DOI: 10.31319/2519-8106.2(49)2023.292547
УДК 004.02:51-7:519.6

Бажан С.М., здобувач третього (доктор філософії) рівня вищої освіти
Bazhan Stanislav, PhD student
ORCID: 0000-0003-2228-9389
e-mail: stasbazhan@gmail.com

Олійник Л.О., кандидат фізико-математичних наук, доцент
Oliinyk Leonid, Candidate of Physical and Mathematical Sciences (Ph. D.), Associate Professor
ORCID: 0000-0002-4392-0048
e-mail: l.olejnik57@gmail.com

Дніпровський державний технічний університет, м. Кам’янське
Dniprovsky State Technical University, Kamianske

ЛІНІЙНІ ОПЕРАТОРИ В ЗАДАЧАХ ПОШУКУ ЕКСТРЕМУМУ ДЛЯ ШВИДКО ОСЦИЛЮЮЧИХ ФУНКЦІЙ ТА ЗАДАЧАХ СКЛАДАННЯ РОЗКЛАДУ ПРЕДСТАВЛЕНИМИ ДИСКРЕТНИМИ ФУНКЦІЯМИ

LINEAR OPERATORS IN EXTREMUM SEARCH PROBLEMS FOR RAPIDLY OSCILLATING FUNCTIONS AND SCHEDULE PROBLEMS REPRESENTED BY DISCRETE FUNCTIONS

У роботі представлено математичну модель операторної модифікації генетичного алгоритму для дослідження процесів, що моделюються швидко осцилюючими та дискретними функціями. Досліджувалося застосування лінійних операторів в теорії еволюційних алгоритмів, зокрема генетичного алгоритму з практичним застосуванням до задач оптимізації. Запропонований підхід застосовувався до задачі пошуку глобального екстремуму функції однієї змінної та до задачі складання розв’язку закладу освіти. Розроблено алгоритм пошуку мінімального значення із застосуванням лінійних операторів, що належать до класу стохастичних операторів. Проведено дослідження працездатності та ефективності алгоритму на відомих тестових функціях, таких як Растригіна, Швефеля, Лангермана, Михайловича, Хін-Ши Янга. В роботі наведено результати порівняння запропонованої операторної модифікації генетичного алгоритму з класичним генетичним алгоритмом для трьох тестових функцій. А також запропоновано на базі застосування спеціальних лінійних операторів метод пошуку придатного до практичного використання розкладу занять. Представлено опис операторів, схематичне відображення їх застосування, та безпосередньо приклад застосування до матриці розкладу деякої академічної групи.

Ключові слова: *математичне моделювання, генетичний алгоритм, транспортна задача, оператори, розклад занять.*

The article describes a mathematical model of the operator modification of the genetic algorithm for the study of processes modeled by rapidly oscillating and discrete functions. The application of linear operators in the theory of evolutionary algorithms was studied, in particular the genetic algorithm with practical application to optimization problems. The proposed approach was applied to the problem of finding the global extremum of a function of one variable and to the problem of compiling the solution of an educational institution. An algorithm for finding a global minimum value using linear operators has been developed. Linear operators belong to the class of stochastic operators. A study of the efficiency and efficiency of the algorithm was carried out on well-known test functions, such as: Rastrigin, Schwefel, Langerman, Mikhailovich, Hing-Shi Young. The article describes the results of comparing the proposed operator modification of the genetic algorithm with the classic ge-

netic algorithm for three test functions. It also offers a method of searching for a schedule of classes suitable for practical use, based on the use of special linear operators. A description of the operators, a schematic representation of their application. An example of applying operators to a student group schedule matrix is also described.

Examples for test functions showed that the operator modification of the genetic algorithm gave the correct result with a given error value for all the functions under consideration, in contrast to the classical genetic algorithm. For functions that have several identical global minimum values, the algorithm allows you to find all extreme points in approximately equal proportion. The operator modification of the genetic algorithm stably withstands a given error value, in contrast to the classical genetic algorithm. The operator modification of the genetic algorithm is workable and has a fairly high efficiency. A description of the operator's method of solving the problem of scheduling classes of an educational institution, the mathematical model of which is implemented in the form of a transport problem of a special kind. The process of obtaining an acceptable decomposition is carried out using decomposition improvement operators, which in their effect are close to mutation operators, but are applied under certain conditions. Therefore, the process of operator formation and correction of the schedule can be called conditionally "controlled mutation", because it is a controlled process, since the action of the permutation operators of the rows of the schedule matrix occurs under certain conditions.

***Keywords**: mathematical modelling, genetic algorithm, transport problem, operators, lessons schedule.*

Постановка проблеми

У зв'язку з великою кількістю різних еволюційних методів оптимізації, дослідники все більше звертають увагу на питання удосконалення теоретичних засад, класифікацію та систематизацію еволюційних теорій. Наукові дослідження останнього часу зорієнтовані саме на вирішення цих питань [1—4]. Що стосується генетичного алгоритму, то сьогодні однією з головних проблем є передчасна конвергенція, яка приводить до отримання хибного екстремуму. Іншими словами, відбувається скупчення популяції в околі неоптимального розв'язку. Для вирішення питання передчасної конвергенції генетичного алгоритму використовуються різні стратегії, методи та гібридизації. Отже, розробка методів, які б гарантовано запобігали передчасній конвергенції, є актуальною і досить складною задачею, навіть для випадку функцій однієї змінної.

Ще одним складним питанням застосування генетичного алгоритму є застосування до задач дискретної (цілочисельної) оптимізації. Складність цих задач полягає у великих обсягах обчислень. При чому обсяги обчислень зростають з зростанням вимірності просторів пошуку. До таких задач відноситься задачі теорії розкладів, зокрема складання розкладу занять закладів освіти. Складання розкладу занять закладів освіти є важливою складовою автоматизованих систем управляння освітнім процесом. Авторами робіт [5—8] були запропоновані різні модифікації генетичних алгоритмів для розв'язання задачі створення розкладу занять закладу освіти.

Аналіз останніх досягнень та публікацій

На сучасному етапі розвитку прикладної математичної теорії важливе місце займають еволюційні алгоритми, ефективне застосування яких до практичних задач підтверджується результатами, отриманими в різних галузях науки [9]. Дослідження в галузі теоретичного обґрунтування еволюційного моделювання, розробка нових підходів до вдосконалення еволюційних алгоритмів є актуальною проблемою для прикладної математики та комп'ютерних наук. Це пов'язано з різноманітністю підходів до застосувань еволюційних алгоритмів та недостатньою структурованістю математичної теорії. Отже, розробка математичних інструментів на основі еволюційних алгоритмів з метою розв'язання прикладних задач міждисциплінарного характеру, є актуальною проблемою фундаментальних і прикладних математичних досліджень. В даній галузі поводиться велика кількість досліджень, серед яких можна відзначити роботи таких науковців як Глибовець М., Кононюк А., Гулаєва Н., Десятський С., Погорілий С., Бондаренко О., Устиненко О. та ін.

Як наслідок з вище сказаного, впровадження різних модифікацій генетичних алгоритмів, створення гібридних алгоритмів є досить важливими факторами удосконалення теорії генетичних алгоритмів, розроблення нових підходів до їх реалізації і структурування в галузі еволюційних алгоритмів.

Формулювання мети дослідження

На основі методики застосування лінійних операторів у теорії генетичних алгоритмів, запропонованої Олійником Л.О. [10], метою роботи є розробка математичної моделі операторної модифікації генетичного алгоритму на основі теорії лінійних операторів, із застосуванням до задач пошуку екстремального значення швидко осцилюючих функції однієї змінної у десятковому представленні та задач розробки і практичного застосування розкладу занять закладу освіти.

Виклад основного матеріалу

Запропоновано математичну модель операторної модифікації генетичного алгоритму, яка описує процес розв'язання задачі пошуку мінімального екстремуму. Виконаємо опис математичної моделі алгоритму пошуку глобального мінімуму [11].

Точки початкової популяції отримуються шляхом застосування оператор $\hat{P}(\alpha)$ з випадковим параметром $0 < \alpha < 1$ до вектора, що складається з граничних точок відрізку $[a, b]$,

$$\hat{P}(\alpha)\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & 1-\alpha \\ 1-\alpha & \alpha \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix}.$$

Таким чином, одержано пару точок $\xi_1, \xi_2 \epsilon [a, b]$, яка розбиває відрізок $[a, b]$ на три частини. Нехай $\xi_1 < \xi_2$, тоді $[a, b] = [a, \xi_1] \cup [\xi_1, \xi_2] \cup [\xi_2 b]$.

В результаті виконаної операції розбиття відрізка $[a, b]$, формуються три вектори $\begin{pmatrix} a \\ \xi_1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \xi_2 \\ b \end{pmatrix}$, до яких застосовуємо оператор $\hat{P}(\alpha_1)$, де $0 < \alpha_1 < 1$ випадковий параметр Таким чином, отримаємо множини точок $\xi_1, \xi_2 \epsilon [a, b] \epsilon\ \xi_3 \xi_4 \epsilon [a, \xi_1], \xi_5 \xi_6 \epsilon [\xi_1, \xi_2], \xi_7 \xi_8 \epsilon [\xi_2 b]$, також обчислимо значення фітнес-функції для цих точок a, b, ξ_j. Обираються дві точки де значення фітнес функції буде мінімальними і утворюється нова множина пошуку $[a_1, b_1] \subset [a, b]$, де точка x_{00} (середина відрізку $[a_1, b_1]$) є першим наближенням шуканого розв'язку.

Для вирішення проблеми знаходження хибного екстремуму застосовують операцію мутацію. Було запропоновано три варіанти операції мутації [12]. Перший варіант операції мутації базується на випадковому підборі точок, що не належать відрізку $[a_n, b_n]$. Випадковим чином обирається певна множина точок з відрізків $[a, a_n], [b_n, b]$ (мінімум дві, по одній з кожного відрізку) Для цього застосовується оператор $\hat{P}(\alpha_2)$ з деяким випадковим параметром $0 < \alpha_2 < 1$ до векторів $\begin{pmatrix} a \\ a_n \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} b_n \\ b \end{pmatrix}$. Як було показано вище нові точки мутації будуть $\eta_1, \eta_2 \in [a, a_n], \eta_3, \eta_4 \in [b_n, b]$, з яких можна взяти по одній точці. Обчислюються значення фітнес функції в точках. І якщо будуть отримані точки з кращими значеннями, то відрізок пошуку розв'язку $[a_n, b_n]$.

На цьому завершується перший ітераційний крок. На наступному ітераційному кроці наведена вище процедура побудови нової популяції повторюється. В результаті отримується новий відрізок і нове наближення розв'язку.

Продовжуючи процес, отримаємо систему вкладених відрізків $[a_n, b_n] \subset [a_{n-1}, b_{n-1}] \subset \cdots \subset [a, b]$ та послідовність наближень шуканого розв'язку.

Наведемо опис другого варіанту операції мутації. Припустимо, що на *n*-тому ітераційному кроці отримано відрізок $[a_n, b_n]$, що містить найкраще на цьому кроці наближення розв'язку. Множина точок, яка знаходиться за межами цього відрізку, отримується наступним чином:

$$\mathrm{M}(\alpha, \beta)\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \alpha & \frac{1}{2} - \alpha \\ \frac{1}{2} + \beta & \frac{1}{2} - \beta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_{n1} \\ \eta_{n2} \end{pmatrix}.$$

Дану операцію повторюємо k разів, яке обирається випадково або призначається, і отримуються $2k$ точок, які знаходяться зовні відрізку $[a_n, b_n]$. Отримані точки застосовують для операції мутації.

Третій варіант операції мутації полягає у використанні множини Кантора як інструменту для отримання точок популяції за межами відрізку $[a_n, b_n]$, опис алгоритму та статистичні результати наведені в роботі [13].

Зауважимо, що параметри $\alpha, \alpha_1, \alpha_2$ для операторів $\hat{P}(\alpha)$ можна обирати однаковими.

Аналіз ефективності та працездатності операторної модифікації генетичного алгоритму із застосуванням комп'ютерної програми.

Для проведення апробації запропонованої операторної модифікації генетичного алгоритму розроблено програмний продукт «Мінімізація функцій однієї змінної». Аналіз працездатності та ефективності алгоритму пошуку глобального екстремуму (мінімуму) функції однієї змінної із застосуванням операторної модифікації генетичного алгоритму з трьома варіантами операції мутації, виконано для відомих у теорії генетичних алгоритмів тестових функцій. Нижче наведено графіки функцій (рис. 1) та отримані чисельні результати.

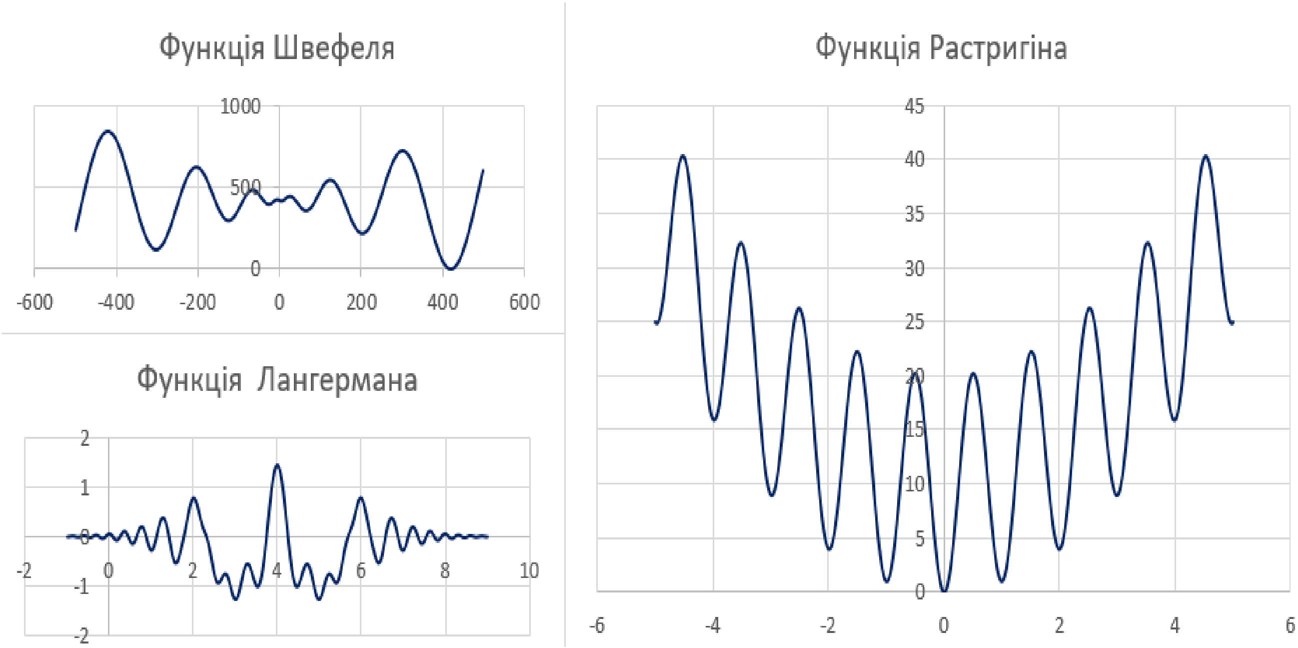


Рис. 1. Графіки тестових функцій

Для кожної з тестових функцій проводилось по 20 запусків програмного застосунку «Мінімізація функцій однієї змінної», спочатку без використання операції мутації, а потім з операцією мутації II та III типів. Крім того, виконувалось по 20 запусків програмного засобу «Генетичні алгоритми» [14] для отримання результатів роботи класичного генетичного алгоритму. За результатами чисельних експериментів проведено порівняння запропонованої операторної модифікації і класичного генетичного алгоритму.

Функція Растригіна $F(x) = 10 + x^2 - 10\cos(2\pi x) \quad -5{,}12 \leq x \leq 5{,}12$ [10].

Дана функція рівномірно осцилююча, має злічену кількість локальних мінімумів і один глобальний мінімум $F_{\min}(x) = 0, x = 0$. Основні результати чисельних експериментів наведено у табл. 1.

Таблиця 1. Статистичні характеристики результатів роботи алгоритму для функції Растригіна для класичного та модифікованого генетичного алгоритмів

	Модифікований генетичний алгоритм			**Класичний генетичний алгоритм**
	Без мутації	З мутацією II виду	З мутацією III виду	
	Екстремум $F_{min}(x) = 0, x = 0$			
Найкращий результат роботи алгоритму				
x	8,70E-05	4,49E-05	4,98E-05	-0,00032
$F(x)$	1,50E-06	4,00E-07	4,92E-07	2,032E-05

Продовження таблиці 1.

Найгірший результат роботи алгоритму				
x	4,14E-04	1,75E-03	2,96E-04	1,6849
$F(x)$	3,41E-05	6,05E-04	1,74E-05	1,054167

Функція Швефеля $F(x) = 418{,}9829 - x\sin\sqrt{|x|} \quad -500 \le x \le 500$ [10].

Відомо, що функція Швефеля осцилююча із зростаючою амплітудою при зростанні змінної, на відрізку $[-500{,}500]$ має глобальний мінімум $F_{min}(x) = 0, x = 420{,}9687$. Пошук глобального мінімуму цієї функції ускладнюється, тим що область пошуку велика і шукана точка мінімуму знаходиться близько до границі, тобто досить далеко від 0.

Статистичні характеристики результатів експериментальних випробувань для функції Швефеля, що наведені у табл. 2, показують стовідсоткову результативність алгоритму в усіх випробуваннях, як із застосуванням операції мутації, так і без неї.

Таблиця 2. Статистичні характеристики результатів роботи алгоритму для функції Швефеля, для класичного та модифікованого генетичного алгоритмів

	Модифікований генетичний алгоритм			**Класичний генетичний алгоритм**
	Без мутації	З мутацією II виду	З мутацією III виду	
	Екстремум $F_{\min}(x)=0, \quad x=420{,}9687$			
Найкращий результат роботи алгоритму				
x	420,9731	420,9664	420,9716	420,977
$F(x)$	1,52E-05	1,34E-05	1,37E-05	2,1324E-05
Найгірший результат роботи алгоритму				
x	421,0181	420,9533	421,0038	-301,652
$F(x)$	3,20E-04	4,29E-05	1,68E-04	118,5347

Функція Лангермана $F(x) = -c_1 e^{-\frac{(x-a_{11})^2}{p}} \cos(p(x-a_{11})^2) - c_2 e^{-\frac{(x-a_{12})^2}{p}} \cos(p(x-a_{12})^2)$, де $0 < x < 10, c_1 = 1, c_2 = 1, a_{11} = 3, a_{12} = 5$ [10].

Функція Лангермана має затухаючу осциляцію, але особливість полягає у наявності двох глобальних мінімумів $F_{min}(x) = -1{,}2799$; $x_1 = 3, x_2 = 5$. Статистичні характеристики результатів експериментальних випробувань для функції Лангермана наведені у табл. 3.

Таблиця 3. Статистичні характеристики результатів роботи алгоритму для функції Лангермана, для класичного та модифікованого генетичного алгоритмів

	Модифікований генетичний алгоритм			**Класичний генетичний алгоритм**
	Без мутації	З мутацією II виду	З мутацією III виду	
	Екстремум $F_{\min}(x)=-1{,}2799, \quad x_1=3, \quad x_2=5$			
Найкращий результат роботи алгоритму				
x_1	3,00642	3,0060517	3,00654	3,0155
$F(x_1)$	-1,28127	-1,2812424	-1,28128	
x_2	4,9919	4,995816	4,988704	-1,28
$F(x_2)$	-1,28132	-1,281007	-1,281061	
Найгірший результат роботи алгоритму				
x_1	3,00768	3,0077336	3,00775	2,5962
$F(x_1)$	-1,28132	-1,2813195	-1,28132	
x_2	4,98946	4,916971	4,991952	-0,9495
$F(x_2)$	-1,28116	-1,159507	-1,28132	

При застосуванні класичного генетичного алгоритму виконується великий обсяг обчислень і не гарантується позитивний результат. Так формування одного покоління нащадків для популяції, що містить 20 хромосом, потребує обчислення значень функції не менше 50 разів (якщо хромосом буде 30, то вже потрібно буде обчислювати значення функції приблизно 100 разів), крім того, виконуються операції дискретизації області пошуку і бінарного кодування хромосом.

Після проведення кросинговеру та мутації необхідно виконати декодування хромосом з метою отримання значень фенотипу. Тобто один ітераційний крок потребує досить великої кількості обчислень. Запропонована операторна модифікація генетичного алгоритму вимагає на одному ітераційному кроці значно меншу кількість обчислень. Дійсно, обчислення значень функції у восьми точках, у разі застосування мутації II типу у 10 точках. При цьому усі операції однотипні — множення вектора на матрицю з випадково підібраним параметром. Оскільки алгоритми мають різні підходи до опрацювання даних порівнювати запропоновану операторну модифікацію і класичний генетичний алгоритм за кількістю ітерацій недоцільно.

Порівняння запропонованих алгоритмів проводилось за наступними критеріями:

1) обсяг обчислювальної інформації — це кількість виконаних алгоритмічних дій на одному ітераційному кроці для отримання одного наближення до розв’язку;

2) результативність — це кількісний показник отриманих істинних та хибних екстремумів;

3) якість — мінімальність відхилення знайдених наближень екстремальних точок і наближених значень функції від відомих точних значень.

Як видно з результатів представлених вище у таблицях, результати класичного генетичного алгоритму поступаються результатам модифікованого. При проведені тестування, для кожної з функцій, класичний алгоритм знаходив хибні екстремуми для функції Растригіна у 50 % випробувань, для двох інших — 10—20 %. Значення екстремуму отриманих модифікованим генетичним алгоритмом в усіх випробуваннях задовольняють умову $|F(x_n) -|F(x_{n-1}) < \varepsilon$ де $\varepsilon = 10^{-6}$. Отже, виконавши порівняння отриманих статистичних результатів для класичного генетичного алгоритму та операторної модифікації генетичного алгоритму для однакових початкових умов, приходимо до висновку — якість отриманих результатів другого краще за результати першого.

На основі запропонованого операторного підходу було представлено математичну модель складання розкладу. Задачу розкладу реалізовано у вигляді транспортної задачі спеціального типу [15]. При застосуванні генетичного підходу до розв’язання задачі можна виділити матриці розкладів, які представляють собою популяцію, утворену за допомогою випадкових процесів. Розв’язком задачі буде вважатись розклад який відповідає певним вимогам. В математичній моделі вводиться значення «ваги» для розкладу групи, для викладача, для розкладу в цілому. Використовуючи вагові параметри вводиться поняття прийнятного розв’язку. Тобто це розклад, який має вагу, що знаходиться в межах фіксованих відхилень від нижньої межі ваги групи, ваги розкладу. Отримання оптимального значення ваги розкладу не є обов’язковим. Матриці розкладу утворюються випадковим чином і можуть бути не оптимальними за значенням ваги, тобто розклад академічної групи не задовольняє введеним критеріям, тоді, до матриці розкладу застосовується операція «керованої мутації». Застосування операторів перестановки рядків матриць безпосередньо представляють собою операцію «керованої мутації». Після отримання прийнятного розкладу академічної групи відбувається перехід до наступної групи. Таким чином для задачі складання розкладу можна згенерувати деяку популяцію розкладів. Після чого, спираючись на принципи роботи генетичних алгоритмів, відбувається відбір кращих розкладів, які задовольняють критеріям прийнятності. Для проведення апробації запропонованого алгоритму розроблений програмний додаток «Генератор розкладу», що реалізує на практиці розв’язання даної задачі.

Початковий план для досліджуваної задачі представляється у вигляді матриці, елементи якої отримуються випадковим чином. Для початкового плану за допомогою операторів перестановки рядків здійснюється ітераційний процес наближення до прийнятного (оптимального) розв’язку.

Операція переставлення рядків матриці плану здійснюється за допомогою лінійних операторів, які відносяться до класу лінійних операторів перестановок. Наведемо описання операторів даного класу.

Нехай дано деякі натуральні числа $m, k \le n$. Лінійний оператор

$$P_{km} \in L(R^n \times R^n) \colon P_{km} = (p_{st} + q_{st})_{s,t,=\overline{1,n}},$$

де $p_{st} = \begin{cases} 1, & s = t, s \neq m, t \neq k \\ 0, & s \neq t \\ 0, & s = t = m, s = t = k \end{cases}$ $\quad q_{st} = \begin{cases} 1, & s = m, t = k \\ 1, & s = k, t = m \\ 0, & s \neq m, t \neq k, s \neq k, t \neq m \end{cases}$,

виконує перестановку рядків матриці з номерами k та m.

Покажемо, що оператори $P_{km} \in L(R^n \times R^n)$ пов'язані з операторами $P(\alpha), Q(\beta) \in L(R^n;\ \langle^n)$, а саме: $P(\alpha)x = P_j, Q(\beta)(x) = Q_j$, де $\alpha = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$, $\beta = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$. Ці оператори діють наступним чином:

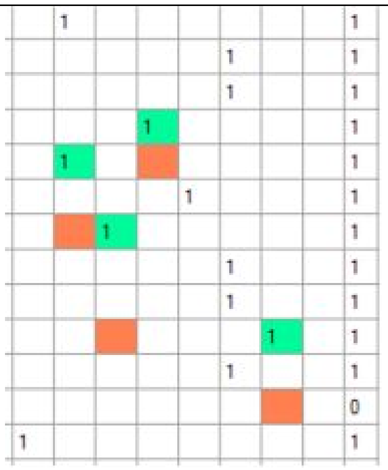
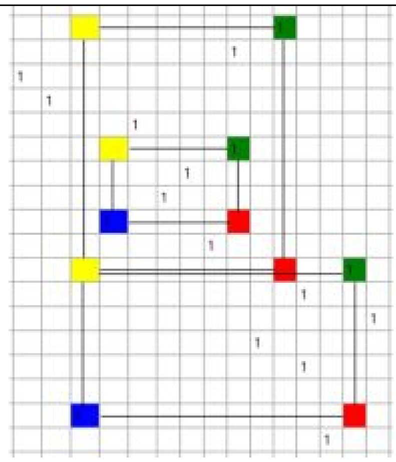
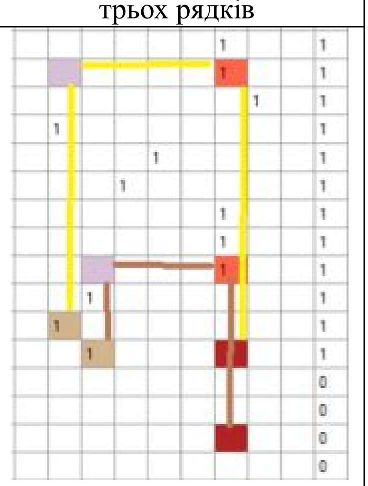
$$P_j x = P_j\left(\sum_{i=1}^{n} \xi_i \mathrm{e}_i\right) = \xi_j \mathrm{e}_j, \quad Q_j x = Q_j\left(\sum_{i=1}^{n} \xi_i \mathrm{e}_i\right) = \xi_{n-j+1} \mathrm{e}_j.$$

Враховуючи наведені представлення операторів, отримаємо рівність:

$$P_{km} = I - P_m - P_k + Q_m + Q_k.$$

Отже, переставлення рядків з номерами k та n здійснюється лінійним оператором P_{km}. У результаті застосування оператора P_{km} до матриці початкового плану X_0 отримаємо новий план X_1: $X_1 = P_{km} X_0$.

Таблиця 4. Схематичне відображення дій операторів перестановки рядків

Оператор перестановки двох рядків		Оператор перестановки трьох рядків
 *Рис. 2.* «Підтягування» елементів	 *Рис. 3.* Перестановка по «Квадрату»	 *Рис. 4.* Перестановка по «Трапеції»

Оскільки покращення розкладу пропонується через застосування операторів перестановки рядків, то слід зазначити, що використовується декілька типів операторів перестановки. Оператори згруповані за принципом їх дій і відображені в табл. 4. Також оператори використовуються для різних випадків покращень, тому також у таблиці наведено випадки їх застосування. Для покращення розуміння дій операторів було представлено їх схематичне відпрацювання. Перший варіант виконує перестановку одного елемента для двох рядків, дана операція найчастіше виконується для «Підтягування» елементів (рис. 2), щоб покращити розклад або за умовою оптимальності ваги, або за умовою відсутності «вікон» між заняттями. Другий варіант це виконання перестановки двох елементів для двох рядків, таким чином утворюючи операцію перестановки по «Квадрату» (рис. 3), а в третьому випадку задіяний оператор перестановки трьох, перестановка по «Трапеції» (рис. 4).

На рис. 5 зображено матрицю початкового заповнення розкладу в табличному вигляді — значення ваги розкладу для групи становить 23 одиниці, що не є оптимальним значенням, оскільки в трьох місцях у клітинках набуто значення «3». Виконується процес покращення розкладу, тричі застосовано оператор перестановки елементів двох рядків, який виконує дію перестановок елементів по «Квадрату». Відображається результат формування розкладу у вигляді вагової матриці. Матриця розкладу групи становить 17 одиниць і приймає мінімальне можливе значення.

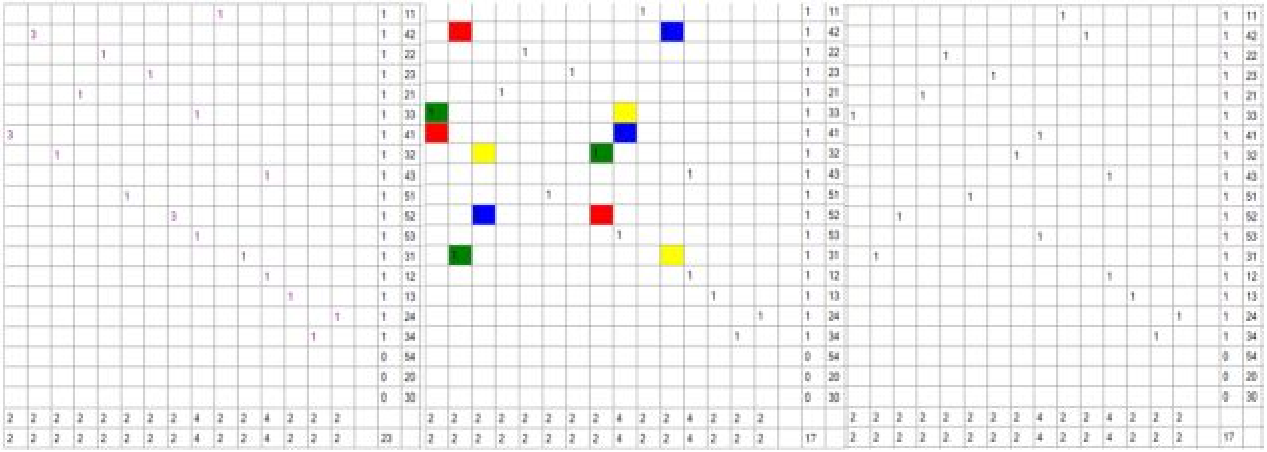


Рис. 5. Застосування оператора перестановок рядків до матриці розкладу

Висновки

Розглянуті приклади для відомих тестових функцій показали, що операторна модифікація генетичного алгоритму дала правильний результат із заданою величиною похибки для усіх розглянутих функцій, на відміну від класичного генетичного алгоритму. Для функцій, що мають декілька однакових глобальних мінімальних значень, алгоритм дозволяє знайти усі екстремальні точки приблизно у рівній пропорції. Операторна модифікація генетичного алгоритму стабільно витримує задану величину похибки, на відміну від класичного генетичного алгоритму. Операторна модифікація генетичного алгоритму є працездатною і має досить високу ефективність. Наведено опис операторного методу розв'язання задачі складання розкладу занять закладу освіти, математична модель якої реалізована у вигляді транспортної задачі спеціального виду. Процес отримання прийнятного розкладу здійснюється застосуванням операторів покращення розкладу, які за своєю дією близькі до операторів мутації, але застосовуються за певних умов. Тому процес операторного формування та корегування розкладу можна назвати умовно «керованою мутацією», бо він є контрольованим процесом, оскільки дія операторів переставлення рядків матриці розкладу відбувається за умови виконання певних умов.

Список використаної літератури

1. Шило В.П., Глибовець М.М., Гулаєва Н.М., Нікіщіхіна К.В. Генетичні алгоритми турнірного витиснення з гаусовою мутацією. *Кібернетика та системний аналіз*. 2020. № 2(56). С. 75–88.
2. Гулаєва Н.М., Шило В.П., Глибовець М.М. Генетичні алгоритми як обчислювальні методи скінченновимірної оптимізації. *Кібернетика та комп'ютерні технології*. 2021. № 3. С. 5–14.
3. Верем'єв О., Десятський С. Про ефективність алгоритмів пошуку глобального екстремуму в системі Wolfram Mathematica. ΛΌГOΣ. *Мистецтво наукової думки.* 2018. № 1. С. 149–151.
4. Погорілий С.Д., Білоус Р.В., Білоконь І.В. Застосування генетичних алгоритмів у комп'ютерних системах : монографія /за ред. проф. С.Д. Погорілого. Київ: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет». 2014. 319 с.

5. Бевз С.В. Войтко В.В., Бурбело С.М., Шоботенко А.М. Розробка автоматизованої системи формування розкладу магістратури. *Наукові праці ВНТУ*. 2009. №1. С. 1–10.
6. Haitan O., Nazarov O. Hybrid approach to solving of the automated timetabling problem in higher educational institution. *Системи управління, навігації та зв'язку. Збірник наукових праць.* 2020. №. 2 (60). С. 60–69.
7. Глибовець М.М., Гулаєва Н.М., Пасічник М.М. Паралельний генетичний алгоритм побудови розкладу занять. *Проблеми програмування*. 2015. № 2. С. 76–85.
8. Годлевський М.Д., Абабілов О.О. Дослідження ефективності паралельних генетичних алгоритмів для вирішення задачі створення розкладу занять вузу на базі Grid–системи. *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. 2011. № 3. С. 68–72.
9. Бондаренко О., Устиненко О., Протасов Р., Клочков І., Воронцов Б., Матюшенко М., Калінін П. Огляд сучасного використання генетичних та еволюційних алгоритмів. Стратегії, можливості (оглядова стаття). *Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР*. 2020. № 2. С. 6–16.
10. Олійник Л.О. Операторна модель рекомбінації в генетичних алгоритмах. *Математичне моделювання: Науковий журнал*. 2019. №1(40). С. 14–21.
11. Бажан С.М., Олійник Л.О. Алгоритм пошуку екстремумів функцій однієї змінної. *Математичне моделювання: Науковий журнал*. 2019. №1(40). С. 44–49.
12. Oliinyk L.O., Bazhan S.M. About Features of Mutation Application in a Modified Operator Genetic Algorithm. *International Academy Journal Web of Scholar*. 2020. No 8(50). p. 41–47.
13. Олійник Л.О., Бажан С.М. Про використання множини Кантора в операції мутації для генетичних алгоритмів. *Математичні проблеми технічної механіки – 2021:* матеріали міжнар. наук.-практ. конф., Дніпро, Кам'янське, 13-16 квітня 2021р. Дніпро. 2021.С. 79–90.
14. Олійник Л.О., Довженко О.О., Ларіков Є.Д. Демонстраційний навчальний програмний засіб «Генетичні алгоритми». *Проблеми математичного моделювання:* тези доп. всеукр. наук.-метод. конф. (м. Кам'янське, 26-28 травня 2021року). Кам'янське, 2021 С. 94–97.
15. Бажан С.М., Олійник Л.О. Про алгоритм пошуку оптимального плану для транспортної задачі спеціального вигляду. *Міжнародний науковий журнал «GRAIL OF SCIENCE»*. 2022. №11. С. 230–232.

References

[1] Shylo V.P., Glybovets M.M., Gulayeva N.M. et al. (2020) Henetychni alhorytmy turnirnoho vytysnennya z hausovoyu mutatsiyeyu [Genetic Algorithm of Tournament Crowding Based on Gaussian Mutation]. Kybernetyka y systemnyy analyz – Cybernetics and system analysis 56, 231–242.

[2] Gulaeva N.M., Shilo V.P., Hlybovets M.M. (2021) Henetychni alhorytmy yak obchyslyuval'ni metody skinchennovymirnoyi optymizatsiyi [Genetic algorithms as computational methods of finite-dimensional optimization]. Kibernetyka ta komp`yuterni tekhnolohiyi – Cybernetics and computer technologies 3, 5–14.

[3] Veremyev O., Desyatskyi S. (2018) Pro efektyvnist' alhorytmiv poshuku hlobal'noho ekstremumu v systemi Wolfram Mathematica. [On the effectiveness of global extremum search algorithms in the Wolfram Mathematica system]. ΛΌГOΣ. Mystetstvo naukovoyi dumky – ΛΌГOΣ. The art of scientific thought 1, 149–151.

[4] Pohorilyy S.D., Bilous R.V. Bilokon I.V. (2014) Zastosuvannya henetychnykh alhorytmiv u komp'yuternykh systemakh [Application of genetic algorithms in computer systems] (ed. by prof. S. D. Pohoriloho) – 319 p.

[5] Bevs S.V, Burbelo V.V., Bevz S.M., Shobotenko A.M. (2009) Rozrobka avtomatyzovanoyi systemy formuvannya rozkladu mahistratury. [Development of an automated system for forming the master's schedule] Scientific works of VNTU 1, 1–10.

[6] Haitan O., Nazarov O. (2020) Hybrid approach to solving of the automated timetabling problem in higher educational institution. Control, navigation and communication systems. Collection of scientific works 2 (60), 60–69.

[7] Hlybovets M.M., Gulaeva N.M., Pasichnyk M.M. (2015) Paralel’nyy henetychnyy alhorytm pobudovy rozkladu zanyat [Parallel genetic algorithm for building a class schedule]. Problemy prohramuvannya – Programming problems 2, 76–85.
[8] Godlevskyi M.D., Ababilov O.O. (2011) Doslidzhennya efektyvnosti paralel’nykh henetychnykh alhorytmiv dlya vyrishennya zadachi stvorennya rozkladu zanyat’ vuzu na bazi Grid–systemy [Investigation of the effectiveness of parallel genetic algorithms for solving the problem of creating a schedule of university classes based on the Grid system]. Radioelektronni i komp`yuterni systemy – Radioelectronic and computer systems, 3, 68–72.
[9] Bondarenko O., Ustinenko O., Protasov R., Klochkov I., Vorontsov B., Matyushenko M., Kalinin P. 2020. Ohlyad suchasnoho vykorystannya henetychnykh ta evolyutsiynykh alhorytmiv. Stratehiyi, mozhlyvosti (ohlyadova stattya). [Review of modern use of genetic and evolutionary algorithms. Strategies, opportunities (review article).] Visnyk Natsional’noho tekhnichnoho universytetu «KHPI». Seriya: Mashynoznavstvo ta SAPR. – Herald of the KhPI National Technical University. Series: Mechanical engineering and CAD. 2 – 6–16.
[10] Oliinyk L.O. (2019) Operatorna model’ rekombinatsiyi v henetychnykh alhorytmakh [The operator model of recombination in genetic algorithms]. Matematychne modelyuvannya: Naukovyy zhurnal – Mathematical modeling: Scientific journal 1(40), 14–21.
[11] Bazhan S.M., Oliinyk L.O. (2019) Alhorytm poshuku ekstremumiv funktsiy odniyeyi zminnoyi. [Alhorytm poshuku ekstremumiv funktsiy odniyeyi zminnoyi.] Matematychne modelyuvannya Naukovyy zhurnal – Mathematical modeling: Scientific journal 1(40), 44–49.
[12] Oliinyk L.O., Bazhan S.M. 2020. About Features of Mutation Application in a Modified Operator Genetic Algorithm. International Academy Journal Web of Scholar 8(50), 41–47
[13] Oliinyk L.O., Bazhan S.M. (2021) Pro vykorystannya mnozhyny Kantora v operatsiyi mutatsiyi dlya henetychnykh alhorytmiv [On the use of the Cantor set in the mutation operation for genetic algorithms]. Materials of the International Scientific Conference "Mathematical Problems of Technical Mechanics – 2021”, 79–90.
[14] Oliinyk L.O., Dovzhenko O.O., Larikov E.D..(2021) Demonstratsiynyy navchal’nyy prohramnyy zasib «Henetychni alhorytmy» [Demonstration training program "Genetic algorithms"]. Theses of reports of the All-Ukrainian. science and method conf. "Problemy matematychnoho modelyuvannya. – problems of mathematical modeling", 94–97.
[15] Bazhan S.M., Oliinyk L.O. (2022) Pro alhorytm poshuku optymal’noho planu dlya transportnoyi zadachi spetsial’noho vyhlyadu. [On the algorithm for finding the optimal plan for a transport problem of a special type]. Mizhnarodnyy naukovyy zhurnal «GRAIL OF SCIENCE» – International scientific journal "GRAIL OF SCIENCE"11, 230–232.

Надійшла до редколегії 10.11.2023