d} + k_j\cdot\{\chi_1\}_j\right), \end{cases} \tag{38}$$

принимая во внимание (32), получим выражения для коэффициентов разложения (15) функции программного управления потоковыми параметрами производственной линии:

$$Y_{00} = -\frac{\{\chi_{0T_d}\}_0 - \{\chi_0\}_{00}}{T_d}, \quad \{Y\}_j = -\frac{[\chi_{0T_d}]_j - [\chi_0]_{j0}}{k_j\cdot T_d} - \{\chi_1\}_j, \quad [Y]_j = \frac{\{\chi_{0T_d}\}_j - \{\chi_0\}_{j0}}{k_j\cdot T_d} - [\chi_1]_j. \tag{39}$$

Построим программное управление для производственной линии с заданными темпом обработки и начальным распределением предметов труда вдоль технологического маршрута. Используя выражения для коэффициентов разложения (39) и пренебрегая краевыми эффектами при остановки производственной линии, полагая, что время существования данных эффектом много меньше времени процесса остановки, получим коэффициенты разложения для управления процессом остановки производственной линии. Расчет оптимальной программы управления параметрами поточной линии для модифицированной PDE-модели M/M/1 очереди [45]. Задано первоначальное распределение межоперационных заделов вдоль технологического маршрута протяженностью $S_d = 2\pi$:

$$[\chi]_0(0,S) = \{\chi_{0Inp}\}_0 + \{\chi_{0Inp}\}_1 \sin\left[\frac{2\pi S}{S_d}\right], \quad \{\chi_{0Inp}\}_0 = 10000(\text{шт./грн.}), \quad \{\chi_{0Inp}\}_1 = 2000(\text{шт./грн.})$$

для поточной линии с технологическим оборудованием, производительность которого в зависимости от позиции определяется выражением

$$[\chi]_1(t,S) = \{\chi_1\}_0 + [\chi_1]_1 \cos\left[\frac{2\pi S}{S_d}\right], \quad \{\chi_1\}_0 = 100 \text{ (шт./час.)}, \quad \{\chi_1\}_1 = -50 \text{ (шт./час.)}.$$

Необходимо за время $T_d = 100$ (час) уменьшить количество межоперационных заделов посредством перехода от начального распределение межоперационных заделов к заданному конечному распределению:

$$[\chi]_0(T_d,S) = \{\chi_{0Out}\}_0 + [\chi_{0Out}]_1 \sin\left[\frac{2\pi S}{S_d}\right], \{\chi_{0Out}\}_0 = 9000(\text{шт./грн.}), \quad [\chi_{0Out}]_1 = -1000 \text{ (шт./грн.)}.$$

Значение величины $S_d = 2\pi$ используется для упрощения расчетов. Для описание поведения параметров поточной линии для управляемого производственного процесса используем модифицированную PDE-модель M/M/1 очереди [45]:

$$\frac{\partial[\chi]_0(t,S)}{\partial t} + \frac{\partial F(t,S)}{\partial S} = 0, \quad F(t,S) = [\chi]_0(t,S)\nu(t,S), \quad \nu(t,S) = \frac{\mu_{out}}{[\chi]_0(t,S) + \dfrac{M}{\Delta S_\psi(t,S)}}, \tag{40}$$

где M — количество предметов труда, находящихся в технологической обработке (количество единиц технологического оборудования в предположении, что допускается на одной единице оборудования обработка одного изделия), $\Delta S_\psi(t,S)$ — протяженность участка в пределах выполнения технологической операции, μ_{out} — темп движения предмета труда на выходе с поточной линии. Принимая во внимание, что для рассматриваемой поточной линии $[\chi]_0(t,S)\Delta S_\psi >> M$, уравнение (40) примет вид:

$$\frac{\partial[\chi]_0(t,S)}{\partial t} + \frac{\partial \mu_{out}}{\partial S} \approx 0, \qquad \nu(t,S) \approx \frac{\mu_{out}}{[\chi]_0(t,S)}. \tag{41}$$

Для заданного переходного режима сформулируем задачу программного управления. Определим состояние межоперационных заделов $[\chi]_0(t,S)\in G_0$ производственной поточной линии для каждой точки $S\in[0,S_d]$ технологического маршрута в течение промежутка времени $t\in[0,T_d]$ при управлении производительностью технологического оборудования $Y(t,S)\in G_Y$ на m-ой технологической операции, которое обеспечивает минимум функционалу [15]:

$$\frac{1}{S_d}\int_0^{T_d}\int_0^{S_d}\left(Y_1(t,S)+\alpha_d\cdot Y_0(t)\right)^2 dSdt\to min, \tag{42}$$

при дифференциальных связях

$$\frac{\partial[\chi]_0(t,S)}{\partial t}=-\frac{\partial Y_1(t,S)}{\partial S}-Y_0(t),$$

ограничениях вдоль траектории на фазовые переменные $[\chi]_0(t,S)$ [15, с.21], определенные емкостью накопителей

$$0\le[\chi]_0(t,S)\ ,\ [\chi]_0(t,S)\le[\chi]_{0G}(S),$$

ограничениях вдоль траектории на управление [14, с.20]

$$0\le Y(t,S),\qquad Y(t,S)+[\chi]_1(t,S)\le[\chi]_{1G},\qquad Y(t,S)=Y_0(t)\cdot S+Y_1(t,S),$$

начальных условиях $[\chi]_0(0,S)$, цели управления $[\chi]_0(T_d,S)$ и граничных условиях

$$[\chi]_1(t,0)=[\chi]_{1\psi}(0)=\lambda_{inp};\qquad [\chi]_1(t,S_d)=[\chi]_{1\psi}(S_d)=\mu_{out},$$

λ_{input} — темп поступления предметов труда на поточную линию.

Для определения программы управления межоперационными заделами производственной поточной линии функции $[\chi]_0(t,S)$, $Y_1(t,S)$ представим в виде:

$$Y_1(t,S)=\{Y\}_1\,sin\left[\frac{2\pi S}{S_d}\right]+[Y]_1\,cos\left[\frac{2\pi S}{S_d}\right],\quad [\chi]_0(t,S)=\{\chi_0\}_0+\{\chi_0\}_1\,sin\left[\frac{2\pi S}{S_d}\right]+[\chi_0]_1\,cos\left[\frac{2\pi S}{S_d}\right].$$

Принимая это во внимание, критерий качества переходного процесса (42) приобретает следующую форму:

$$\int_0^{T_d}\left(\alpha_d{}^2\cdot Y_0{}^2+\frac{\{Y\}_1{}^2}{2}+\frac{[Y]_1{}^2}{2}\right)dt\to\min$$

с уравнениями дифференциальных связей, определенными балансовым уравнением модели управляемого производственного процесса (41)

$$\frac{d\{\chi_0\}_0}{dt}=-Y_0;\qquad \frac{d\{\chi_0\}_1}{dt}=\frac{2\pi}{S_d}[Y]_1;\ \frac{d[\chi_0]_1}{dt}=-\frac{2\pi}{S_d}\{Y\}_1.$$

Запишем функцию Понтрягина, позволяющую определить программу управления параметрами поточной линии производственно-технической системы:

$$H=-\alpha_d{}^2\cdot Y_0{}^2-\frac{\{Y\}_1{}^2}{2}-\frac{[Y]_1{}^2}{2}-\psi_0\cdot Y_0+\psi_s\cdot\frac{2\pi}{S_d}\cdot[Y]_1-\psi_c\cdot\frac{2\pi}{S_d}\cdot\{Y\}_1.$$

Сопряженная система может быть получена в виде:

$$\frac{d\psi_0}{dt}=0;\qquad \frac{d\psi_s}{dt}=0;\qquad \frac{d\psi_c}{dt}=0,$$

что дает возможность определить коэффициенты разложения для оптимального управления из системы уравнений:

$$\frac{dH}{dY_0}=-\psi_0-2\alpha_d{}^2 Y_0=0,\ \frac{dH}{d\{Y\}_1}=-\psi_c\frac{2\pi}{S_d}-\{Y\}_1=0,\ \frac{dH}{d[Y]_1}=\psi_s\frac{2\pi}{S_d}-[Y]_1=0,$$

откуда

$$Y_0=-\frac{\psi_0}{2\alpha_d{}^2},\quad \{Y\}_1=-\psi_c\frac{2\pi}{S_d},\qquad [Y]_1=\psi_s\frac{2\pi}{S_d},$$

если его значение находится внутри интервала изменения управления и определяется из неравенств, определяющих ограничения на управление, если находится за его пределами. Подставим полученные выражения в уравнения дифференциальных связей, получим систему уравнений для определения фазовой траектории:

$$\frac{d\{\chi_0\}_0}{dt}=\frac{\psi_0}{2\alpha_d{}^2};\qquad \frac{d\{\chi_0\}_1}{dt}=\left(\frac{2\pi}{S_d}\right)^2\psi_s;\quad \frac{d[\chi_0]_1}{dt}=\left(\frac{2\pi}{S_d}\right)^2\psi_c,$$

решение которой

$$\{\chi_0\}_0=\frac{\psi_0}{2\alpha_d{}^2}\cdot t+\{\chi_{0Inp}\}_0;\ \{\chi_0\}_1=\left(\frac{2\pi}{S_d}\right)^2\psi_s\cdot t+\{\chi_{0Inp}\}_1;\ [\chi_0]_j=\left(\frac{2\pi}{S_d}\right)^2\psi_c\cdot t+[\chi_{0Inp}]_1$$

удовлетворяет начальным условиям и цели управления. Разрешаем систему

$$\{\chi_{0Out}\}_0=\frac{\psi_0}{2\alpha_d{}^2}\cdot T_d+\{\chi_{0Inp}\}_0;\ \{\chi_{0Out}\}_1=\left(\frac{2\pi}{S_d}\right)^2\psi_s\cdot T_d+\{\chi_{0Inp}\}_1;\ [\chi_{0Out}]_1=\left(\frac{2\pi}{S_d}\right)^2\psi_c\cdot T_d+[\chi_{0Inp}]_1$$

относительно сопряженных функций ψ_0, ψ_s, ψ_c

$$\psi_0=2\alpha_d{}^2\frac{\{\chi_{0Out}\}_0-\{\chi_{0Inp}\}_0}{T_d};\quad \psi_s=\frac{\{\chi_{0Out}\}_1-\{\chi_{0Inp}\}_1}{T_d}\left(\frac{S_d}{2\pi}\right)^2;\quad \psi_c=\frac{[\chi_{0Out}]_1-[\chi_{0Inp}]_1}{T_d}\left(\frac{S_d}{2\pi}\right)^2,$$

получим коэффициенты разложения для функции управления:

$$Y_0=-\frac{\{\chi_{0Out}\}_0-\{\chi_{0Inp}\}_0}{T_d},\quad \{Y\}_1=-\frac{\{\chi_{0Out}\}_1-\{\chi_{0Inp}\}_1}{T_d}\left(\frac{S_d}{2\pi}\right),\quad [Y]_1=\frac{[\chi_{0Out}]_1-[\chi_{0Inp}]_1}{T_d}\left(\frac{S_d}{2\pi}\right),$$

расчетные значения которых после подстановки значений:

$Y_0=10$ (шт./(час*грн)), $\{Y\}_1=20$ (шт./час), $[Y]_1=-10$ (шт./час).

Выводы

Показано, что наряду с традиционными моделями управления параметрами производственных поточных линий играют значимую роль модели управления, связанные с применением уравнений в частных производных (PDE-модели). Определены основные типы моделей управления параметрами производственных поточных линий. Предложена PDE-модель управления параметрами производственной поточной линией, учитывающая вдоль технологического маршрута ограничения на емкость накопителей и величину управления.

Разработана PDE-модель управления параметрами производственной поточной линии для режимов сокращения и наращивания объемов межоперационных заделов. Показано, что оптимальное управление для переходного режима функционирования определяется первыми членами разложения по ортонормированным системам функций, коэффициенты которых найдены по формулам Эйлера-Фурье. Выбор ортонормированной системы функций определяется особенностями протекания производственного процесса. Оценены краевые эффекты, связанные с заполнением технологических позиций свободной от обработки поточной линии. Рассмотрены основные особенности, связанные с построением PDE-модель управления параметрами производственной поточной линии. Записана целевая функция, определяющая критерий качества управления параметрами производственной поточной линии. Показано, что балансовые уравнения в частных производных, которые выступают дифференциальными связями для фазовых переменных, заменены системой уравнений для коэффициентов разложения параметров производственной поточной линии, что позволило получить функцию управления в виде зависимости от времени и позиции (координаты) в технологическом маршруте. При определения оптимальной программы управления параметрами производственной поточной линии для синхронизации производительности оборудования поточной линии показана зависимость управляющей функции от начальных условий. Получена функция Лагранжа для программного управления параметрами производственной линии. Выделены возможные типы управлений при различных значениях сопряженных функций. Показано, что поведение потоковых параметров производственной линии для этих управлений определяется начальными и граничными условиями распределения предметов труда вдоль технологического маршрута работы поточной линии.

Список использованной литературы

1. Berg R. Partial differential equations in modelling and control of manufacturing systems / R. Berg. – Netherlands, Eindhoven Univ. Technol., 2004. – 157 p.
2. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия / Дж. Форрестер. – М.: Прогресс, 1961. – 341 с.
3. Первозванский А. А. Математические методы в управлении производством / А. А. Первозванский. – М.: Наука, 1975. – 616 с.
4. Петров Б. Н. Теории моделей в процессах управления (Информационный и термодинамический аспекты) / Б. Н. Петров, Г. М. Уланов, И. И. Гольденблат, С. В. Ульянов – М.: Наука, 1978. – 224 с.
5. Разумов И. М. Организация и планирование машиностроительного производства / И. М. Разумов, Л. Я. Шухгалтер – М.: Машиностроение, 1974. – 592 с.
6. Соколицын С. А. Применение математических методов в экономике и организации машиностроительного производства / С. А. Соколицын. – Л.: Машиностроение, 1970. – 345 с.
7. Управление гибкими производственными системами. Модели и алгоритмы / Е. Д. Воронина и др. / общ. ред. С. В. Емельянов. – М.:Машиностроение, 1987. – 368 с.
8. Шкурба В. В. Планирование дискретного производства в условиях АСУ / В.В. Шкурба, В.А. Болдырева, А. А. Вьюн и др. / под ред. В. М. Глушкова. – К.: Техника, 1975. – 296 с.
9. Lefeber E. Modeling, Validation and Control of Manufacturing Systems. / E.Lefeber, R.A.Berg, J.E. Rooda — Proceeding of the 2004 American Control Conference, Massachusetts, 2004. – P. 4583–4588.
10. Lefeber E. Controlling a re-entrant manufacturing line via the push-pull point. / E.Lefeber, D.Perdaen, D.Armbruster, K.Kempf– International Journal of Production Research 46(16), 2008. – P. 4521 – 4536.
11. Mac Gregor S.J. Handbook of Stochastic Models and Analysis of Manufacturing System Operations. / S. J. Mac Gregor, B. Tan. – New York, 2013. –Vol. 192. – Series: International Series in Operations Research & Management Science. – P. 373.
12. Пигнастый О. М. Статистическая теория производственных систем / О. М Пигнастый. – Харків: ХНУ, 2007. – 388 с.
13. Красовский А. А. Фазовое пространство и статистическая теория динамических систем / А. А. Красовский. – М.: Наука,1974. – 232 с.
14. Михайлов В. С. Теория управления / В. С. Михайлов – К: Выща Школа, 1988. — 312 с.
15. Моисеев Н. Н. Элементы теории оптимальных систем / Н. Н. Моисеев. – М.: Наука, 1974. – 526 с.
16. Понтрягин Л. С. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.,1983. – 392 с.
17. Пугачев В. С. Основы статистической теории автоматических систем / В. С. Пугачев, И. Е Казаков, Л. Г. Евланов. – М.: Машиностроение, 1974. – 400 с.
18. Пигнастый О. М. Расчет производственного цикла с применением статистической теории производственно-технических систем / О. М. Пигнастый, В. Д. Ходусов // Доповіді Національної академії наук України. – Киев: Видавничий дім "Академперіодика". – 2009. – № 12. – С. 38–44.doi.org/10.13140/RG.2.2.36267.54562

19.Беллман Р. Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений / Р. Беллман– М.: Издательство иностранной литературы, 1954. – 215 с.
20.Казаков И. Е. Статистическая теория систем управления в пространстве состояний / И. Е. Казаков. – М.: Наука, 1975. – 432 с.
21.Armbruster D. Kinetic and fluid model hierarchies for supply chains supporting policy attributes / D. Armbruster., D. Marthaler, C. Ringhofer // Bulletin of the Institute of Mathematics. – Academica Sinica, – 2006. – P. 496–521.
22.Ramadge P. The control of discrete event systems / P. Ramadge, W. Wonham. // Proceedings of the IEEE – 1989. – vol. 77, № 1. – P. 81–98.
23.Harrison J. Brownian Motion and Stochastic Flow Systems. / J. Harrison. – New York, 1995. – P. 142.
24.Демуцкий В. П. Теория предприятия: Устойчивость функционирования массового производства и продвижения продукции на рынок / В. П. Демуцкий, В. С. Пигнастая, О. М. Пигнастый. – Харьков.: ХНУ, 2003. – 272 с.
25.Armbruster D. Continuous models for production flows.. / D. Armbruster, C. Ringhofer., Jo T- J. // In Proceedings of the 2004 American Control Conference. – Boston, MA, USA. – 2004. – P. 4589 – 4594.
26.Заруба В. Я. Энтропия технологического процесса / В. Я. Заруба, О. М. Пигнастый // Управление большими системами: труды международной научно-практической конференции “Теория активных систем” (ТАС2011), (Москва, 14-16 ноября 2011). – Москва: ИПУ РАН. – 2011. – Том. 2. – С 145 – 148.
27.Серебренников Г. Г. Организация производства / Г. Г. Серебренников. – Тамбов: Изд. ТГТУ, 2004. – 96 с.
28.Синица Л. М. Организация производства / Л. М. Синица. – Мн.: УП ИВЦ Минфин, 2003. – 512 с.
29.Tian F. An iterative approach to item-level tactical production and inventory planning. / F.Tian, S.P.Willems, K.G.Kempf –International Journal of Production Economics, 2011. – vol. 133. – P. 439–450.
30.Ляпилин И. И. Введение в теорию кинетических уравнений / И. И. Ляпилин. – Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2003. – 205 с.
31.Пигнастый О. М. Использование PDE-моделей для построения единой теории производственных линий / О. М. Пигнастый // Вісник Херсонського національного технічного університету. Херсон: ХНТУ. – 2014. – № 3 (50). – С. 405 – 412.
32.Пигнастый О. М. О построении целевой функции производственной системы / О. М. Пигнастый // Доповіді Національної академії наук України. – Київ: Видавничий дім "Академперіодика". – 2007. – № 5. – С. 50–55.
33.Фельдбаум А. А. Методы теории автоматического управления: научное издание / А. А. Фельдбаум, А. Г. Бутковский. – М.: Наука, 1971. – 744 с.
34.Лысенко Ю. Г. Моделирование технологической гибкости производственно-экономических систем / Ю. Г. Лысенко, Н. В. Румянцев. – Донецк: ДонНУ, 2007. – 238 с.
35.Пигнастый О. М. Многомоментные потоковые модели производственной линии / О. М. Пигнастый // Математичне моделювання. – Дніпродзержинськ: ДДТУ. – 2017. – № 1. – С. 81–87. – https://doi.org/10.13140/RG.2.2.19038.13128
36.Пигнастый О. М. Задача оптимального оперативного управления макропараметрами производственной системы с массовым выпуском продукции / О. М. Пигнастый // Доповіді Національної академії наук України. – Київ: Видавничий дім "Академперіодика". – 2006. – № 5 – С. 79–85.
37.Карчева Г. Проблеми і перспективи розвитку банківської системи України: зб. наук. пр. /НБУ; Мін-во освіти і науки України. – Суми, 2009. – Т. 26. – С. 200–206. https://goo.gl/3HcT8P
38.Пигнастый О. М. Обзор моделей управляемых производственных процессов поточных линий производственных систем / О.М. Пигнастый // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Белгород: БГУ. – 2015. – № 34/1. С. 137–152.

39. Лурье К. А. Оптимальное управление в задачах математической физики / К. А. Лурье. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1975. – 480 с.
40. Armbruster D. A continuous model for supply chains with nit buffers / D. Armbruster, S. Goettlich, M. Herty // SIAM Journal on Applied Mathematics. – 2011. – P. 855–877.
41. Клейнер Г. Б. Производственные функции: Теория, методы, применение / Г. Б. Клейнер. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 239 с.
42. Валько В. И. Вариационное исчисление и оптимальное управление / В. И. Валько, О. В. Ермошина, Г. Н. Кувыркин. – М.:МВТУ им.Баумана, 2006. – 488 с.
43. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л. Э. Эльсгольц – М.: Наука, 1969. – 425 с.
44. Лаврентьев М. Основы вариационного исчисления / М. Лаврентьев, Л. Люстерник. – М.: Изд-во НКТП СССР, 1935. – Том 2. – 399 с.
45. Armbruster D. Kinetic and fluid model hierarchies for supply chains. / D. Armbruster., D. Marthaler, C. Ringhofer // SIAM Multiscale Model Simul.– 2004. – vol. 2 № 1. – P. 43–61.

THE PROBLEM OF THE CONTROL OF THE DISTRIBUTED PARAMETERS OF THE PRODUCTION LINE

Pihnastyi O.M., Kozhevnikov G.K.

Abstract

The program control of the flow line parameters for the transient modes of production functioning is presented. When designing the control system, a distributed model of the production line (PDE-model) is used approximation. Are given the mathematical problem of software control of the distributed parameters of the production line. A criterion for the quality of the transition process has been formulated and differential relations between the flow parameters of the production line have been determined. The constraints on control and flow parameters are defined. For the initial and boundary conditions, the goal of control of the production parameters is given. In designing the control system, the equations of differential relations are used, which are determined by the system of balance equations of a two-level model of a controlled production process. By determining the optimal program for controlling the parameters of the production line, a Fourier series expansion was used. Using the Fourier decomposition, the Pontryagin function is written for the system under study. Taking into account the restrictions on the phase coordinates (the volume of the drive between the technological operations and the limitation of the rated capacity of the process equipment), the Lagrange function is constructed. The system of equations for conjugate functions is written and the coefficients of the decomposition of the optimal control are determined in a Fourier series. Optimum control of the flow line parameters is constructed taking into account the limitations of the production system on the maximum volume of hoppers between operations and the amount of the productivity of technological equipment. Possible types of controls are identified. As a comparative analysis, a calculation was performed for an optimal control program that uses the queue model M/M/1. The main features associated with the construction of a PDE-model for managing the parameters of an industrial production line are considered. When building the optimal program for controlling the parameters of the production flow line in order to synchronize the capacity equipment of the flow line, the dependence of the control on the initial conditions is shown.

References

[1] Berg R. Partial differential equations in modelling and control of manufacturing systems – Netherlands, Eindhoven Univ. Technol., 2004, p. 157.
[2] Forrester Dzh. Osnovy kibernetiki predprijatija, M.: Progress, 1961. – 341 p.
[3] Pervozvanskij A. A. Matematicheskie metody v upravlenii proizvodstvom, M.: Nauka, 1975. – 616 p.

[4] Petrov B. N. Teorii modelej v processah upravlenija (Informacionnyj i termodinamicheskij aspekty),M.: Nauka, 1978. – p. 224.
[5] Razumov I. M. Organizacija i planirovanie mashinostroitel'nogo proizvodstva, M.: Mashinostroenie, 1974. – p. 592.
[6] Sokolicyn S. A. Primenenie matematicheskih metodov v jekonomike i organizacii mashinostroitel'nogo proizvodstva, L.: Mashinostroenie, 1970. – p. 345.
[7] E. D. Voronina Upravlenie gibkimi proizvodstvennymi sistemami. Modeli i algoritmy, obshh. red. S. V. Emel'janov, M.:Mashinostroenie, 1987. – p. 368.
[8] Shkurba V. V. & V.V. Shkurba Planirovanie diskretnogo proizvodstva v uslovijah ASU, K.: Tehnika, 1975. – p. 296, p. 6.
[9] Lefeber E. Modeling, Validation and Control of Manufacturing Systems., Proceeding of the 2004 American Control Conference, Massachusetts, 2004. – p. 4583–4588.
[10] Lefeber E. Controlling a re-entrant manufacturing line via the push-pull point., International Journal of Production Research 46(16), 2008. – p. 4521–4536.
[11] Mac Gregor S.J. Handbook of Stochastic Models and Analysis of Manufacturing System Operations.,New York, 2013. –Vol. 192, p. 373.
[12] Pihnastyi O.M. Statistical theory of production systems, Kharkiv: KhNU, 2007, p. 388 doi: 10.13140/RG.2.2.18903.78244
[13] Krasovskij A. A. Fazovoe prostranstvo i statisticheskaja teorija dinamicheskih sistem, M.: Nauka,1974, p. 232.
[14] V. S. Teorija upravlenija, K: Vyshha Shkola, 1988, p. 312.
[15] Moiseev N. N. Jelementy teorii optimal'nyh sistem, M.: Nauka, 1974, p. 526.
[16] Pontrjagin L. S. Matematicheskaja teorija optimal'nyh processov, M.: Nauka, Gl. red. fiz.-mat. Lit., 1983, p. 392.
[17] Pugachev V. S. Osnovy statisticheskoj teorii avtomaticheskih sistem, M.: Mashinostroenie, 1974, p. 400.
[18] Pihnastyi O. M. The calculation of a production cycle with application of the statistical theory of industrial-technical systems, Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine – 2009, vol.12, pp. 38 – 44. doi: 10.13140/RG.2.2.36267.54562
[19] Bellman R. Teorija ustojchivosti reshenij differencial'nyh uravnenij, M.: Izdatel'stvo inostrannoj literatury, 1954. – p. 215.
[20] Kazakov I. E. Statisticheskaja teorija sistem upravlenija v prostranstve sostojanij, M.: Nauka, 1975, p. 432.
[21] Armbruster D. Kinetic and fluid model hierarchies for supply chains supporting policy attributes, Bulletin of the Institute of Mathematics. – Academica Sinica, 2006, pp. 496–521.
[22] Ramadge P. The control of discrete event systems, Proceedings of the IEEE vol. 77, № 1., 1989, pp. 81–98.
[23] Harrison J. Brownian Motion and Stochastic Flow Systems.,New York,1995. – p. 142.
[24] Demutsky, V.P. Pihnastaja, V.S. Pihnastyi, O.M. 2003. Theory of the enterprise: the stability of the functioning of mass production and promotion of products on the market. Kharkov.:KhNU, p.272. doi: 10.13140/RG.2.1.5018.7123. (in Russian)
[25] Armbruster D. Continuous models for production flows., In Proceedings of the 2004 American Control Conference. – Boston, MA, USA. 2004, pp. 4589–4594.
[26] Zaruba V. Ja. Jentropija tehnologicheskogo processa, [Upravlenie bol'shimi sistemami: trudy mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii] "Teorija aktivnyh sistem" (TAS2011),. – Moskva: IPU RAN. – 2011. – Tom. 2. – pp 145 – 148. (In Russian)1
[27] Serebrennikov G. G. Organizacija proizvodstva, Tambov: Izd. TGTU, 2004. – p. 96.
[28] Sinica L. M. Organizacija proizvodstva / L. M. Sinica. – Mn.: UP IVC Minfin, 2003. – 512 p.
[29] Tian F. An iterative approach to item-level tactical production and inventory planning. / F.Tian, S.P.Willems, K.G.Kempf –International Journal of Production Economics, 2011. – vol. 133. – P. 439–450.
[30] Ljapilin I. I. Vvedenie v teoriju kineticheskih uravnenij, Ekaterinburg: UGTU-UPI, 2003,p. 205.

[31] Pihnastyi O.M. Using PDE-models for a unified theory of production lines., Bulletin of the Kherson National Technical University. Kherson: KhNTU. – 2014 – No. 3 (50). – pp. 405–412. doi: 10.13140/RG.2.2.15769.52326
[32] Pihnastyi O.M. The construction of the target function of the production system, Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2006, pp. 79–85. doi: 10.13140/RG.2.2.11808.28161
[33] Fel'dbaum A. A. Metody teorii avtomaticheskogo upravlenija: nauchnoe izdanie, M.: Nauka, 1971, 744 p.
[34] Lysenko Ju. G. Modelirovanie tehnologicheskoj gibkosti proizvodstvenno-jekonomicheskih sistem,Doneck: DonNU, 2007, p. 238.
[35] Pihnastyi O.M. Multi-moventsflowmodelproductionline, Mathematical modeling. – Dneprodzerzhinsk: DSTU. 2017. – № 1. – pp. 81–87. doi: 10.13140/RG.2.2.19038.13128
[36] Pihnastyi O.M. The task of optimal operational control of macroparameters of a production system with mass production, Dopovidi Nacional'noï akademiï nauk Ukraïni. – Kiïv: Vidavnichij dim "Akademperiodika". 2006, № 5 – pp. 79–85. doi: 10.13140/RG.2.2.29852.28802
[37] Karcheva G. Problemi i perspektivi rozvitku bankivs'koï sistemi Ukraïni: zb. nauk. pr. /NBU; Min-vo osviti i nauki Ukraïni. – Sumi, 2009. – T. 26. – pp. 200–206. https://goo.gl/3HcT8P (accessed 14.05.2009)
[38] Pihnastyi OM. Overview of models of controlled production processes of production line production lines, Scientific bulletins of the Belgorod State University. Belgorod: BSU. – 2015. – No. 34/1. P.137–152, doi: 10.15407/dopovidi2014.12.036
[39] Lur'e K. A. Optimal'noe upravlenie v zadachah matematicheskoj fiziki, M.: Nauka. Glavnaja redakcija fiziko-matematicheskoj literatury, 1975, p. 480.
[40] Armbruster D. A continuous model for supply chains with nit buffers, SIAM Journal on Applied Mathematics, 2011, pp. 855–877.
[41] Klejner G. B. Proizvodstvennye funkcii: Teorija, metody, primenenie, M.: Finansy i statistika, 1986, p. 239.
[42] Val'ko V. I. Variacionnoe ischislenie i optimal'noe upravlenie, M.:MVTU im.Baumana, 2006, p. 488.
[43] Jel'sgol'c L. Je. Differencial'nye uravnenija i variacionnoe ischislenie, M.: Nauka, 1969, p. 425.
[44] Lavrent'ev M. Osnovy variacionnogo ischislenija, M.: Izd-vo NKTP SSSR, 1935. – Tom 2, p. 399.
[45] Armbruster D. Kinetic and fluid model hierarchies for supply chains, SIAM Multiscale Model Simul. – 2004. – vol. 2 № 1, pp. 43–61.