

МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ В ТЕХНОЛОГІЇ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ



DOI:

УДК 539.38

Є.І. Калінін, д.т.н., доцент, kalinhntusg@gmail.com,

Харківський національний технічний університет сільського господарства

ім. Петра Василенка, м. Харків

ПОПЕРЕЧНІ КОЛИВАННЯ КРУГЛОГО ВАЛУ, ЩО ОБЕРТАЄТЬСЯ, З РОЗПОДІЛЕНИМИ ЗА ДОВЖИНОЮ МАСАМИ

Робота присвячена вивченню впливу деформації зсуву на частоти власних поперечних коливань круглого вала з розподіленою масою і розподіленою по довжині гіроскопічною дією часто насаджених дисків. Таке дослідження дозволяє встановити можливість переходу системи з кінцевим числом дисків в систему з розподіленими по довжині дисками. Без урахування деформації зсуву такий граничний перехід неможливий, бо в цьому випадку дискретна і суцільна системи не є принципово порівнянними.

Ключові слова: поперечні коливання; деформація; зсув; частота.

The work is devoted to the study of shear deformations effect on the frequencies of the transverse oscillations for a circular shaft with a distributed mass and a longitudinal gyroscopic action of frequently planted disks. Such research allows to establish the possibility of transition for a system with finite number of disks into a system with distributed disks along the length. Without the shift deformations, such a boundary transition is impossible, since in this case the discrete and solid systems are not fundamentally comparable.

Keywords: transverse oscillations; deformation; displacement; frequency.

Постановка проблеми

Розвиток сільськогосподарського виробництва та підвищення його ефективності тісно пов'язані з постійним удосконаленням системи транспортного обслуговування аграрного сектору, яка об'єднує технології виконання перевезень, технічні засоби, організацію транспортних та транспортно-технологічних процесів та являє собою важливу складову частину системи ведення сільського господарства. Інтенсифікація виробництва продукції рослинництва призвела до формування великомасових транспортно-технологічних агрегатів на базі колісних енергонасичених тракторів, в результаті чого річна зайнятість останніх збільшилась майже в половину.

Необхідно звернути увагу, що проблема динаміки транспортно-технологічних агрегатів вирішена за допомогою методів класичної механіки при умові постійності зовнішніх зусиль, що суттєво впливає на точність визначення його кінематичних та енергетичних показників. Окремим питанням стоїть аналіз частотних та динамічних характеристик елементів трансмісійної установки трактора при виконанні технологічного процесу, який характеризується стохастичним режимом гакового навантаження. В найбільш загальному випадку аналіз такого режиму проводиться без урахування складності деформування та на динамічній схемі суцільного сервопривода, що може суттєво впливати на якість проведених досліджень.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Для оцінки динаміки навантаженості трансмісійної установки трактора при виконанні технологічного процесу зі змінним гакним навантаженням запропоновані різні методи і прилади, які обґрунтовані у працях [1—5], в яких звернено увагу на відсутність загальних принципів формування працездатності елементів трансмісійної установки з урахуванням перехідних процесів, викликаних динамікою системи сил, прикладених до агрегату. При цьому особлива увага приділяється питанню розрахунку валів агрегатів трансмісії на статичну та динамічну міцність.

Аналіз відомих наукових робіт і публікацій з забезпечення працездатності валів трансмісії транспортно-технологічних агрегатів при виконанні технологічного процесу показав, що загальні принципи формування наробітку на відмову обґрунтовані в найбільш загальній постановці — при елементарних видах деформування.

Однак, в найбільш загальному випадку, транспортно-технологічний агрегат являє собою певну кількість елементів, що знаходяться у зв'язках та утворюють певну цілісність — машинний агрегат, або система. Транспортний режим роботи такого агрегату за характером динамічної навантаженості істотно відрізняється від руху на технологічних операціях. Він характеризується відносно малою величиною середньої тягової сили і найбільшими коливаннями її амплітуд [6, 7]. Такі навантаження суттєво впливають на системні властивості даної системи та її підсистем, створюючи умови для більш розгорнутої системи сил, що викликає складні види деформування [8, 9]. Саме тому необхідним є новий підхід для вивчення частотних та динамічних характеристик валів агрегатів трансмісії транспортно-технологічного агрегату з урахуванням одночасно декількох видів деформацій [10].

Формулювання мети дослідження

Метою дослідження є вивчення впливу деформацій зсуву на частоти власних поперечних коливань валу, що обертається, з розподіленою масою і розподіленою по довжині гіроскопічною дією часто насаджених дисків. Таке дослідження дозволяє встановити можливість переходу системи з кінцевим числом дисків в систему з розподіленими по довжині дисками. Без урахування деформацій зсуву такий граничний перехід неможливий, бо в цьому випадку дискретна і суцільна системи не є принципово порівнянними.

Виклад основного матеріалу

При виведенні диференціальних рівнянь поперечних коливань будемо виходити з відомих співвідношень, що існують при вигині стрижня, з тією, однак, поправкою, що в вираз розподілених по довжині моментів введемо додаткові складові, які враховують гіроскопічну дію розподілених дисків.

Вал у всіх випадках будемо вважати вільно опертим по кінцях. Приймемо нерухому систему координат, вісі якої направимо таким чином: x — вниз, y — вправо, s — уздовж вісі валу, до спостерігача.

Для площини вигину sx матимемо співвідношення:

$$\begin{cases} -\frac{\partial M_y}{\partial s} + Q_x = \bar{m}r^2 \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial t^2} + 2\bar{m}r^2 \omega \frac{\partial \theta_x}{\partial t}, \\ \frac{\partial Q_x}{\partial s} = \bar{m} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}, \\ M_y = -EI \frac{\partial \theta_y}{\partial s}, \\ Q_x = kGF \left(\frac{\partial x}{\partial s} - \theta_y \right). \end{cases} \quad (1)$$

Аналогічні співвідношення для площини sy :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial M_x}{\partial s} + Q_y = \bar{m}r^2 \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} - 2\bar{m}r^2 \omega \frac{\partial \theta_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial Q_y}{\partial s} = \bar{m} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \\ M_x = -EI \frac{\partial \theta_x}{\partial s}, \\ Q_y = kGF \left(\frac{\partial y}{\partial s} - \theta_x \right). \end{array} \right. \quad (2)$$

У співвідношеннях (1) і (2) прийняті позначення: M_y, M_x, Q_x, Q_y — згинальні моменти і поперечні сили в площинах sx і sy ; x, y, θ_y, θ_x — прогини і кути нахилу дотичної до пружної лінії в тих же площинах; \bar{m} — маса на одиницю довжини валу; r — радіус інерції приведених розподілених дисків; E, G — модулі пружності матеріалу першого і другого роду, відповідно; k — коефіцієнт, що залежить від форми перерізу і характеризує деформацію від дотичних сил при згині; ω — швидкість обертання валу.

Якщо в рівняннях (1) і (2) покласти $\omega = 0$, то пропадуть члени $+2\bar{m}r^2 \omega \partial \theta_x / \partial t$ і $-2\bar{m}r^2 \omega \partial \theta_y / \partial t$, що характеризують гіроскопічну дію розподілених дисків, і рівняння співпадуть з загальновідомими рівняннями.

Помножимо рівняння (2) на $i = \sqrt{-1}$ і складемо з відповідними рівняннями (1). Тоді отримаємо

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial M}{\partial s} + Q = \bar{m}r^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - 2i\omega \bar{m}r^2 \frac{\partial \theta}{\partial t}, \\ \frac{\partial Q}{\partial s} = \bar{m} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}, \\ M = -EI \frac{\partial \theta}{\partial s}, \\ Q = kGF \left(\frac{\partial z}{\partial s} - \theta \right), \end{array} \right. \quad (3)$$

де

$$M = M_y + iM_x, \quad Q = Q_x + iQ_y, \quad \theta = \theta_y + i\theta_x, \quad z = x + iy. \quad (4)$$

У загальному випадку величини \bar{m}, r, I та F — змінні, що залежать від s . В системі (3) прийемо для стислості позначення:

$$\bar{m}r^2 = R, \quad kGF = S, \quad \frac{\partial}{\partial t} = p, \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2} = q. \quad (5)$$

Тоді система (3) отримає вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\partial M}{\partial s} + Q = (q - 2i\omega p)R\theta, \\ \frac{\partial Q}{\partial s} = \bar{m}qz, \\ M = -EI \frac{\partial \theta}{\partial s}, \\ Q = S \left(\frac{\partial z}{\partial s} - \theta \right). \end{array} \right. \quad (6)$$

Цю систему зведемо до одного рівняння зі змінною z , зробивши виключення змінних M , Q і θ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial s} &= \frac{\partial^2 z}{\partial s^2} + \frac{1}{S^2} \frac{\partial S}{\partial s} Q - \frac{1}{s} \frac{\partial Q}{\partial s} = \frac{\partial^2 z}{\partial s^2} - \frac{1}{S} m q z + \frac{1}{S^2} \frac{\partial S}{\partial s} Q, \\ \frac{\partial}{\partial s} \left(EI \frac{\partial \theta}{\partial s} \right) &= \frac{\partial}{\partial s} \left(EI \frac{\partial^2 z}{\partial s^2} \right) - q \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{EI}{S} m z \right) + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{EI}{S^2} \frac{\partial S}{\partial s} Q \right) = \frac{\partial}{\partial s} \left(EI \frac{\partial^2 z}{\partial s^2} \right) - q \frac{\partial}{\partial s} (m z) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{EI}{S^2} \frac{\partial S}{\partial s} \right) Q + \frac{EI}{S^2} \frac{\partial S}{\partial s} \frac{\partial Q}{\partial s}. \end{aligned} \quad (7)$$

Вставляючи в перше з рівнянь (6), і з огляду на друге з цих рівнянь, матимемо:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(EI \frac{\partial^2 z}{\partial s^2} \right) - q \frac{\partial}{\partial s} (m z) + \left[1 + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{EI}{S^2} \frac{\partial S}{\partial s} \right) + (q - 2i\omega p) \frac{R}{S} \right] Q + \frac{EI}{S^2} \frac{\partial S}{\partial s} m q z - (q - 2i\omega p) R \frac{\partial z}{\partial s} = 0. \quad (8)$$

Останнє рівняння ділимо на коефіцієнт при Q і, диференціюючи по s , а потім виключаючи Q , отримаємо:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial s} \left\{ \left[1 + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{EI}{S^2} \frac{\partial S}{\partial s} \right) + (q - 2i\omega p) \frac{R}{S} \right]^{-1} \frac{\partial}{\partial s} \left(EI \frac{\partial^2 z}{\partial s^2} \right) \right\} - \frac{\partial}{\partial s} \left\{ \left[1 + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{EI}{S^2} \frac{\partial S}{\partial s} \right) + \right. \right. \\ &+ \left. \left. (q - 2i\omega p) \frac{R}{S} \right]^{-1} q \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{EI}{S} m z \right) \right\} + m q z + \frac{\partial}{\partial s} \left\{ \left[1 + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{EI}{S^2} \frac{\partial S}{\partial s} \right) + (q - 2i\omega p) \frac{R}{S} \right]^{-1} \times \right. \\ &\left. \times \frac{EI}{S^2} \frac{\partial}{\partial s} m q z \right\} - \frac{\partial}{\partial s} \left\{ \left[1 + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{EI}{S^2} \frac{\partial S}{\partial s} \right) + (q - 2i\omega p) \frac{R}{S} \right]^{-1} (q - 2i\omega p) R \frac{\partial z}{\partial s} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Вважаємо, що переміщення в часі змінюється за законом

$$z = Z e^{i\lambda t}, \quad (10)$$

отже,

$$\begin{cases} p z = \dot{z} = i\lambda Z e^{i\lambda t} = i\lambda z, \\ q z = \ddot{z} = -\lambda^2 Z e^{i\lambda t} = -\lambda^2 z, \\ p = i\lambda, \\ q = -\lambda^2, \\ q - 2i\omega p = -\lambda^2 + 2\omega\lambda. \end{cases} \quad (11)$$

Зробивши підстановку (11) в рівняння (9), отримаємо звичайне диференціальне рівняння (штрихами позначені похідні по s):

$$\begin{aligned} &\left\{ \left[1 + \left(\frac{EI}{S^2} S' \right)' - (\lambda^2 - 2\omega\lambda) \frac{R}{S} \right]^{-1} (EI z'')' \right\} + \left\{ \left[1 + \left(\frac{EI}{S^2} S' \right)' - (\lambda^2 - 2\omega\lambda) \frac{R}{S} \right]^{-1} \left(\frac{EI}{S} m z \right)' \right\} \lambda^2 - m \lambda^2 z - \\ &- \left\{ \left[1 + \left(\frac{EI}{S^2} S' \right)' - (\lambda^2 - 2\omega\lambda) \frac{R}{S} \right]^{-1} \frac{EI}{S^2} S' m z \right\} \lambda^2 + \left\{ \left[1 + \left(\frac{EI}{S^2} S' \right)' - (\lambda^2 - 2\omega\lambda) \frac{R}{S} \right]^{-1} (\lambda^2 - 2\omega\lambda) R z' \right\} = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Отримане диференціальне рівняння досить складне. Можливо лише наближене його інтегрування.

Для отримання якісного розв'язку доцільно розглянути випадок валу з постійним перетином і з постійним радіусом інерції дисків. Тоді в рівняннях (1) і (2) потрібно покласти $\bar{m} = const$, $r = const$, $I = const$, $F = const$, в результаті чого виключення величин моментів, поперечних сил і кутів нахилу дотичної сильно спрощується.

Виключення простіше зробити безпосередньо, користуючись рівняннями (1) і (2). Диференціюючи перше і четверте з рівнянь (1) один раз по s і третє — два рази по s , отримаємо:

$$-\frac{\partial^2 M_y}{\partial s^2} + \frac{\partial Q_x}{\partial s} = \bar{m}r^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial \theta_y}{\partial s} \right) + 2\bar{m}r^2 \omega \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial s} \right), \quad (13)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial s} = kGF \frac{\partial^2 x}{\partial s^2} - kGF \frac{\partial \theta_y}{\partial s} = \bar{m} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 M_y}{\partial s^2} = -EI \frac{\partial^3 \theta_y}{\partial s^3}. \quad (15)$$

З рівняння (14) маємо:

$$\frac{\partial \theta_y}{\partial s} = \frac{\partial^2 x}{\partial s^2} - \frac{\bar{m}}{kGF} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial^3 \theta_y}{\partial s^3} = \frac{\partial^4 x}{\partial s^4} - \frac{\bar{m}}{kGF} \frac{\partial^4 x}{\partial s^2 \partial t^2}. \quad (17)$$

Аналогічно для групи рівнянь (2):

$$-\frac{\partial^2 M_x}{\partial s^2} + \frac{\partial Q_y}{\partial s} = \bar{m}r^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial s} \right) - 2\bar{m}r^2 \omega \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \theta_y}{\partial s} \right), \quad (18)$$

$$-\frac{\partial Q_y}{\partial s} = kGF \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} - kGF \frac{\partial \theta_x}{\partial s} = \bar{m} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial s^2} = -EI \frac{\partial^3 \theta_x}{\partial s^3}, \quad (20)$$

$$\frac{\partial \theta_x}{\partial s} = \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} - \frac{\bar{m}}{kGF} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad (21)$$

$$\frac{\partial^3 \theta_x}{\partial s^3} = \frac{\partial^4 y}{\partial s^4} - \frac{\bar{m}}{kGF} \frac{\partial^4 y}{\partial s^2 \partial t^2}. \quad (22)$$

Тепер з рівняння (13) виключаємо M_y , $\frac{\partial Q_x}{\partial s}$, $\frac{\partial \theta_y}{\partial s}$ і $\frac{\partial \theta_x}{\partial s}$, використовуючи (14), (15), (16), (21) і (17), що дає рівняння виду:

$$\frac{EI}{\bar{m}} \frac{\partial^4 x}{\partial s^4} - r^2 \left(1 + \frac{E}{kGF} \frac{r_0^2}{r^2} \right) \frac{\partial^4 x}{\partial s^2 \partial t^2} - 2r^2 \omega \frac{\partial^3 y}{\partial s^2 \partial t} + \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{\bar{m}r^2}{kGF} \frac{\partial^4 x}{\partial t^4} + 2 \frac{\bar{m}r^2}{kGF} \omega \frac{\partial^3 y}{\partial t^3} = 0, \quad (23)$$

де $r_0^2 = I/F$ — радіус інерції перерізу валу.

Аналогічно, з рівняння (18) виключаємо M_x , використовуючи рівняння (19), (20), (21), (16) і (22):

$$\frac{EI}{\bar{m}} \frac{\partial^4 y}{\partial s^4} - r^2 \left(1 + \frac{E}{kGF} \frac{r_0^2}{r^2} \right) \frac{\partial^4 y}{\partial s^2 \partial t^2} + 2r^2 \omega \frac{\partial^3 x}{\partial s^2 \partial t} + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\bar{m}r^2}{kGF} \frac{\partial^4 y}{\partial t^4} - 2 \frac{\bar{m}r^2}{kGF} \omega \frac{\partial^3 x}{\partial t^3} = 0. \quad (24)$$

Помноживши рівняння (24) на $i = \sqrt{-1}$ і склавши з рівнянням (23) і знову ввівши позначення $z = x + iy$, отримаємо комплексне диференціальне рівняння коливань стрижня постійного

перетину, що обертається, з розподіленою масою і розподіленими дисками при врахуванні деформацій зсуву (позначаємо похідні по довжині штрихами, а похідні за часом — точкою):

$$\frac{EI}{m} z^{IV} - r^2 \left(1 + \frac{E}{kGF} \frac{r_0^2}{r^2} \right) z'' + 2i\omega r^2 z' + \ddot{z} + \frac{\bar{m}r^2}{kGF} \dot{z} - 2i\omega \frac{\bar{m}r^2}{kGF} \ddot{z} = 0. \quad (25)$$

Це диференціальне рівняння можна було б вивести і як окремий випадок рівняння (12). Диференціальне рівняння (25) має частинний розв'язок:

$$z = A \sin \frac{\pi n}{l} s e^{i\lambda t}. \quad (26)$$

Цей частинний розв'язок відповідає випадку вільного (шарнірного) обпирання вала по кінцях. Величина λ — частота власних коливань, а n — число напівхвиль синусоїди, що представляє форму коливань відповідного тону.

Підставивши (26) в диференціальне рівняння (25), отримаємо алгебраїчне рівняння четвертого ступеня відносно власної частоти λ :

$$\frac{\bar{m}r^2}{kGF} \lambda^4 - 2 \frac{\bar{m}r^2}{kGF} \omega \lambda^3 - \left[1 + \frac{\pi^2 n^2 r^2}{l^2} \left(1 + \frac{E}{kGF} \frac{r_0^2}{r^2} \right) \right] \lambda^2 + 2 \frac{\pi^2 n^2 r^2}{l^2} \omega \lambda + \frac{EI}{\bar{m}l^4} \pi^4 n^4 = 0. \quad (27)$$

Розв'язуючи це рівняння відносно λ , ми можемо отримати для кожного n залежність власної частоти від швидкості обертання валу.

Для з'ясування геометричної інтерпретації цієї залежності покладемо, що $\omega \rightarrow \infty$. Тоді рівняння виродиться в наступне:

$$-2 \frac{\bar{m}r^2}{kGF} \lambda^3 + 2 \frac{\pi^2 n^2 r^2}{l} \lambda = 0, \quad (28)$$

звідки

$$\lambda_1(\infty) = \frac{\pi n}{l} \sqrt{\frac{kGF}{\bar{m}}}, \quad (29)$$

і

$$\lambda_2(\infty) = 0, \quad (30)$$

а якщо ще й $\lambda \rightarrow \infty$, то рівняння набуде вигляду:

$$\frac{\bar{m}r^2}{kGF} \lambda - 2 \frac{\bar{m}r^2}{kGF} \omega = 0, \quad (31)$$

що дає

$$\lambda = 2\omega. \quad (32)$$

Цей елементарний аналіз показує, що для даного значення n крива, що зображує залежність між власною частотою λ і швидкістю обертання ω , в кожній з півплощині (верхній і нижній) складається з двох гілок, з яких одна розташована між асимптотами — віссю абсцис (вісь ω) і прямою, що паралельна вісі абсцис і проходить від неї на відстані $\frac{\pi n}{l} \sqrt{\frac{kGF}{\bar{m}}}$, а інша розташована вище останньої прямої, нескінченно наближаючись до неї і до прямої, що проходить через початок координат під кутом з нахилом 2:1 до вісі абсцис.

Що стосується чисельного визначення залежності λ і ω з рівняння (27), то воно найпростіше виконується шляхом вираження зворотної залежності, а саме ω через λ :

$$\omega = \frac{\frac{\bar{m}r^2}{kGF} \lambda^4 - \left[1 + \frac{\pi^2 n^2 r^2}{l^2} \left(1 + \frac{E}{kGF} \frac{r_0^2}{r^2} \right) \right] \lambda^2 + \frac{EI}{\bar{m}l^4} \pi^4 n^4}{2 \left(\frac{\bar{m}r^2}{kGF} \lambda^2 - \frac{\pi^2 n^2 r^2}{l^2} \right) \lambda}. \quad (33)$$

Розглянемо чисельний приклад. Нехай дано вал з наступними даними: проліт $l = 180$ см; радіус інерції приведених дисків $r = 16$ см; діаметр валу $d = 12$ см; коефіцієнт k для круглого перетину дорівнює 0,9.

Підставивши ці дані в вираз (33), отримаємо, після спрощення:

$$\omega = \frac{\lambda^4 - 0,417 \cdot 10^8 (1 + 0,0856n^2)\lambda^2 + 1,03 \cdot 10^{12} \cdot n^4}{(2\lambda^2 - 0,065 \cdot 10^8 \cdot n^2)\lambda} \tag{34}$$

Розв'язок рівняння проведено для $n = 1, 3$.

За значеннями ω і λ побудовані точки кривих, кожна з яких відповідає одному значенню n . Графічне зображення дано на рис. 1, де по вісі абсцис відкладена величина ω , а по вісі ординат — величина λ .

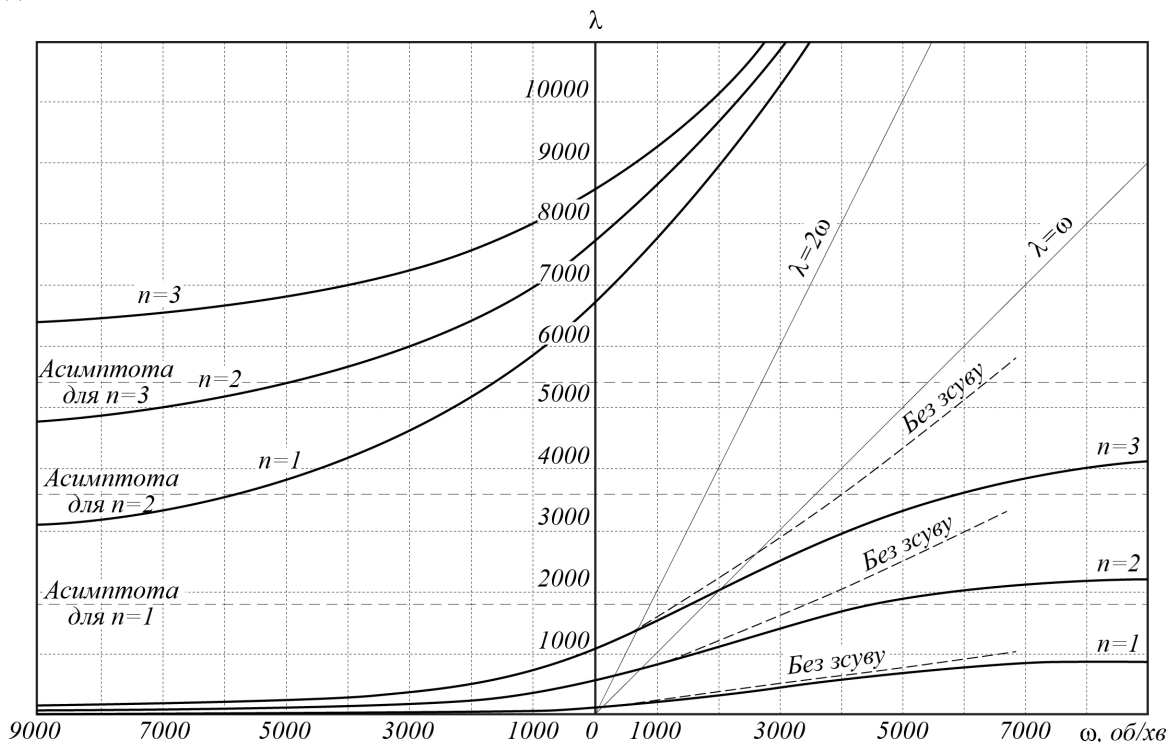


Рис. 1. Залежність частоти власних коливань від швидкості обертання круглого валу з врахуванням деформацій зсуву

Зображені криві можна розглядати як криві $\lambda = \lambda(\omega)$. Графік охоплює область позитивних значень λ при будь-яких значеннях ω . Кожна крива для одного значення n (один тон коливань) в зазначеній області має дві гілки. Нижня гілка на значній відстані підходить дуже близько до кривої, що обчислена в припущенні відсутності деформацій зсуву (крива зображена пунктиром), але потім з нею розходиться. Для побудови цієї кривої в рівнянні (27) покладено $G = \infty$, що дає

$$\omega = \frac{\left(1 + \frac{\pi^2 n^2 r^2}{l^2}\right) \lambda^2 - \frac{EI}{\bar{m} l^4} \pi^4 n^4}{2\lambda \frac{\pi^2 n^2 r^2}{l^2}} \tag{35}$$

або в чисельному вигляді для прийнятих даних:

$$\omega = \frac{(1 + 0,078n^2)\lambda^2 - 24800n^4}{0,156n^2\lambda}. \quad (36)$$

Верхня гілка кривої розташована в області великих значень λ і проходить над горизонтальною прямою, яка відступає від вісі ω на величину $\frac{\pi n}{l} \sqrt{\frac{kGF}{m}}$, що для значень n , рівних 1, 2 і 3, становить 1800, 3600 5400 сек⁻¹.

Криві, що зображують залежність λ від ω з урахуванням зсуву, якісно не відрізняються від таких же кривих, побудованих для валу з кінцевим числом дисків. Рівнозначність (якісна) динамічних схем суцільної і дискретної систем досягається завдяки тому, що при врахуванні зсуву кожен нескінченно малий елемент суцільної системи наділений тими ж властивостями (тими ж ступенями свободи), що один елемент (одна секція між двома сусідніми дисками) дискретної системи (рис. 2).

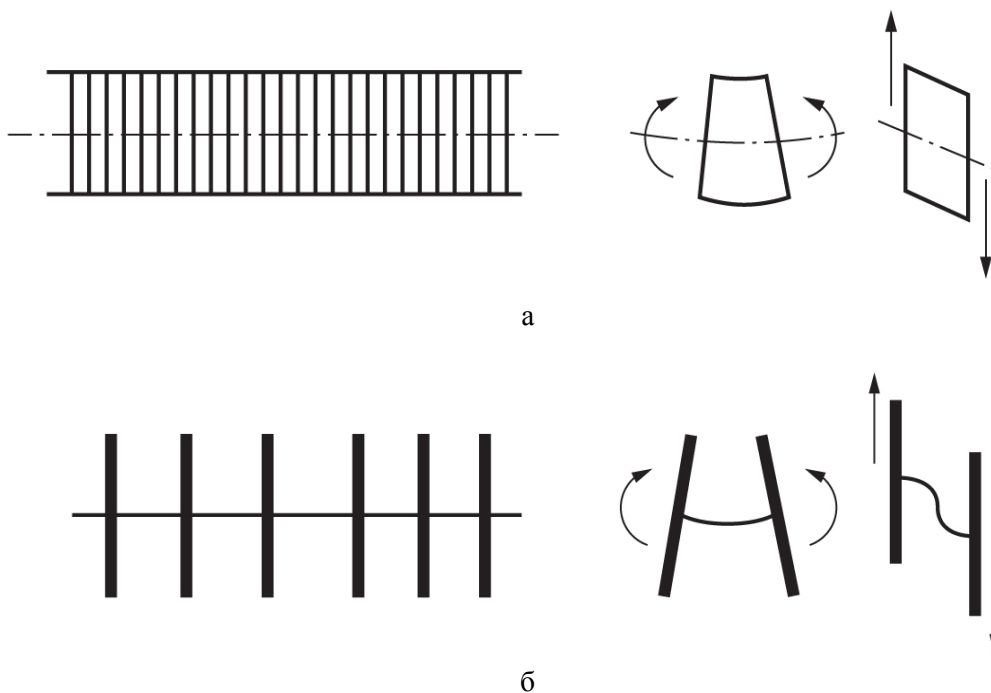


Рис. 2. Динамічні схеми суцільної (а) та дискретної (б) систем і їх деформації

При відсутності врахування зсуву в суцільній системі нескінченно малий елемент тільки згинається, але не піддається зсуву. Внаслідок цього загальна кількість ступенів свободи виходить удвічі меншою, якщо зіставляти форми коливань однакових тонів.

Висновки та перспективи подальших досліджень

Оскільки для кожної з форм коливань валу з розподіленими дисками одна з гілок кривої асимптотично наближається до прямої, що паралельна вісі абсцис, то промінь $\lambda = \omega$ перетинає сімейство кривих $\lambda = \lambda(\omega)$ стільки разів, скільки існує форм, тобто незліченно разів. Отже, при наявності зсуву, теоретичне число можливих критичних швидкостей нескінченно велике. Висновок же про обмежене число критичних швидкостей валу з розподіленими дисками, що отриманий раніше, є наслідком прийняття наближеної схеми, що не враховує деформацій зсуву нескінченно малих елементів валу.

Список використаної літератури

1. Говорущенко Н.Я., Туренко А.Н. Системотехника проектирования транспортных средств. Харьков: ХНАДУ, 2004. 208 с.

2. Громов Д.И. Исследование динамических нагрузок в силовой передаче колесного трактора: дис. ... канд. техн. наук: 05.22.02/Минск, 1962. 162 с.
3. Рославцев А.В. Теория движения тягово-транспортных средств. М.: УМУ «ТриАДА», 2003. 276 с.
4. Сербий В.К., Кушнарев А.С. Методика энергетической оценки комплексов машин. *Задачи земледельческой механики в XXI веке: сб. докладов Междунар. науч.-техн. интернет-конференция*. 2011. С. 179–185.
5. Шалягин В.Н. Системный подход к созданию транспортных средств повышенной проходимости. *Механизация и электрификация сельского хозяйства*. 1984. №11. С. 9–12.
6. Калінін Є.І., Шуляк М.Л., Мальцев В.П. Вплив нестационарності гакового навантаження на буксування рушіїв колісного трактора. *Системи обробки інформації*. 2017. №5. С. 27–30.
7. Лебедев А.Т., Калінін Є.І. Динамічна модель ґрунтообробних машинно-тракторних агрегатів з пасивними робочими органами у складі енергетичного засобу зі здвоєними шинами. *Системи обробки інформації*. 2010. № 2. С. 109–115.
8. Калінін Є.І. Частотний аналіз коливань гусеничних тракторів. *Техніко-технологічні аспекти розвитку та випробування нової техніки і технологій для сільського господарства України*. 2018. №. 22(36). С. 86–91.
9. Іванов В.І., Калінін Є.І. Підвищення надійності системи методом селекції її елементів. *Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка*. 2015. Вип. 163. С. 142–146.
10. Ovsyannikov S., Kalinin E., Koliesnik I. Oscillation Process of Multi-support Machines When Driving Over Irregularities. *International Scientific Conference Energy Management of Municipal Facilities and Sustainable Energy Technologies EMMFT 2018. Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2020. Vol 982. pp. 307–317

TRANSITIONAL TURNING OF A ROUND SHAFT WITH WEIGHT DISTRIBUTED Kalinin E.I.

Abstract

The problem of transport-technological units dynamics is solved by the methods of classical mechanics, provided the constant of external efforts, which significantly affects the accuracy of determining its kinematic and energy parameters. A separate issue is the analysis of the frequency and dynamic characteristics of the elements of the transmission of the tractor during the technological process, which is characterized by a stochastic mode of the load. In the most general case, the analysis of such a regime is carried out without taking into account the complexity of deformation and the dynamic scheme of a continuous medium, which can significantly affect the quality of the conducted studies. The purpose of the study is to study the effect of shear deformations on the frequencies of the transverse oscillations of a rotating shaft with a distributed mass and a longitudinally distributed gyroscopic action of frequently implanted disks. Such research allows to establish the possibility of transition of a system with finite number of disks into a system with distributed disks along the length. Without the shift deformations, such a boundary transition is impossible, since in this case the discrete and solid systems are not fundamentally comparable.

When deriving the differential equations of transverse oscillations, we will proceed from the known ratios that exist when the rod is bent, with the amendment, however, that we introduce additional components into the expression of the moments distributed along the length, which take into account the gyroscopic action of the distributed disks.

It is established that the curves depicting the natural frequency dependence on the shaft rotation with regard to the displacement are not qualitatively different from the same curves constructed for the shaft with finite number of disks. The equivalence of dynamic circuits of continuous and discrete systems is achieved due to the fact that, given the displacement, each infinitesimal element of a

continuous system is endowed with the same properties as one element of a discrete system. In the absence of a shear offset in a continuous system, an infinitesimal element only bends, but does not shift. As a result, the total number of degrees of freedom turns out to be twice as low when the forms of vibrations of the same tones are compared.

References

- [1] Govoruschenko N.Y. & Turenko A.N. (2004). *Sistemotekhnika proektirovaniya transportnykh sredstv* [System engineering of vehicle design]. Kharkov: KhNADU [in Russian].
- [2] Gromov D.I (1962) *Issledovanie dinamicheskikh nagruzok v silovoy peredache kolesnogo traktora* [Research of dynamic loads in power transmission of a wheeled tractor]. Minsk [in Russian].
- [3] Roslavtsev A.V. (2003) *Teoriya dvizheniya tyagovo-transportnykh sredstv* [The theory of motion of tractors] Moscow: UMM "Triada" [in Russian].
- [4] Serbij V.K., & Kushnarjov A.S. (2011) Metodika energeticheskoy otsenki kompleksov mashin [The technique of energy evaluation of machine complexes]. *Zadachi zemledelcheskoy mehaniki v XXI veke: sb. dokladov Mezhdunar. nauch.-tehn. internet-konferentsiya – Problems of Agricultural Mechanics in the 21st Century: Sat. international reports. scientific-technical Internet conference*, 179–185 [in Russian].
- [5] Shalyagin V.N. (1984) Sistemnyy podhod k sozdaniyu transportnykh sredstv povyishennoy prododimosti [A systematic approach to the creation of off-road vehicles]. *Mehanizatsiya i elektrifikatsiya selskogo hozyaystva – Mechanization and electrification of agriculture*, 11, 9–12 [in Russian].
- [6] Kalinin E.I., & Shuliak M.L., & Maltsev V.P. (2017) Vpliv nestatsionarnosti gakovogo navantazhennya na buksuvannya rushiiv kolisnogo traktora [Influence of nonstationarity of hook load on the wheel drive wheel slip]. *Sistemi obrobki informatsii – Information processing systems*, 5, 27–30 [in Ukrainian].
- [7] Lebedev A.T., & Kalinin E.I. (2010) Dinamichna model gruntoobrobnykh mashinno-traktornih agregativ z pasivnimi robochimi organami u skladi energetichnogo zasobu zi zdvoenimi shinami [Dynamic model of soil-cultivating machine-tractor units with passive working bodies in the composition of the dual-energy power tool]. *Sistemi obrobki informatsii – Information processing systems*, 2, 109–115 [in Ukrainian].
- [8] Kalinin E.I. (2018) Chastotnyy analiz kolivan gusenichnih traktoriv [Frequency analysis of crawler tractor oscillations]. *Tehniko-tehnologichni aspekti rozvitku ta viprobuvannya novoji tehniki i tehnologiy dlya silskogo gospodarstva Ukraini – Techno-technological aspects of development and testing of new equipment and technologies for agriculture of Ukraine*, 22(36), 86–91 [in Ukrainian].
- [9] Ivanov V.I., & Kalinin E.I. (2015) Pidvischennya nadiynosti sistemi metodom selektsii jiji elementiv [Improving the reliability of the system by the method of selection of its elements]. *Visnik Harkivskogo natsionalnogo tehnicnogo universitetu silskogo gospodarstva imeni Petra Vasilenka – Bulletin of the Kharkiv National Technical University of Agriculture named after Peter Vasilenko*, 163, 142–146 [in Ukrainian].
- [10] Ovsyannikov S.I., & Kalinin E.I., & Koliesnik I.V. (2020) Oscillation Process of Multi-support Machines When Driving Over Irregularities. *International Scientific Conference Energy Management of Municipal Facilities and Sustainable Energy Technologies EMMFT 2018. Advances in Intelligent Systems and Computing*, 982, 307–317