DOI:
УДК 519.85
В.О. Строєва[1], к. фіз.-мат. н., доцент, vikastroeva@ukr.net
О.М. Кісельова[2], д. фіз.-мат. н., професор, kiseleva47@ukr.net
А.Р. Косенко[1], здобувач вищої освіти першого (бакалаврського) рівня, k_angelika@icloud.com
Г.В. Строєва[2], здобувач вищої освіти першого (бакалаврського) рівня, stroeva_anna@ukr.net
[1]Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське
[2]Дніпровський національний університет ім. Олеся Гончара, м. Дніпро

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧІ РОЗМІЩЕННЯ ПІДРОЗДІЛІВ БАНКУ З МЕТОЮ ОПТИМІЗАЦІЇ КЛІЄНТОПОТОКУ

Досліджено задачу розміщення підрозділів банку, що надають різні види послуг з одночасним розбиттям заданої області клієнтів на зони обслуговування з метою оптимізації клієнтопотоку. Побудовано математичну модель поставленої задачі, яка у своїй постановці є неперервною нелінійною багатопродуктовою задачею оптимального розбиття множин при обмеженнях з розміщенням координат центрів підмножин.
Ключові слова*: підрозділи банку; клієнтопотік; транзакції; оптимальне розбиття множин; багатопродуктова задача.*

The problem of the placement for bank divisions that provide different types of services with the simultaneous division of the customer area into service areas in order to optimize customer flow is investigated. A mathematical model of the problem is constructed, which in its formulation is a continuous nonlinear multi-product problem of optimal partitioning of sets under constraints with the location of the coordinates of the centers of the subsets.
Keywords*: banking units; client flow; transactions; optimal distribution; multi-product problem.*

Постановка проблеми

Розвиток банківських систем є важливою умовою стабільного функціонування економіки у тій чи іншій країні. Загалом банки — це фінансові установи, що здійснюють різноманітні види операцій з грошима, цінними паперами та надають фінансові послуги суб'єктам господарювання. Банки випускають, зберігають, надають у кредит, купують і продають, обмінюють гроші і цінні папери, контролюють рух фінансових ресурсів, обіг грошей і цінних паперів, надають розрахунково-касові послуги.

У сучасних умовах функціонування ринкових відносин банківська справа набуває все більшої популярності. Система комерційних банків охоплює усі сфери ринкової економіки, а саме: виробництво, розподіл, обмін і споживання, та є невід'ємною складовою діяльності як фізичних, так і юридичних осіб.

На сьогодні увага науковців і провідних фахівців зорієнтована більшою мірою на галузевих пріоритетах банківської діяльності, в той час як територіальний аспект залишається малодослідженим. Дуже важливим є розгляд питання про розміщення підрозділів банків, адже за допомогою цього можливо забезпечити раціональне та ефективне використання регіональних ринків банківських послуг, що принесе в майбутньому позитивний результат для розвитку економіки регіонів, стане запорукою позитивних результатів регіонального розвитку.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Очевидно, що формалізація проблеми оптимального розміщення підрозділів банку приводить до задач лінійного і нелінійного, булевого і цілочисельного, а також змішаного програмування з широким вибором критеріїв оптимізації і врахування ресурсних, часових, технологічних та інших обмежень. Разом з цим, зазначимо, що приведені вище задачі у своїй математичній постановці можуть бути зведеними до неперервних задач оптимального розбиття множин з розділу нескінченновимірного математичного програмування [1]. Слід зазначити, що у розрізі таких досліджень розв'язок вихідної задачі нескінченновимірного математичного програмування вдається отримати аналітично, у явному вигляді, при цьому в аналітичний вираз входять параметри, які відшукуються як оптимальний розв'язок допоміжної двоїстої скінченновимірної задачі оптимізації з негладкими цільовими функціями [2], [3], [4]. Для розв'язку скінченновимірної задачі, в свою чергу, застосовуються ефективні методи недиференційованої оптимізації — модифікації r-алгоритму, розроблені в Інституті кібернетики НАН України імені В.М. Глушкова під керівництвом Н.З. Шора [5]. У випадку нелінійних критеріїв якості розв'язок вихідної нескінченновимірної задачі зводиться до розв'язання деякого допоміжного операторного рівняння з параметрами.

Отже, у вирішенні сучасних задач ефективності надання банківських послуг дослідження зазначених вище моделей, їх алгоритмічна і програмна реалізація є досить актуальними та без сумніву мають важливе прикладне значення.

Формулювання мети дослідження

Представлена робота присвячена дослідженню задачі оптимального розміщення підрозділів деякого банку в умовах сучасних потреб надання фінансових послуг. Метою роботи є побудова математичної моделі поставленої задачі та отриманню її аналітичного розв'язку.

Виклад основного матеріалу

Розглянемо деяку територію, яка є перспективною в сенсі розміщення підрозділів деякого комерційного банку. У заданому регіоні необхідно розмістити п'ять відділень банку з метою оптимального розподілення споживчого попиту на банківські послуги за напрямами: індивідуальний бізнес, корпоративний бізнес, споживче кредитування.

Вводячи обмеження на сумарне транзакційне навантаження відділень за всіма видами послуг, поставлену задачу розміщення-розбиття зведено до неперервної нелінійної багатопродуктової задачі оптимального розбиття множини на підмножини з розміщенням їх центрів при обмеженнях.

Задача 1. Необхідно розбити множину клієнтів Ω на їх зони обслуговування Ω_i^j п'ятьма відділеннями банку окремо по кожному виду банківських послуг так, щоб

$$\bigcup_{i=1}^{5} \Omega_i^j = \Omega, j = \overline{1,3} ;$$

$$mes\left(\Omega_i^j \cap \Omega_k^j\right) = 0,\ \ i \neq k,\ \ i,k = \overline{1,5},\ j = \overline{1,3}$$

та розмістити ці відділення в області Ω, максимізувавши функціонал сумарних прибутків за усіма напрямами банківських послуг:

$$F\left(\left\{\left\{\Omega_1^1,\dots,\Omega_5^1;\Omega_1^2,\dots,\Omega_5^2;\Omega_1^3,\dots,\Omega_5^3\right\},\left\{\tau_1,\dots,\tau_5\right\}\right\}\right) =$$

$$= \sum_{j=1}^{3}\sum_{i=1}^{5}\left[\omega_i^j \varphi_i^j\left(Y_i^j\right) - \iint\limits_{\Omega_i^j} c^j\left(x,\tau_i\right)\rho^j\left(x,y\right)dxdy\right],$$

де $\rho^j\left(x,y\right)$ — щільність, з якою розподілений попит на j-ий вид послуг в області Ω; $\left(x,y\right)$ — координати знаходження клієнта; $\tau_1,\dots,\tau_5$ — пункти можливого розміщення відділень; $c^j\left(x,\tau_i\right)$ — умовна відстань від клієнта до відділення банку; ω_i^j — прибуток i-го відділення за j-им видом послуг; $\varphi_i^j\left(Y_i^j\right)$ — залежність загального прибутку i-го відділення від транзакційного навантаження j-ого виду послуг, де $Y_i^j = \iint\limits_{\Omega_i^j}\rho^j\left(x,y\right)dxdy$ — клієнтопотік в області Ω_i^j.

Потужність i-го відділення по всім видам послуг визначається сумарним попитом клієнтів, які належать Ω_i^j та не повинна перевищувати існуючі потужності відділень, визначені відповідними обмеженнями:

$$\sum_{j=1}^{3}\int_{\Omega_i^j}\rho^j(x)dx=b_i, i=1,\ 2,\quad \sum_{j=1}^{3}\int_{\Omega_i^j}\rho^j(x)dx\le b_i, i=3,...,5.$$

При цьому виконуються умови розв'язності задачі:

$$S=\int_{\Omega}\sum_{j=1}^{3}\rho^j(x)dx\le\sum_{i=1}^{5}b_i,\quad 0\le b_i\le S,\ i=1,...,5.$$

Отже, потужність i-го, $i=\overline{1,5}$, відділення, а, значить, і належність до відповідної рейтингової групи визначається його сумарним прибутком по всім напрямам послуг $j, j=\overline{1,3}$. При цьому за регіональним визначенням серед розміщених відділень має бути одне відділення групи А, два — групи Б, та два — групи В, для яких задане відповідне транзакційне навантаження:

$$0\le\sum_{j=1}^{3}\iint_{\Omega_i^j}\rho^j(x,y)\,dxdy\le b_i, i=\overline{1,5};$$

$$b_1=125, b_{2,3}=75, b_{4,5}=50.$$

Представлена задача є нелінійною неперервною багатопродуктовою задачею оптимального розбиття множини $\Omega\in E^n$ на її неперетинні підмножини $\Omega_1^1,...,\Omega_5^1$; $\Omega_1^2,...,\Omega_5^2$; $\Omega_1^3,...,\Omega_5^3$ (серед яких можуть бути і порожні) з розміщенням центрів цих підмножин при обмеженнях у вигляді рівностей та нерівностей. Згідно дослідженням, приведеним в [1], спочатку запишемо її у термінах характеристичних функцій $\lambda_i^j(x)$ підмножин Ω_i^j, $i=1,...,\ 5, j=1,...,3$, а саме функцій виду:

$$\lambda_i^j(x)=\begin{cases}1,\ x\in\Omega_i^j,\\ 0, x\in\Omega\setminus\Omega_i^j,\end{cases}\quad i=1,...,\ 5, j=1,...,3.$$

Розглянемо функціонал

$$I(\lambda(\cdot),\tau)=\sum_{j=1}^{3}\sum_{i=1}^{5}[\varphi_i^j(\int_{\Omega}\rho^j(x)\lambda_i^j(x)dx)-\int_{\Omega}c^j(x,\tau_i)\rho^j(x)\lambda_i^j(x)dx]. \tag{1}$$

де $$\lambda(x)=(\lambda_1^1(x),...,\lambda_5^1(x);\lambda_1^2(x),...,\lambda_5^2(x);\lambda_1^3(x),...,\lambda_5^3(x)).$$

Очевидно, що $I(\lambda(\cdot),\tau)=F(\{\Omega_1^1,...,\Omega_5^1;\Omega_1^2(x),...,\Omega_5^2(x);\Omega_1^3,...,\Omega_5^3\},\tau)$, тоді *задача 1* матиме вигляд:

Задача 2. $$\min_{(\lambda(\cdot),\tau)\in\Gamma_1\times\Omega^N} I(\lambda(\cdot),\tau),$$

де $\Gamma_1=\{\lambda(x):\ \lambda(x)\in\Gamma_1'$ майже всюди (м.в.) для $x\in\Omega$;

$$\sum_{j=1}^{3}\int_{\Omega}\rho^j(x)\lambda_i^j(x)dx=b_i,\ i=1,.2,$$

$$\sum_{j=1}^{3}\int_{\Omega}\rho^j(x)\lambda_i^j(x)dx\le b_i,\ i=3,...,5,\};$$

$\Gamma_1'=\{\lambda(x)=(\lambda_1^1(x),...,\lambda_5^1(x);\lambda_1^2(x),...,\lambda_5^2(x);\lambda_1^3(x),...,\lambda_5^3(x)):\lambda_i^j(x)=0\vee 1$ м.в. для $x\in\Omega$,

$i=1,...,\ 5, j=1,...,3$,

$\sum_{i=1}^{5}\lambda_i^j(x)=1$ м.в. для $x\in\Omega$, $j=1,...,3\};\tau=(\tau_1,...,\tau_5)\in\Omega^5$.

Потім, від отриманої нескінченновимірної *задачі 2* математичного програмування з булевими значеннями змінних $\lambda_i^j(x)$, $i=1,...,\ 5,\ j=1,...,3$, здійснимо перехід до відповідної задачі зі значеннями $\lambda_i^j(x)$ на відрізку [0,1]:

Задача 3.

$$\min_{(\lambda(\cdot))\in\Gamma_1}\sum_{j=1}^{3}\sum_{i=1}^{5}\left[\varphi_i^j\Big(\int_\Omega \rho^j(x)\lambda_i^j dx\Big)-\int_\Omega c^j(x,\tau_i)\rho^j(x)\lambda_i^j(x)dx\right],$$

$$\text{де } \Gamma_1=\{\lambda(x):\lambda(x)\in\Gamma \text{ майже скрізь для } x\in\Omega;$$

$$\int_\Omega\sum_{j=1}^{3}\rho^j(x)\lambda_i^j(x)dx=b_i, i=1,.2,\quad \int_\Omega\sum_{j=1}^{3}\rho^j(x)\lambda_i^j(x)dx\le b_i, i=3,...,5.$$

Тут $\Gamma=\{\lambda(x)=(\lambda_1^1(x),...,\lambda_N^1(x);\lambda_1^2(x),...,\lambda_5^2(x);\lambda_1^3(x),...,\lambda_5^3(x)):0\le\lambda_i^j(x)\le 1,\ \ x\in\Omega,$

$$i=1,...,\ 5,\ j=1,...,3,\ \sum_{i=1}^{5}\lambda_i^j(x)=1 \text{ м.с. } x\in\Omega, j=1,...,3\}.$$

Для обґрунтування методу розв’язання початкової задачі розглянемо для *задачі 3* функціонал Лагранжа у наступному вигляді:

$$h(\lambda(\cdot),\psi)=-\sum_{i=1}^{5}\psi_i b_i+\sum_{j=1}^{3}\sum_{i=1}^{5}\left[\begin{array}{l}\varphi_i^j\left(\int_\Omega\rho^j(x)\lambda_i^j(x)dx\right)-\\ -\int_\Omega(c^j(x,\tau_i)+\psi_i)\rho^j(x)\lambda_i^j(x)dx\end{array}\right]=-\sum_{i=1}^{5}\psi_i b_i+\sum_{j=1}^{3}\sum_{i=1}^{5}\Phi_i^j\left(\lambda_i^j(\cdot),\psi_i\right),\qquad(2)$$

де $\psi=(\psi_1,...,\psi_N)\in\Lambda$ — N-вимірний вектор з дійсними компонентами, причому ψ_1,ψ_2 — довільного знаку, а $\psi_3,...,\psi_5$ — невід'ємні; $\lambda(x)\in\Gamma$ для $x\in\Omega$, $\tau_i=\left(\tau_i^{(1)},...,\tau_i^{(5)}\right)\in\Omega^5$.

$\left(\{\lambda_*(\cdot),\tau_*\},\psi^*\right)$ – назвемо сідловою точкою функціонала (2) на множині $\left\{\Gamma\times\Omega^5\right\}\times\Lambda$,

де $\Lambda=\left\{\psi=(\psi_1...\psi_5)\in E_5:\psi_i\ge 0, i=3,...,5\right\}$,

якщо

$$h(\{\lambda_*(\cdot),\tau_*\},\psi)\le h(\{\lambda_*(\cdot),\tau_*\},\psi^*)\le h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi^*)\qquad(3)$$

для будь-яких

$$\lambda(x)\in\Gamma,\tau\in\Omega^5,\ \psi\in\Lambda.$$

Також можна записати:

$$h(\{\lambda_*(\cdot),\tau_*\},\psi^*)=\max_{\psi\in\Lambda}\min_{(\lambda(\cdot),\tau)\in\Gamma\times\Omega^N}h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi)=\min_{(\lambda(\cdot),\tau)\in\Gamma\times\Omega^N}\max_{\psi\in\Lambda}h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi)\qquad(4)$$

або

$$h(\{\lambda_*(\cdot),\tau_*\},\psi^*)=\min_{(\lambda(\cdot),\tau)\in\Gamma\times\Omega^N}h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi^*)=\max_{\Psi\in\Lambda}h(\{\lambda_*(\cdot),\tau_*\},\psi).\qquad(5)$$

Без доведення існування сідлової точки перейдемо до розв’язання задачі

$$\max_{\psi\in\Lambda}\min_{(\lambda(\cdot),\tau)\in\Gamma\times\Omega^N}h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi).$$

Якщо позначити $G(\psi)=\min_{(\lambda(\cdot),\tau)\in\Gamma\times\Omega^N}h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi),\ \psi\in\Lambda,$ то двоїстою до *задачі 3* буде задача:

$$G(\psi) \to \max, \; \psi \in \Lambda. \tag{6}$$

Для знаходження $\min\limits_{(\lambda(\cdot),\tau)\in\Gamma\times\Omega^N} h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi)$ розглянемо

$$\min_{\tau\in\Omega^N} \min_{\lambda(\cdot)\in\Gamma} h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi) \quad \text{при} \quad \psi \in \Lambda. \tag{7}$$

Позначимо в (7) $G_1(\tau,\psi) = \min\limits_{\lambda(\cdot)\in\Gamma} h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi), \; \tau \in \Omega^5, \; \psi \in \Lambda.$ (8)

Підставимо в (8) вираз для $h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi)$ з (2), тоді отримаємо

$$G_1(\tau,\psi) =$$
$$-\sum_{i=1}^{5}\psi_i b_i + \min_{\lambda(\cdot)\in\Gamma}\sum_{j=1}^{3}\sum_{i=1}^{5}[\varphi_i^j(\int_\Omega \rho^j(x)\lambda_i^j(x)dx) - \int_\Omega (c^j(x,\tau_i)+\psi_i)\rho^j(x)\lambda_i^j(x)dx] \tag{9}$$
$$\tau \in \Omega^5, \psi \in \Lambda.$$

Узагальнюючи результати, отримані в [6], мінімальне значення по $\lambda(\cdot)$ функціоналу $h(\{\lambda(\cdot),\tau\},\psi)$ досягається для кожних $\tau \in \Omega^5$ і $\psi \in \Lambda$ при

$$(\lambda_1^1(x),...,\lambda_i^j(x),...,\lambda_5^3(x)) = (\lambda_{*1}^1(x),...,\lambda_{*i}^j(x),...,\lambda_{*5}^3(x)),$$

де

$$\lambda_{*i}^j(x) = \begin{cases} 1, \; -c^j(x,\tau_i) + \psi_i + \phi'^j_{iY_i^j}(\int_\Omega \rho^j(x)\lambda_{*i}^j(x)dx) \le -c^j(x,\tau_k) + \psi_k + \phi'^j_{kY_k^j}(\int_\Omega \rho^j(x)\lambda_{*k}^j(x)dx), \\ i \ne k \; \textit{м.в. для } x \in \Omega \; (\textit{іншими словами, } i = k \; \textit{тільки на множині міри нуль,} \\ \textit{тобто у точках границі між підмножинами } \Omega_i^j \; \textit{та } \Omega_k^j) \\ i,k = 1,...,5, \\ 0, \quad \textit{в інших випадках.} \end{cases} \tag{10}$$
$$j = 1,...,3,$$

а функціонал $G_1(\tau,\psi)$ приймає вигляд

$$G_1(\tau,\psi) =$$
$$-\sum_{i=1}^{5}\psi_i b_i + \min_{\lambda(\cdot)\in\Gamma}\sum_{j=1}^{3}\sum_{i=1}^{5}\left[\begin{array}{l}\left(\varphi_i^j(\int_\Omega \rho^j(x)\lambda_i^j(x)dx) - \varphi'^j_{iY_i^j}(\int_\Omega \rho^j(x)\lambda_i^j(x)dx)\cdot\int_\Omega \rho^j(x)\lambda_i^j(x)dx\right) - \\ -\int_\Omega\left(c^j(x,\tau_i)+\psi_i+\varphi'^j_{iY_i^j}(\int_\Omega \rho^j(x)\lambda_i^j(x)dx)\right)\rho^j(x)\lambda_i^j(x)dx\end{array}\right], \tag{11}$$
$$\tau \in \Omega^5, \psi \in \Lambda$$

де
$$Y_i^j = \int_\Omega \rho^j(x)\lambda_i^j(x)dx.$$

Підставляючи вираз для $\lambda_{*i}^j(x)$ з (10) в ту частину формули (11), яка лінійно залежить від $\lambda(\cdot)$ та залишаючи поки що змінною величину Y_i^j, $i = 1,..., 5, j = 1,...,3$, отримаємо наступний вираз для $G_1(\tau,\psi)$

$$G_2(Y,\tau,\psi) = -\sum_{i=1}^{5}\psi_i b_i +$$
$$+\sum_{j=1}^{3}\sum_{i=1}^{5}\left[\left(\varphi_i^j(Y_i^j) - \varphi'^j_{iY_i^j}(Y_i^j)\cdot Y_i^j\right) - \int_\Omega \min_{k=\overline{1,5}}\left(c^j(x,\tau_k)+\psi_k+\varphi'^j_{kY_k^j}(Y_k^j)\right)\rho^j(x)dx\right], \quad (12)$$
$$\tau\in\Omega^5, \psi\in\Lambda, Y\in U = \left\{Y = (Y_1^1,...,Y_5^1;Y_1^2,...,Y_5^2;Y_1^3,...,Y_5^3)\in E_{5\times 3} : 0\le \sum_{j=1}^{3} Y_i^j \le b_i, i=1,...,5\right\}.$$

Таким чином, двоїста задача (6) має вигляд:

$$\max_{\psi\in\Lambda}\min_{\tau\in\Omega^n}\max_{Y\in U} G_2(Y,\tau,\psi). \quad (13)$$

Отже, має місце теорема Куна-Таккера у двоїстій формі, тобто $I(\lambda_*(\cdot),\tau_*) = G(\psi^*)$, де $(\lambda_*(\cdot),\tau_*)$ — оптимальний розв'язок *задачі 3*, ψ^* — оптимальний розв'язок задачі (13), при чому максимум у двоїстій задачі (13) досягається.

Теорема. Якщо $\varphi_i^j(\cdot)$, $i=1,\ldots,5,\ j=1,\ldots,3$ — опуклі, двічі неперервно-диференційовані функції свого аргументу та при кожному фіксованому $\psi\in\Lambda$ має місце умова сильної регулярності

$$mes\left\{x\in\Omega : \left(-c^j(x,\tau_i)+\psi_i + \omega_i^j\varphi'^j_{iY_i^j}\left(\int_\Omega \rho^j(x)\lambda_i^{*j}(x)dx\right)\right)\rho^j(x)=0, i=1,...,5, j=1,...,3\right\},$$

тоді сідлова точка $(\lambda(\cdot),\psi^*)$ (де перша компонента є оптимальним розв'язком *задачі 3* функціонала (1) на множині $\{\Gamma\times\Omega^N\}\times\Lambda$ визначається для $i=1,...,5, j=1,...,3$ та майже всіх $x\in\Omega$ наступним чином:

$$\lambda_i^{*j}(x) = \begin{cases} 1, & \text{при } x\in\Omega_{*i}^j \text{ та } x\notin\Omega_{*q}^j,\ q\le i, \\ 0, & \text{при } x\notin\Omega_{*i}^j, \end{cases}$$

де

$$\Omega_{*i}^j(x) = \begin{cases} x\in\Omega : & -c^j(x,\tau_i)+\psi_i^* + \omega_i^j\varphi'^j_{iY_i^j}\left(\int_\Omega \rho^j(x)\lambda_i^{*j}(x)dx\right) = \\ & = \min_{r=1,...,5}\left(-c^j(x,\tau_r)+\psi_r^*+\omega_i^j\varphi'^j_{rY_{ir}^j}\left(\int_\Omega \rho^j(x)\lambda_r^{*j}(x)dx\right)\right), \\ & i\ne r \text{ м.с. для } x\in\Omega, j=1,...,3, \end{cases}$$

в якості $Y_1^*,...,Y_5^*$, , $\psi_1^*,...,\psi_5^*$, обирається оптимальний розв'язок наступної двоїстої задачі:

$$G(\psi) = \max_{Y\in U}\left(-\sum_{i=1}^{5}\psi_i b_i + \sum_{j=1}^{3}\sum_{i=1}^{5}\left[\begin{matrix}\omega_i^j(\varphi_i^j(Y_i^j) - \varphi'^j_i(Y_i^j)Y_i^j) - \\ -\int_\Omega \min_{r=1,...,5}(c^j(x,\tau_r)+\psi_r+\varphi'^j_{rY_r^j}(Y_r^j))\rho^j(x)\lambda_i^j(x)dx\end{matrix}\right]\right)\to\max$$

$$\tau\in\Omega^5, \psi\in\Lambda, Y\in U = \left\{Y = \left(Y_1^1,...,Y_5^1;Y_1^2,...,Y_5^2;Y_1^3,...,Y_5^3\right)\in E_{5\times 3} : 0\le\sum_{j=1}^{3}Y_i^j\le b_i, i=1,...,5\right\},$$

при умовах $\psi_i\ge 0, i=3,...,5$.

Таким чином, сформульовано теорему, яка зумовлює перехід від нескінченновимірної *задачі 3* до пошуку сідлової точки функціонала (2) та є передумовою для побудови алгоритму розв'язання задачі 1(задачі розміщення підрозділів банку з метою оптимізації клієнтопотоку).

Висновки

Проведено дослідження задачі оптимального розміщення підрозділів банку з метою оптимізації клієнтопотоку. Побудовано математичну модель поставленої задачі, яка є нелінійною неперервною багатопродуктовою задачею оптимального розбиття множини $\Omega \in E^5$ на її неперетинні підмножини (серед яких можуть бути і порожні) з розміщенням координат центрів цих підмножин при обмеженнях у вигляді рівностей та нерівностей. У вигляді узагальнюючої теореми отримано аналітичний розв'язок досліджуваної задачі, до складу якого входять параметри, що відшукуються як оптимальний розв'язок допоміжної двоїстої скінченновимірної задачі оптимізації з негладкими цільовими функціями. На основі отриманих результатів у подальших дослідженнях буде побудовано алгоритм розв'язання представленої задачі.

Список використаної літератури

1. Киселева Е.М., Шор Н.З.. Непрерывные задачи оптимального разбиения множеств: теория, алгоритмы, приложения: монография. Київ: Наукова думка, 2005. 564 с.
2. Васильев Ф.П. Методы решения экстремальных задач: навч. посіб. Москва: Наука, 1981. 400 с.
3. Трухаєв Р.Н., Хоменюк В.В. Теорія некласичних варіаційних задач: навч. посіб. Ленінград: ЛГУ, 1971. 168 с.
4. Федоров В.В. Численные методы максимина: навч. посіб. Москва: Наука, 1979. 280 с.
5. Шор Н.З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложение: навч. посіб. Київ: Наук. думка, 1979. 200 с.
6. Кісельова О.М., Строєва В.О. Розв'язання нелінійної неперервної багатопродуктової задачі оптимального розбиття множин з розташуванням центрів підмножин. *Питання прикладної математики і математичного моделювання.* 2010. С.155–164.

MATHEMATICAL MODELING FOR THE PROBLEM OF BANK BRANCHES PLACEMENT IN ORDER TO OPTIMIZE CLIENTS FLOW

Stroieva V.O., Kosenko A.R., Kiselyova O.M., Stroieva H.V.

Abstract

Banking is becoming increasingly popular in modern conditions of functioning of market relations. The system of commercial banks covers all areas of the market economy, namely production, distribution, exchange and consumption, and this is an integral part of the activities of both individuals and legal entities.

Today, the attention of scientists and leading experts is more focused on the sectoral priorities of banking, while the territorial aspect remains scantily explored. It is very important to consider the placement of bank branches, as this will help to ensure the efficient and effective use of regional banking markets.

The problem of bank branches placement providing different types of services with the simultaneous division of a given area of clients into service areas is investigated in order to optimize the client flow. A mathematical model of the problem is constructed, which in its formulation is reduced to a continuous non-linear multi-product problem of optimal division of sets with the location of their centers under constraints. The solution to the original problem of infinite-dimensional mathematical programming is obtained explicitly, while the analytical expression includes parameters that are found as an optimal solution to a dual auxiliary finite-dimensional optimization problem with non-smooth objective functions. To solve the finite-dimensional problem, in turn, effective methods of undifferentiated optimization-modification of the r-algorithm will be applied.

References

[1] Kiseleva, E. M., & Shor, N. Z. (2005). *Continuous problems of optimal partitioning of sets: theory, algorithms, applications [Modern trends in retail network in Ukraine]*. Kyiv: Naukova dumka [in Ukrainian].
[2] Vasiliev, F. P. (1981). *Methods of solving extreme problems [Marketing distribution policy]*. Moscow: Nauka [in Russian].
[3] Trukhaev, R.N., & Khomenyuk, V. V. (1971). *Theory of non-classical variation problems [Marketing distribution policy]*. Leningrad: LSU [in Russian].
[4] Fedorov, V. V. (1979). *Numerical methods of Maximin [Marketing distribution policy]*. Moscow: Nauka [in Russian].
[5] Shor, N. Z. (1979). Methods of minimization of undifferentiated functions and their application *[Marketing distribution policy]*. Kyiv: Naukova dumka [in Ukrainian].
[6] Kiselyova, O.M., & Stroieva V.O. (2010). Rozvyazannia neliniinoi bahatoproduktovoi zadachi optymalnoho rozbyttia mnozhin z roztashuvanniam tsentriv pidmnozhin [Solving the nonlinear continuous multiproduct problem of optimal partitioning of sets with the location of subset centers]. *Pytannia prykladnoi matematyky i matematychnoho modeliuvannia – Questions of applied mathematics and mathematical modeling,* 155–164 [in Ukrainian].