DOI: 10.31319/2519-8106.2(47)2022.268341
UDC 511.11: 511.147
A. Romaniuk[1], Cand. Tech. Sci., Dozent, oleksandrromaniuk5@gmail.com
R. Romaniuk[2], B. Sc., ruslana.romaniuk@web.de
[1]Dnieper State Technical University, Kamianske
[2]Technical University of Munich

PROPERTIES OF THE SUM OF REAL COEFFICIENTS OF VOLUME NUMBERS AND MATHEMATICAL MODELING

The harmonic law of change of the sum of real coefficients of volume numbers, depending on their location on an arbitrary sphere, is established. According to the harmonic law, for an arbitrary parallel, the ratio of wavelengths is equal to the ratio of amplitudes, and for an arbitrary latitude, the ratio of wavelength to the corresponding amplitude is a constant. And also the border of the transition from the positive maximum value of the sum in the first octant to the minimum negative value in the seventh octant is set. The corresponding properties of volumetric numbers provide in mathematical modeling a specific interpretation of relatively complex and contradictory phenomena or objects of the surrounding world, which are characterized by dual properties.
Keywords*: sum of real coefficients, volume numbers, sphere, property, radius.*

Встановлено гармонійний закон зміни суми дійсних коефіцієнтів об'ємних чисел, залежно від їхнього розташування на довільній сфері. Згідно з гармонійним законом, для довільної паралелі відношення довжин хвиль дорівнює відношенню амплітуд, а для довільної широти відношення довжини хвилі до відповідної амплітуди дорівнює константі. А також встановлена межа переходу від максимального позитивного значення суми в першій октанті до мінімального негативного в сьомій октанті. Відповідні властивості об'ємних чисел забезпечують у математичному моделюванні конкретну інтерпретацію складних та суперечливих явищ чи об'єктів навколишнього світу, які характеризуються двоїстими властивостями.
Ключові слова*: сума дійсних коефіцієнтів, об'ємні числа, сфера, властивість, радіус.*

Formulation of the problem

Volumetric numbers of the form, $V = a + bi + cj$, where: a,b,c — real numbers; i — imaginary unit; j — a spatially indefinite unit, in algebra and mathematical analysis make it possible to provide a specific interpretation of phenomena or objects of the surrounding world, which are characterized by contradictory and sometimes dual properties. A specific interpretation is due to a spatially indefinite unit and condition $j \times i = i \times j = 0$, which ensures the execution of all algebraic operations, as well as the property of a reciprocal mirror image. Therefore, the study of volume numbers and their properties is of significant interest when used in mathematical modeling of various processes.

Analysis of recent research and publications

The extension of the number space from a two-dimensional to a three-dimensional field of numbers remained open for a long time. To solve the problem, a generalization was made about the need to revise, in order to expand the number space, the concepts of imaginary units in number theory [1, 2]. The introduction of the concept of a spatially indefinite unit led to the expansion of the numerical field — to volume numbers [1, 2].

According to [1, 2], in algebraic form

$$V = a + bi + cj .$$

In trigonometric form

$$V = \rho(\sin\theta\cos\varphi + i\sin\theta\sin\varphi + j\cos\theta) ,$$

where: ρ — the length of the radius vector of the corresponding point; φ — longitude; θ — polar distance.

Mirror numbers, the coefficients a, b, c in which are pairwise equal in absolute value, have unique properties, which made it possible to develop an innovative physical and mathematical model of the volumetric Universe [3, 4, 5], as well as to establish the location of the space-time continuum in the energy-information-time field [6].

Thus, a deeper study of the properties of volume numbers is of interest in order to use them for mathematical modeling not only of the physical and mathematical aspects of the world, but also of various evolutionary, biochemical, technical and other processes.

Formulation of the research goal

According to the analysis of works [1—6], volume numbers, on the basis of which the physical and mathematical model of the volumetric Universe was developed, have unique properties, which makes it possible to describe or model objects or phenomena of the world around us, which are characterized by contradictory and sometimes dual properties. Therefore, the study of the properties of volume numbers as well as their combinations in the form of the sum of coefficients a, b, c on the corresponding spheres is one of the fundamental ones.

Presentation of the main material

Volume numbers, according to the geometric interpretation [1, 2], can be represented both by points in space and by vectors in Fig. 1.

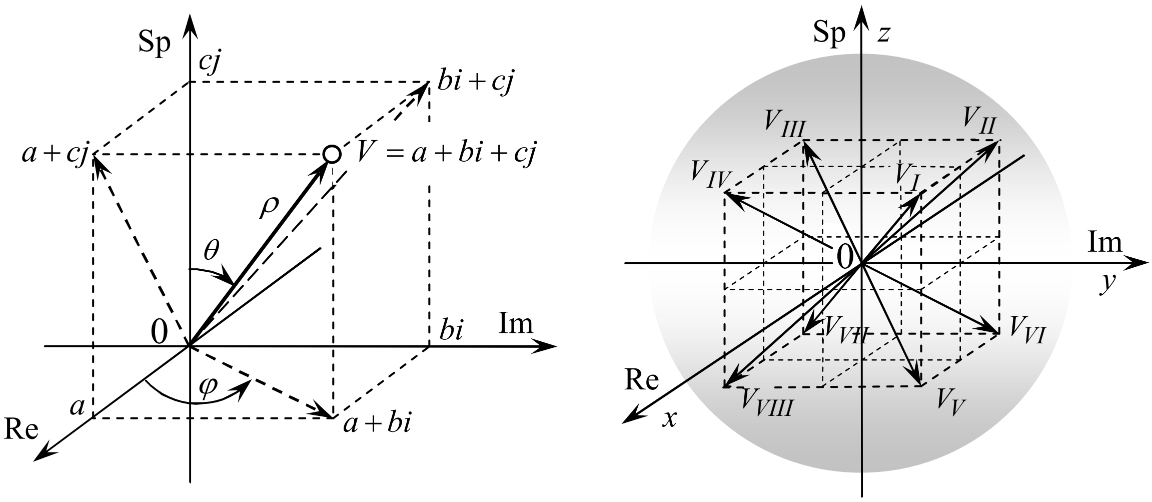

Fig. 1. Interpretation of the volume number and its mirror images: Re — the real axis, Im — the imaginary axis, Sp — the spatial axis

The modulus of the volume number, according to its geometric interpretation, is a sphere of radius ρ,

$$\rho = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}\ .$$

Let us determine the nature of the change in the sum of the coefficients a, b, c of volume numbers depending on their location on an arbitrary sphere of radius ρ,

$$\Delta_\Sigma = a + b + c\ .$$

In general, Δ_Σ can be considered as a function of coordinates:

in Cartesian coordinates

$$\Delta_\Sigma = f(x, y, z);$$

in spherical coordinates

$$\Delta_\Sigma = f(\rho, \varphi, \theta).$$

It is more convenient to analyze the change in Δ_Σ depending on the location of V on the sphere in spherical coordinates. According to the relationship between Cartesian and spherical coordinates

$$a = \rho \sin\theta \cos\varphi\,;$$
$$b = \rho \sin\theta \sin\varphi\,;$$
$$c = \rho \cos\theta\,,$$

we have

$$\Delta_{\Sigma} = a + b + c = \rho(\sin\theta\cos\varphi + \sin\theta\sin\varphi + \cos\theta)\,.$$

From the analysis of dependence $\Delta_{\Sigma} = f(\rho, \varphi, \theta)$, for an arbitrary volume number, provided that $\rho = const$, we obtain an equation for estimating the change in Δ_{Σ} depending on its location on the sphere in the form

$$\Delta_{\Sigma} = \Delta \times \rho\,,$$

where Δ — the sum coefficient,

$$\Delta = \sin\theta(\cos\varphi + \sin\varphi) + \cos\theta\,.$$

The coefficient Δ does not depend on ρ and can be represented as a function of $\Delta = f(\varphi, \theta)$, which makes it possible to evaluate the nature of the change in the sum of real coefficients.

The numerical values of the coefficient Δ along the parallels and meridians are presented in Tabl. 1 and Tabl. 2, respectively. And the nature of the change in the coefficient Δ along the parallels and meridians is shown in Fig. 2 and Fig. 3, respectively.

Table 1. Values Δ by parallels

	First octant					Second octant			
θ \ φ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
0°	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
30°	1,366	1,549	1,573	1,549	1,366	1,049	0,866	0,683	0,366
45°	1,414	1,673	1,707	1,673	1,414	0,966	0,707	0,448	0,000
60°	1,366	1,683	1,725	1,683	1,366	0,817	0,500	0,183	-0,366
90°	1,000	1,366	1,414	1,366	1,000	0,366	0,000	-0,366	-1,000
	Fifth octant					Sixth octant			
120°	0,366	0,683	0,725	0,683	0,366	-0,183	-0,500	-0,817	-1,366
135°	0,000	0,259	0,293	0,259	0,000	-0,448	-0,707	-0,966	-1,414
150°	-0,366	-0,183	-0,159	-0,183	-0,366	-0,683	-0,866	-1,049	-1,366
180°	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000

Table 1. Continuation

	Third octant					Fourth octant			
θ \ φ	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
0°	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
30°	0,366	0,183	0,159	0,183	0,366	0,683	0,866	1,049	1,366
45°	0,000	-0,259	-0,293	-0,259	0,000	0,448	0,707	0,966	1,414
60°	-0,366	-0,683	-0,725	-0,683	-0,366	0,183	0,500	0,817	1,366
90°	-1,000	-1,366	-1,414	-1,366	-1,000	-0,366	0,000	0,366	1,000
	Seventh octant					Eighth octant			
120°	-1,366	-1,683	-1,725	-1,683	-1,366	-0,817	-0,500	-0,183	0,366
135°	-1,414	-1,673	-1,707	-1,673	-1,414	-0,966	-0,707	-0,448	0,000
150°	-1,366	-1,549	-1,573	-1,549	-1,366	-1,049	-0,866	-0,683	-0,366
180°	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000	-1,000

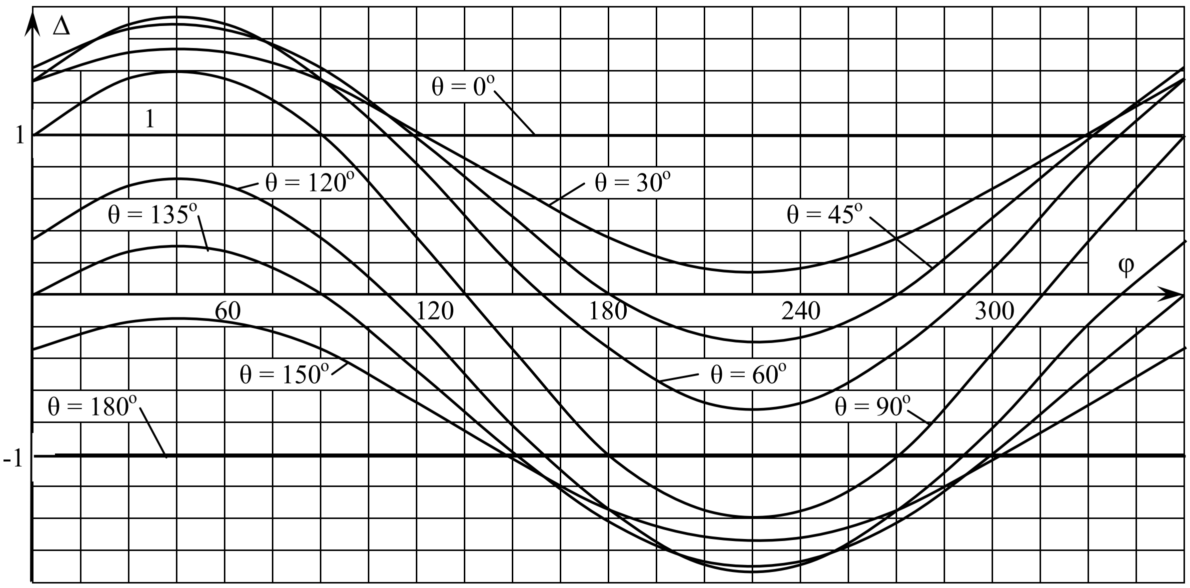

Fig. 2. Graphs of the coefficient of the sum by parallels

The obtained results indicate that Δ_Σ of numbers V on the sphere is described by a harmonic law. According to which the following equalities hold:

– for an arbitrary parallel

$$\lambda_i / \lambda_j = A_i / A_j ,$$

where: λ – wavelength; A – wave amplitude; i, j — latitude indices;

– for arbitrary latitude

$$\lambda / A = \pi\sqrt{2} .$$

Table 2. Values Δ by meridians

φ \ θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
0°	1,000	1,366	1,414	1,366	1,000	0,366	0,000	-0,366	-1,000
180°	1,000	0,366	0,000	-0,366	-1,000	-1,366	-1,414	-1,366	-1,000
30°	1,000	1,549	1,673	1,683	1,366	0,683	0,259	-0,183	-1,000
210°	1,000	0,183	-0,259	-0,683	-1,366	-1,683	-1,673	-1,549	-1,000
45°	1,000	1,573	1,707	1,725	1,414	0,725	0,293	-0,159	-1,000
225°	1,000	0,159	-0,293	-0,725	-1,414	-1,725	-1,707	-1,573	-1,000
60°	1,000	1,549	1,673	1,683	1,366	0,683	0,259	-0,183	-1,000
240°	1,000	0,183	-0,259	-0,683	-1,366	-1,683	-1,673	-1,549	-1,000
90°	1,000	1,366	1,414	1,366	1,000	0,366	0,000	-0,366	-1,000
270°	1,000	0,366	0,000	-0,366	-1,000	-1,366	-1,414	-1,366	-1,000
120°	1,000	1,049	0,966	0,817	0,366	-0,183	-0,448	-0,683	-1,000
300°	1,000	0,683	0,448	0,183	-0,366	-0,817	-0,966	-1,049	-1,000
135°	1,000	0,866	0,707	0,500	0,000	-0,500	-0,707	-0,866	-1,000
315°	1,000	0,866	0,707	0,500	0,000	-0,500	-0,707	-0,866	-1,000
150°	1,000	0,683	0,448	0,183	-0,366	-0,817	-0,966	-1,049	-1,000
330°	1,000	1,049	0,966	0,817	0,366	-0,183	-0,448	-0,683	-1,000

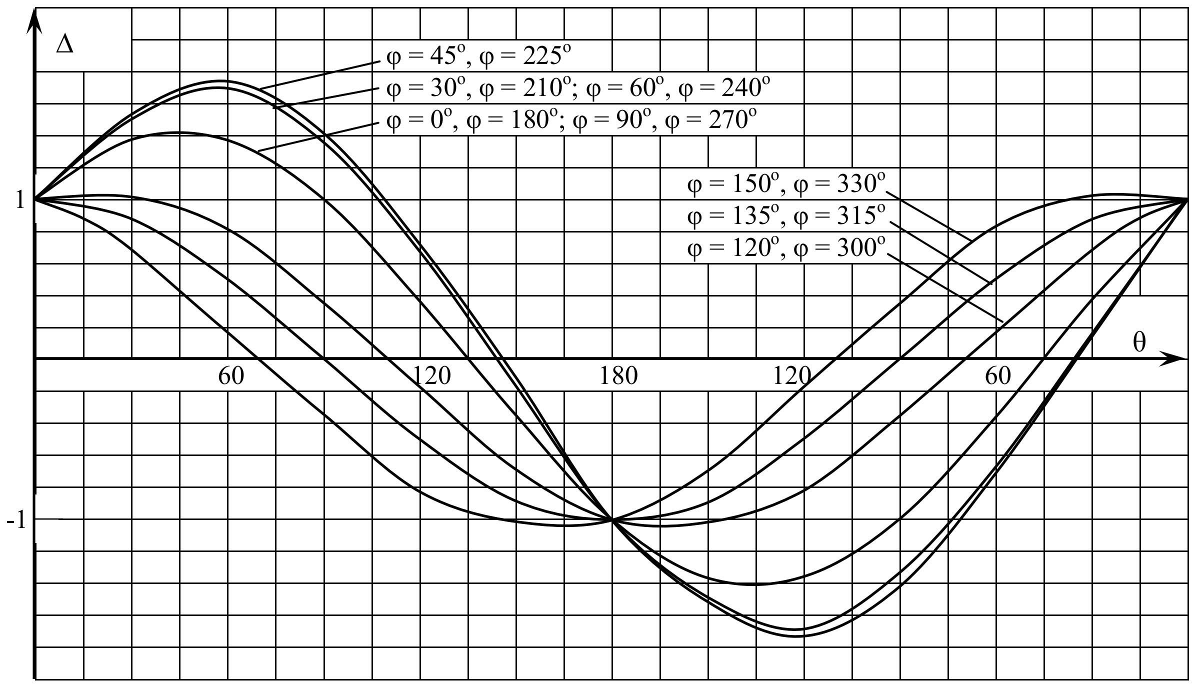

Fig. 3. Graphs of the sum coefficient by meridians

The value of the amplitude of the sum coefficient along the parallels and along the meridians depending on the angles φ and θ have significant differences, Fig. 4.

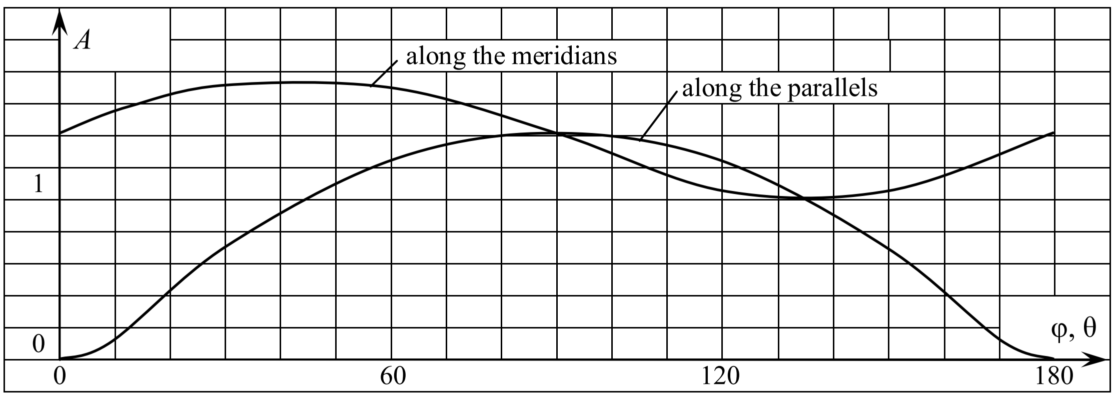

Fig. 4. Graphs of the change in the amplitude of the coefficient Δ

To determine the maximum sum Δ_Σ of arbitrary volumetric numbers V, we consider the first octant, since it is necessary to take into account the sign alternation of the real coefficients a, b, c.

For the first octant, the parameter $\Delta_{\Sigma\max}$ is determined from the condition

$$\frac{\partial \Delta_\Sigma}{\partial \varphi} + \frac{\partial \Delta_\Sigma}{\partial \theta} = 0 .$$

Consequently

$$\frac{\partial \Delta_\Sigma}{\partial \varphi} + \frac{\partial \Delta_\Sigma}{\partial \theta} = \rho\left[\sin\varphi(\cos\theta - \sin\theta) + \cos\varphi(\sin\theta + \cos\theta) - \sin\theta\right] = 0 .$$

This equation is satisfied by the values

$$\begin{cases} \varphi = 45^\circ 00'0'' \\ \theta = 54^\circ 44'8'' \end{cases}$$

Then

$$\Delta_{\Sigma \max} = \sqrt{3}\rho .$$

For the volume number $V = a + bi + cj$ taking into account the coordinates ($\varphi = 45^\circ$; $\theta = 54^\circ 44'8''$) condition $a = b = c$ is satisfied.

Respectively

$$\rho = a\sqrt{3} ,$$

and the maximum sum

$$\Delta_{\Sigma \max} = 3a .$$

Thus, for the first octant, the maximum sum of real coefficients a,b,c occurs when condition $a = b = c$ is satisfied. According to the geometric interpretation, Fig.1, the volume number with coordinates $\varphi = 45^\circ$, $\theta = 54^\circ 44'8''$ is the center of the spherical triangle $abicj$. And according to the harmonic law of change Δ_Σ, the closer the number V , is to the axis, the smaller the sum of its real coefficients a,b,c .

That is

$$\lim_{\substack{a \to 0 \\ b \to 0}} \Delta_\Sigma = c = \rho ;$$

$$\lim_{\substack{a \to 0 \\ c \to 0}} \Delta_\Sigma = b = \rho ;$$

$$\lim_{\substack{b \to 0 \\ c \to 0}} \Delta_\Sigma = a = \rho .$$

The sum of real coefficients a,b,c , for the remaining octants of the number space, has a downward trend, until reaching its minimum value in the seventh octant,

$$\Delta_{\Sigma \min} = -3a .$$

This point corresponds to the volume number, $V = -a - bi - cj$, for whose coefficients the condition $-a = -b = -c$ is satisfied.

The boundary of the transition of the numerical values of the parameter Δ_Σ from positive to negative is determined by the equation

$$\sin\theta(\cos\varphi + \sin\varphi) + \cos\theta = 0 .$$

Conclusion

According to the results of the study, the nature of the change in the sum of real coefficients a,b,c , of volume numbers, depending on their location on an arbitrary sphere, is described by a harmonic law. According to which:

– for arbitrary parallels, the ratio of wavelengths to the ratio of their amplitudes is equal;

– for an arbitrary latitude, the ratio of wavelength to amplitude is a constant.

It is also established that the volume number of the first octant, the sum of the real coefficients of which is maximum when condition $a = b = c$, is met, is the geometric center of the spherical triangle of the corresponding octant. And according to the harmonic law of change Δ_Σ, the closer the number V , is to the axis, the smaller the sum of its real coefficients a,b,c . The sum of real coefficients a,b,c , for the remaining octants of the numerical space, has a downward trend, until reaching its minimum value in the seventh octant.

These properties of volumetric numbers could be used in mathematical modeling, for a specific interpretation of relatively complex and contradictory phenomena or objects of the surrounding world, which are especially characterized by duality [4—6].

References

[1] Romaniuk A.D., & Romaniuk R.A. (2018). [On the question of expansion of numerical space] *Problemi matematichnogo modelyuvannya.: materiali vseuk. nauk.-metod. konf. 23–25 trav. 2018 – Problems of mathematical modeling: the materialsof the ukr. science-method. conf., 23–25 may. 2018.* (pp. 9–12). Kam'yanske: DSTU [in English].

[2] Romaniuk A.D., & Romaniuk R.A. (2018). [Theoretical foundations of expansion of the numerical space] *Matematychne modeliuvannia – Mathematical modeling,* 2(39), 20–28 [in English].

[3] Romaniuk A.D., & Romaniuk R.A. (2018). [Mathematical model of the world] *Problemi matematichnogo modelyuvannya.: materiali vseuk. nauk.-metod. konf. 23–25 trav. 2018 – Problems of mathematical modeling: the materialsof the ukr. science-method. conf., 23–25 may. 2018.* (pp. 6–9). Kam'yanske: DSTU [in English].

[4] Romaniuk A.D., & Romaniuk R.A. (2020). [General bases of the physical and mathematical model of a volume universe] *Matematychne modeliuvannia – Mathematical modeling*, 1(42), 7–15 [in English].

[5] Romaniuk A.D. (2021). *Enerhetychni aspekty fizyko-matematychnoi modeli obiemnoho Vsesvitu* [Energetic aspects of the physical and mathematical model of the volumetric Universe] *Matematychne modeliuvannia – Mathematical modeling,* 1(44), 7–16 [in Ukraine].

[6] Romaniuk A.D., & Romaniuk R.A. (2021). [Spatial-time continuum in the energy-information-time field of the volume universe] *Matematychne modeliuvannia – Mathematical modeling*, 2(45), 140–147 [in English].

ВЛАСТИВОСТІ СУМИ ДІЙСНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ ОБ'ЄМНИХ ЧИСЕЛ І МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Романюк О.Д., Романюк Р.О.

Реферат

Об'ємні числа, в алгебрі та математичному аналізі дають можливість забезпечити конкретну інтерпретацію складних та суперечливих явищ чи об'єктів навколишнього світу, які характеризуються двоїстими властивостями. Конкретна інтерпретація обумовлена властивостями просторово невизначеної одиниці, яка забезпечує виконання всіх операцій алгебри із об'ємними числами, а також властивістю їх взаємозворотного дзеркального відображення. Відповідно, дослідження властивостей об'ємних чисел представляє істотний інтерес при використанні в математичному моделюванні різних процесів.

Тому питання дослідження властивостей об'ємних чисел, як і їх комбінації у вигляді суми коефіцієнтів на відповідних сферах є одним з основоположних.

Завдяки проведеним розрахункам встановлено гармонійний закон зміни суми дійсних коефіцієнтів об'ємних чисел, залежно від їх знаходження на довільній сфері, згідно з яким відношення довжин хвиль по паралелях дорівнює відношенню відповідних амплітуд, а відношення довжини хвилі до амплітуди, для довільної широти, є величина постійна. А також встановлена межа переходу від позитивного максимального значення суми в першій октанті до мінімального негативного в сьомій октанті. Об'ємне число першої октанти, сума дійсних коефіцієнтів якого є максимальною за умови рівності чисельних значень цих коефіцієнтів, є геометричним центром сферичного трикутника відповідної октанти. Дзеркальне відображення даного числа

на відповідних октантах числового простору визначає геометричний центр сферичних трикутників.

Дані властивості об'ємних чисел можуть бути використані для математичного моделювання як фізико-математичних аспектів світу, так і різних еволюційних, біохімічних, технічних та інших процесів.

Література

1. Romaniuk A.D., Romaniuk R.A. On the question of expansion of numerical space. *Проблеми математичного моделювання*: матеріали Всеукр. наук.-метод. конф., м. Кам'янське, 23-25 трав. 2018 р. Кам'янське, 2018. С. 9–12.
2. Romaniuk A.D., Romaniuk R.A. Theoretical foundations of expansion of the numerical space. *Математичне моделювання*. 2018. №2(39). С. 20–28.
3. Romaniuk A.D., Romaniuk R.A. Mathematical model of the world. *Проблеми математичного моделювання*: матеріали Всеукр. наук.-метод. конф., м. Кам'янське, 23-25 трав. 2018 р. Кам'янське, 2018. С. 6–9.
4. Romaniuk A.D., Romaniuk R.A. General bases of the physical and mathematical model of a volume universe. *Математичне моделювання*. 2020. №1(42). С. 7–15.
5. Романюк О.Д. Енергетичні аспекти фізико-математичної моделі об'ємного Всесвіту. *Математичне моделювання*. 2021. №1(44). С. 7–16.
6. Romaniuk A.D., Romaniuk R.A. Spatial-time continuum in the energy-information-time field of the volume universe. *Математичне моделювання*. 2021. №2(45). С. 140–147.