

DOI: 10.31319/2519-8106.2(49)2023.292632  
УДК681.5.015.23:681.5.015.24

**Кондратець В.О.**, доктор технічних наук, професор кафедри автоматизації виробничих процесів  
**Kondratets Vasilii**, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Automation of  
Production Processes  
ORCID: 0000-0002-1411-168X  
e-mail: serbulan@ukr.net

**Мацуй А.М.**, доктор технічних наук, професор кафедри автоматизації виробничих процесів  
**Matsui Anatolii**, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Automation of  
Production Processes  
ORCID: 0000-0001-5544-0175  
e-mail: matsuyan@ukr.net

**Сербул О.М.**, кандидат технічних наук, доцент кафедри автоматизації виробничих процесів  
**Serbul Oleksandr**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of  
Production Process Automation  
ORCID: 0000-0003-1836-5529  
e-mail: serbulan@ukr.net

Центральноукраїнський національний технічний університет, м. Кропивницький  
Central Ukrainian National Technical University, Kropyvnytskyi

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ БАЗОВИХ ПАРАМЕТРІВ СТЕРЖНЕВОГО ЗАВАНТАЖЕННЯ ЦИЛІНДРИЧНИХ МЛИНІВ ЯК КЕРОВАНИХ ОБ'ЄКТІВ

### MATHEMATICAL MODELING OF BASIC PARAMETERS OF ROD LOADING OF CYLINDRICAL MILLS AS CONTROLLED OBJECTS

*Виокремлено параметри стержневого завантаження, ролі яких приділялося мало уваги. Серед них — об'єм пустот для розміщення руди, імпульс ударного стиснення, класифікуюча властивість стержневого завантаження. Дослідження виконані в межах розробки теми «Оптимізація продуктивності стержневих млинів розімкнутого циклу по руді і готовому продукту при мінімальних енергетичних і матеріальних перевитратах», яка є складовою наукової тематики Центральноукраїнського національного технічного університету. Тема статті актуальна. Метою роботи є встановлення базових параметрів стержневого завантаження млинів як керованих об'єктів. Застосовані методи аналізу, порівняння, математичного і геометричного моделювання, методи теорії подрібнення руди в стержневих млинах, композиції, метод імпульсу ударного стиснення, метод кінетики подрібнення руди в млинах. Відмічено, що стержневі млини досягли свого найбільшого розміру (в Україні  $4,5 \times 6,0$  м), який більше зростати не буде. Для стержневих млинів найбільш сприятливим є каскадний режим роботи, при якому руда руйнується роздавлюванням і стиранням. Використовується багаторозмірне стержневе середовище з 3—4 діаметрами стержнів. У стержневого завантаженні поздовжня сегрегація молоткових тіл виникнути не може. Поперечна сегрегація аналогічна кульовому завантаженню. Дрібні стержні відтісняються до стінки барабана, а крупні накопичуються в центральних областях. Витрата стержнів складає 0,12 кг/кВт-г корисно витраченої енергії. Звичайно довантаження стержнів на заміну спрацьованих здійснюються через кожні 5 діб, а перекласифікацію — через кожні 10 діб. Видаляють стержні з барабана млина при спрацюванні до 15—25 мм. Стержневі млини подрібнюють вихідну руду в основному від 25 мм до 2 мм при вмісті твердого в пульпі 84—86 %. Однорозмірні стержні зберігають стійке положення в процесі подрібнення завдяки розпираючому впливу руди між ними. В такому стані в стержневого завантаженні розміщується 21,5 % руди. У кульовому однорозмірному завантаженні цей*

показник складає 26 %. У стержневих млинах молотьне середовище формується обширними зонами з стержнями наближено однакового діаметра, що дозволяє його розглядати як одно-розмірне. Його імпульс ударного стиснення складає 14,026, що на 28,3 % вище порівняно з найкращими показниками кульових млинів. Показано, що стержневий млин, виконуючи крупне, середнє і дрібне подрібнення, володіє класифікуючою здатністю. Встановлені параметри стержневого завантаження дозволяють будувати більш ефективні автоматизовані системи керування подрібненням руди в розімкнутих циклах.

**Ключові слова:** керовані об'єкти, параметри, математичне моделювання.

*The parameters of core loading, the role of which has received little attention, are highlighted. Among them are the volume of ore cavities, the shock compression impulse, and the classifying property of the rod load. The research was carried out within the framework of the development of the topic "Optimization of open-cycle rod mills productivity for ore and finished product with minimal energy and material overruns", which is part of the scientific theme of the Central Ukrainian National Technical University. The topic of the article is relevant. The aim of the work is to establish the basic parameters of the rod loading of mills as controlled objects. Methods of analysis, comparison, mathematical and geometric modeling, methods of the theory of ore grinding in rod mills, compositions, the method of shock compression pulse, and the method of ore grinding kinetics in mills were used. It is noted that rod mills have reached their largest size (in Ukraine, 4.5×6.0 m), which will not grow anymore. For rod mills, the most favorable is the cascade mode of operation, in which the ore is destroyed by crushing and abrasion. A multi-size rod media with 3—4 rod diameters is used. Longitudinal segregation of grinding media cannot occur in a rod load. The transverse segregation is similar to that of a ball load. Smaller rods are pushed to the drum wall, while larger ones accumulate in the central areas. The consumption of the rods is 0.12 kg/kVt·h of useful energy. Usually, the rods are reloaded to replace the worn-out ones every 5 days, and reclassification is carried out every 10 days. The rods are removed from the mill drum when they are up to 15—25 mm. Rod mills grind the feed ore mainly from 25 mm to 2 mm with a solid content of 84—86 % in the pulp. One-dimensional rods maintain a stable position during the grinding process due to the spreading effect of the ore between them. In this state, 21.5 % of the ore is placed in the rod charge. In a one-dimensional ball load, this figure is 26 %. In rod mills, the grinding media is formed by vast zones with rods of approximately the same diameter, which allows it to be considered as one-dimensional. Its impact compression impulse is 14.026, which is 28.3 % higher than the best performance of ball mills. It is shown that the rod mill, performing coarse, medium, and fine grinding, has a classifying ability. The established parameters of rod loading allow us to build more efficient automated control systems for grinding ore in open cycles.*

**Keywords:** controlled objects, parameters, mathematical modeling.

### Постановка проблеми

В Україні достатньо сильно розвинена гірничо-видобувна галузь у спрямуванні чорної металургії. Частка магнетитових концентратів у залізорудній сировині складає більше половини, забезпечуючи нижчу собівартість металу порівняно з його виплавкою з багатих руд. На вітчизняних залізорудних збагачувальних фабриках для подрібнення міцних руд достатньо широке розповсюдження отримала технологічна схема, де стержневий млин першої стадії працює в розімкнутому циклі, а кульовий млин другої стадії — в замкнутому циклі з механічним двоспіральним класифікатором з загальним зливним порогом. Такі технологічні схеми достатньо широко розповсюджені в Україні. Одним з вузьких місць в даній технологічній схемі є стержневий млин, базові параметри якого як керованого об'єкта недостатньо вивчені, що в певній мірі гальмує розвиток автоматизованих систем керування даним процесом. Запропонована робота виконана в межах наукових досліджень відповідно темі «Оптимізація продуктивності стержневих млинів розімкнутого циклу по руді і готовому продукту при мінімальних енергетичних і матеріальних перевитратах» (0123U102622), що входить до плану наукової тематики Центральноукраїнського національного технічного університету. Оскільки розв'язання даної задачі дозволить підвищити рівень автоматизованого керування процесом подрібнення міцних руд, тема запропонованої наукової роботи є актуальною.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Стержневі млини як керовані об'єкти відомі давно. З середини 60-х років минулого століття практично розв'язані основні задачі їх конструювання, хоч викладення інформації про них здійснюється достатньо стисло. С.Ю. Андрєєв, В.В. Зверевич, В.О. Перов у своїй праці «Дроблення, подрібнення та грохочення корисних копалин» (1966 р.) викладають устрій стержневих млинів і їх основні базові параметри. У 1969 р. в роботі «Збагачення руд» В.А. Скоров приводить особливості стержневих млинів і деякі з вже відомих їх параметрів. У 1971 р. В.В. Зверевич і В.А. Перов в роботі «Основи збагачення корисних копалин» приводять коротку інформацію щодо стержневих млинів стосовно застосування хвильової або східчастої футерівки барабана, забезпечення меншого переподрібнення матеріалу і меншого виходу крупних класів порівняно з кульовим технологічним агрегатом. В 1969 р. в Україні здійснюється науковий прорив. Вчені Дніпропетровського гірничого інституту О.М. Марюта і В.О. Бунько видають наукову працю «Експериментальне визначення статичних характеристик об'єктів збагачувальних фабрик», де приведена методика визначення статичних і регулювальних характеристик стержневих млинів, що працюють у відкритому циклі, її використання для визначення статичних і регулювальних характеристик двостадіального замкнутого циклу подрібнення стержневими млинами в першій стадії. З роками в основному науково-дослідні роботи спрямовуються в напрямку розробки гумової футерівки, однак стійких позитивних результатів для млинів першої стадії подрібнення поки що не досягнуто. Другий напрям, що реалізувався, торкався збільшення розмірів і, відповідно, продуктивності стержневих млинів. Автори Франчук В.П., Настоящий В.А., Маркелов А.С., Чижик Є.Ф. в роботі «Робочі поверхні та футерівки барабаних і вібраційних млинів (2008 р.)» приводять динаміку розробки стержневих млинів за їх розмірами. Показано, що нині розроблений стержневий млин МСЦ 4500×6000, який досяг граничних розмірів для цих технологічних агрегатів. Крім того, сказано, що зважаючи на відносно великий діаметр розвантажувальної горловини в барабаних стержневих млинах звичайно не роблять люків. В роботі [1] описані конструкції стержневого млина, завиткових живильників і футерівки. Приведені деякі з базових параметрів технологічного агрегату. Крім того, розглянута схема руху подрібнюючих тіл в каскадному режимі роботи.

На розглянутій інформації про параметри стержневого млина базувалися системи автоматизованого керування технологічним процесом. У двостадіальному циклі подрібнення при номінальному завантаженні кульового млина стержневий млин повинен працювати в оптимальному режимі. Перший варіант такої системи керування розроблений на кафедрі автоматизації виробничих процесів Дніпропетровського гірничого інституту (С.А. Волотковський, В.О. Бунько) і здійснений на збагачувальній фабриці Новокриворізького ГЗК в 1964 р. В ній використано принцип дискретного регулювання з широтно-імпульсною модуляцією, яка виключає шкідливий вплив транспортного запізнювання на систему регулювання та датчик крупності вихідної руди для компенсації збурюючих впливів. Підведена теоретична база побудови даної системи автоматичного керування на попередньому інформаційному забезпеченні, запропонована в роботі Марюти О.М., Давидковича А.С., Гуленка Т.І., Кондратця В.О. «Автоматизація процесів збагачення руд (1972 р.)», не дозволила досягти необхідної якості керування. В роботі «Автоматизовані системи управління підготовкою металургійної сировини і доменним переділом», підготовленої вченими Київського інституту автоматизації і виданої в 1979 р. під редакцією доктора технічних наук К.А. Шумилова, вказується, що ці технологічні схеми дотепер порівняно мало вивчені. На важливість їх автоматизації вказує і те, що в цій публікації увага, зокрема, приділяється саме такому циклу подрібнення. Це підтверджує невирішеність даної задачі. Про керування таким циклом подрібнення мова йде і в новій роботі вчених і випускників Національного гірничого університету Міністерства освіти і науки України «Подрібнення. Енергетика і технологія (2007 р.)», однак в ній акцентується увага лише на особливості циклу і деякі особливості розв'язання проблеми керування, що підтверджує її нерозв'язаність.

Отже, з розглянутого витікає, що проблема оптимального керування стержневим барабаним млином не розв'язана і на першому етапі цих досліджень необхідно упорядкувати відомі базові параметри стержневого завантаження млина і розкрити такі важливі параметри як вміст руди в молольному середовищі, імпульс ударного стиснення та класифікуюча здатність.

### Формулювання мети дослідження

Метою публікації є упорядкування відомих базових параметрів стержневого завантаження циліндричного млина та розкриття невідомих або менш відомих параметрів як вміст руди в стержневому молольному середовищі в процесі роботи, імпульс ударного стиснення та класифікуюча здатність методом аналізу та математичного моделювання.

### Виклад основного матеріалу

Нині стержневі барабанні млини досягли свого найбільшого значення розмірів і більше практично збільшуватись не будуть. Їх найбільший діаметр досяг 4,6 м, а довжина 6,7 м. В країнах СНД ці розміри дещо менші — відповідно 4,5 м та 6,0 м. Діаметри стержнів застосовують від 40 до 125 мм. У цих млинах здебільшого застосовують футерівку хвилястого типу, оскільки при гладких футерівках відбувається сильне ковзання стержнів. Навпаки, футерівку хвилястого типу не використовують в кульових млинах внаслідок значного ковзання куль [1]. Стержневі млини в основному призначені для доподрібнення міцних руд перед збагаченням. Розвантажувальна цапфа має більший діаметр ніж завантажувальна, що створює нахил пульпи у бік розвантаження у млині і прискорює рух пульпи через млин [1]. Здебільшого в стержневих млинах за даними В.В. Зверевича і В.А. Перова руду подрібнюють від 25 мм до 2 мм, інколи більш крупну вихідну руду подрібнюють до розмірів 6,7...3,3 мм. Стержневі млини порівняно з кульовими працюють при менших на 25 % швидкостях обертання барабана і меншому завантаженні молольними стержнями, що складає 35—45 % об'єму млина [1]. Витрата стержнів за даними Скорова В.А. складає від 0,1 до 1,0 кг/т подрібненої руди або біля 0,12 кг/кВт-г корисно витраченої енергії за даними С.Ю. Андреева. Заданими одного з підприємств довантаження стержнів на заміну спрацьованих здійснюють через кожні 5 діб, а перекласифікацію — через кожні 10 діб. Стержні видаляють з барабана млина за даними Скорова В.А. при спрацьованні до 15—25 мм. Подрібнюють вихідну руду стержневі млини при вмісті твердого в пульпі 84—86 % або густині пульпи 2500—2600 кг/м<sup>3</sup>. Для стержневих млинів каскадний режим роботи є найбільш сприятливим, оскільки вільний політ стержнів у водоспадному і змішаному режимах може привести до їх перекосів і аварійних зупинок млина.

Каскадний режим руху подрібнювальних тіл реалізується при малій частоті обертання барабана в межах 0,5 до дещо меншого значення за 0,6 від критичного значення [1]. Він характеризується перекошуванням подрібнювальних тіл без вільного їх польоту. При сталому каскадному режимі подрібнювальне середовище повертається на певний кут у бік обертання і залишається в такому положенні. Подрібнювальні тіла безупинно циркулюють усередині барабана по замкненим траєкторіям. Подрібнювальні тіла піднімаються по колових траєкторіях на певну висоту і потім скочуються «каскадом» рівнобіжними шарами вниз. У центральній частині подрібнювального середовища є малорухома зона «ядро». Подрібнювання матеріалу відбувається роздавлюванням і стиранням [1]. Тут густина завантаження молольних тіл в усіх точках поперечного перерізу барабана однакова.

У стержневих барабанних млинах використовується багаторозмірне стержневе завантаження, яке створюється або самостійно, або штучно. Багаторозмірне кульове завантаження включає стержні різного діаметра. В процесі експлуатації кульових млинів в усталеному режимі роботи внаслідок особливостей механіки молольного завантаження спостерігається поперечна та поздовжня сегрегація куль за розміром. У стержневому завантаженні поздовжня сегрегація виникнути не може. Тому залишається лише поперечна сегрегація, яка буде аналогічна кульовому завантаженню. У каскадному режимі роботи дрібні кулі відтісняються до стінки барабана, а крупні накопичуються в центральних областях. Таке ж розташування у поперечних перерізах буде і стержнів у барабанному млині. При цьому в центральній зоні стержневого завантаження будуть зосереджені молольні тіла самого крупного розміру. За ними з охопленням навколишнього простору розташуються менш крупні молольні тіла. Периферійну область створять стержні самого найменшого діаметра, притискаючись до внутрішньої поверхні барабана і, створюючи вільну зону молольних тіл, які рухаються скочуванням каскадом в нижню зону. Зони однорозмірних молольних тіл в поперечному перерізі достатньо обширні, що дозволяє розглядати їх характеристики незалежно. Контактні площі між окремими зонами незначні за величиною, тому ними можливо знехтувати при розгляді всього молольного завантаження в цілому.

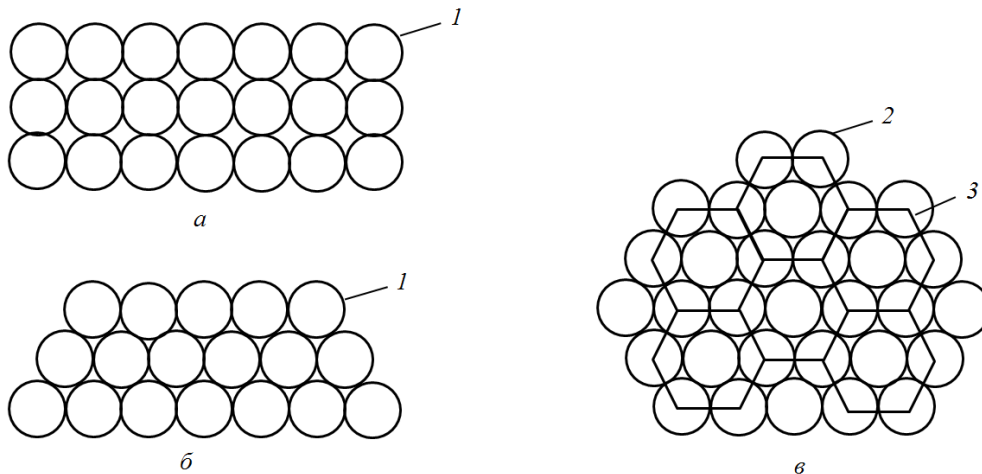


Рис. 1. Особливості положення однорозмірних стержнів у масиві: *a* — нестійке положення; *б* — стійке; *в* — формування правильних однорозмірних геометричних фігур, які займають весь поперечний простір масиву; 1 — стержні; 2 — поперечний переріз стержнів; 3 — правильна геометрична фігура, що формується у поперечному перерізі масиву стержнів

Важливим параметром молольного середовища є об'єм проміжків між молольними тілами, де повинна розміщуватись руда. У стержневих барабаних млинах найбільш простим є однорозмірне завантаження. Воно має однакову довжину стержнів  $L_c$ , яка на 20—30 мм коротша барабана, і певний їх діаметр  $d_c$ . Нині використовують потужні стержневі млини, тому маса молольного середовища в них велика і складається зі стержнів різного діаметра. В основному це 3—4 однакові розміри діаметрів стержнів, які в каскадному режимі роботи створюють окремі достатньо масивні зони з однорідних молольних тіл. Однорозмірні стержні в масиві можуть займати два положення — нестійке і стійке. Нестійке положення однорозмірних стержнів показано на рис. 1, *a*. У такому положенні стержні можуть знаходитись лише під дією зовнішніх сил. У робочому стані у барабанному млині стержні знаходяться у гравітаційному полі, тому займають під дією власної ваги стійке положення, як показано на рис. 1, *б*. У стійкому положенні (рис. 1, *в*) стержні із семи штук формують агрегати, які створюють правильні однорідні фігури у вигляді шестигранників, що покривають весь нормальний поперечний переріз масиву, як це показано на рис. 1, *в*. Кожна з даних фігур 3 (рис. 1, *в*) однозначно характеризує параметри масиву всієї сукупності стержнів. Тому розглянемо більш детально одну з таких фігур.

Композиція з семи стержнів, що створює правильну геометричну фігуру, приведена на рис. 2, з якого видно, що правильний шестикутник можливо розглядати як основу призми. Тоді з даної геометричної фігури можливо визначити об'ємні параметри стержневого завантаження. З рис. 2 видно, що шестикутник основи призми складений з шести рівносторонніх трикутників з стороною, яка дорівнює діаметру стержня  $d_c$ . Кожний трикутник включає три однакових сектори, створені радіусом стержня  $R_c$  і центральним кутом  $60^\circ$ , та фігуру, що дорівнює незмінному за формою і площею нормальному поперечному перерізу простору між трьома стержнями. Площа такого трикутника дорівнює

$$S_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}}{4} d_c^2. \quad (1)$$

Площа сектора з центральним кутом  $60^\circ$  і радіусом  $R_c$  дорівнює

$$S_c = \frac{\pi d_c^2}{24}, \quad (2)$$

а площа сталі стержнів у даному трикутнику

$$S_{cc} = \frac{\pi d_c^2}{8}. \quad (3)$$

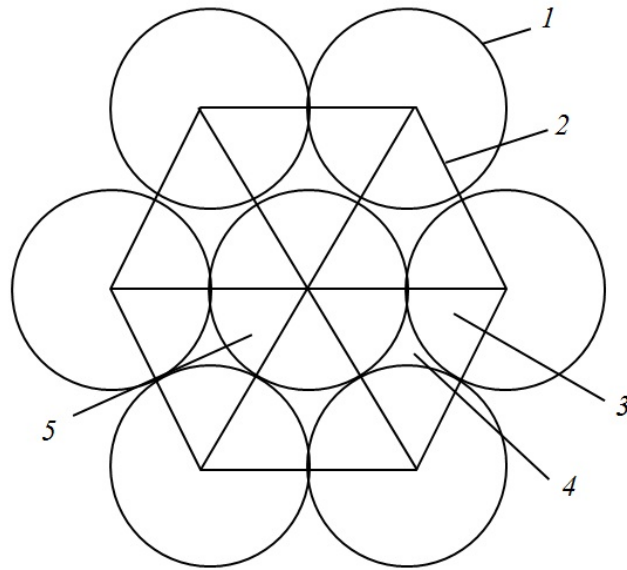


Рис. 2. Композиція з семи стержнів, які в нормальному перерізі створюють однорозмірну геометричну фігуру — шестикутник, складений з шести однакових трикутників: 1 — поперечний переріз стержня; 2 — шестикутник; 3 — трикутник; 4 — поперечний переріз порожнини між стержнями; 5 — центральний стержень

Тоді, з врахуванням приведених виразів, площа нормального поперечного перерізу незаповненого стержневим матеріалом каналу складе

$$S_{нмк} = \frac{d_c^2}{4} \left( \sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right). \quad (4)$$

Об'єм призми, основою якої є трикутник, дорівнює

$$V_{\Delta} = S_{\Delta} \cdot L_c = \frac{\sqrt{3}}{4} d_c^2 L_c, \quad (5)$$

де  $L_c$  — довжина стержня.

Об'єм стержневої сталі в такій призмі дорівнює

$$V_{cc} = \frac{\pi d_c^2 L_c}{8}. \quad (6)$$

Об'єм простору між трьома стержнями в даній призмі дорівнює

$$V_{nc} = S_{нмк} \cdot L_c = \frac{d_c^2}{8} (2\sqrt{3} - \pi) L_c. \quad (7)$$

Параметри стержневого завантаження барабанного млина повністю характеризує призма, основою якої є один із рівносторонніх трикутників. Знайдемо відношення об'єму простору між трьома стержнями до об'єму стержневої сталі в даній призмі, тобто

$$\frac{V_{nc}}{V_{cc}} = \frac{2\sqrt{3} - \pi}{\pi} = 0,1032. \quad (8)$$

З залежності (8) слідує, що відношення даних об'ємів не залежить від діаметра стержнів. Тобто, зона з будь-якими незмінними діаметрами стержнів характеризується цим відношенням і однозначно оцінює все стержневе завантаження барабанного млина.

Оскільки відношення розглянутих об'ємів не залежить від діаметра подрібнюючого середовища, то його параметри можливо оцінювати при будь-якому значенні діаметра стержнів. Прийнемо  $d_c = 100$  мм. Тоді об'єм стержневої сталі у розглянутій призмі складе  $V_{cc} = 90.6441$  %, а об'єм простору між трьома стержнями в даній призмі — 9,3559 %. Отже, на

об'єм руди в даному стержневому завантаженні барабанного млина приходить всього 9,3559 %.

Розглянемо взаємодію цього стержневого завантаження з подрібнюваною рудою. З рис. 2 видно, що висота рівностороннього трикутника дорівнює

$$h_{pm} = \sqrt{d_c^2 - \frac{d_c^2}{4}} = d_c^2 \sqrt{0,75}, \quad (9)$$

що складає 86,6 мм.

З рис. 2 також слідує, що на активну частину площі, яка не зайнята сталлю стержнів, припадає лише половина висоти. Тобто, активна висота фігури, створеної трьома циліндрами в піраміді, дорівнює лише  $h_{apm} = 43,3$  мм. Це підтверджує той факт, що при найбільшому розмірі шматків вихідної руди 25 мм, вони практично не можуть розміщуватись у даному просторі між стержнями. Тобто, попадаючи у цей простір шматки руди будуть роздвигати стержні, порушуючи їх стійкий стан, зображений на рис. 1, б, і переводячи їх у невизначений нестійкий стан. Невизначений нестійкий стан стержнів повинен перейти ще один нестійкий стан мольного середовища, зображений на рис. 1, а. Тому розглянемо його параметри.

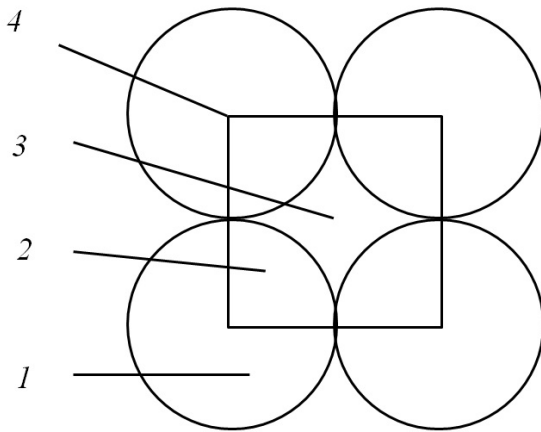


Рис. 3. Фрагмент структури мольного середовища з чотирьох стержнів: 1 — нормальний поперечний переріз стержнів; 2 — квадрант нормального поперечного перерізу стержнів; 3 — площа нормального поперечного перерізу простору, який не заповнено стержневою сталлю; 4 — квадрат, утворений в поперечному перерізі даної комбінації з чотирьох стержнів

Об'єм стержневої сталі в даній призмі дорівнює

$$V_{cc} = \pi d_c^2 L_c / 4, \quad (12)$$

або при  $d_c = 0,1$  м,  $V_{cc} = 0,04553$  м<sup>3</sup>, а загальний об'єм призми складе  $V_{nc} = 0,058$  м<sup>3</sup>. Тоді об'єм порожнечі між чотирма стержнями в даній призмі буде відповідати  $V_{nc} = 21,5$  %, а об'єм стержневої сталі —  $V_{cc} = 78,5$  %. Отже, в даному випадку в стержневому завантаженні може розміститися 21,5 % руди. При роботі циліндричного млина всі порожнечі в мольному завантаженні заповнюються вихідною рудою і стержні будуть зафіксовані в стані, зображеному на рис. 3. Фіксує середовищем буде являтися сама вихідна руда, оскільки в поперечному перерізі 3 (рис. 3) одночасно може знаходитися кілька шматків сировини максимальної крупності. У кульовому однорозмірному завантаженні цей показник дещо вищий і складає 0,26 [2].

Фрагмент нового стану мольного середовища міститься в масиві, зображеному на рис. 1, а. В більш крупному і детальному плані його показано на рис. 3.

З рис. 3 слідує, що у випадку підтримання показаної структури, призма, основою якої є квадрат 4, повністю характеризує стержневе мольне середовище. Площа основи призми, якою є квадрат 4, дорівнює  $S_k = d_c^2$ , оскільки сторона квадрата складає  $d_c$ . Площа сталі в поперечному перерізі призми складається з чотирьох квадрантів. Тому  $S_{cc} = \pi d_c^2 / 4$ . Площа нормального поперечного перерізу тіла, створеного чотирма стержнями, яке складає рудне завантаження, дорівнює

$$S_{mcs} = S_k - S_{cc} = d_c^2 \left( 1 - \frac{\pi}{4} \right), \quad (10)$$

а об'єм даного тіла складе

$$V_{ncs} = d_c^2 \left( 1 - \frac{\pi}{4} \right) \cdot L_c \quad (11)$$

або при  $d_c = 0,1$  м,  $V_{ncs} = 0,01247$  м<sup>3</sup>.

Важливим параметром дії молольного середовища на подрібнювану руду є елементарний акт одночасного впливу, який можливо виразити у вигляді імпульсу ударного стиснення (*IUC*). *IUC* — це відношення маси молольних тіл в одному кубічному метрі подрібнюючого середовища до маси руди, що знаходиться у його проміжках і одночасно розмелюється. Тоді *IUC* дорівнює

$$IUC = \frac{\gamma_{mt} \cdot V_{mt}}{\rho_{pm} \cdot V_{pm}}, \quad (13)$$

де  $\gamma_{mt}$ ,  $\rho_{pm}$  — відповідно густини молольних тіл і подрібнюваного матеріалу;  $V_{mt}$ ,  $V_{pm}$  — відповідно об'єми молольних тіл і подрібнюваного матеріалу в певному об'ємі молольного середовища.

Найбільше розповсюдження на рудозбагачувальних фабриках отримали кульові млини як базові подрібнювальні засоби. Вони працюють при однорозмірному і різнорозмірному кульовому завантаженні. При різнорозмірному кульовому завантаженні  $\gamma_{mt} = 7860 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_{pm} = 2046 \text{ кг/м}^3$ ; частки  $V_{mt} = 0,62$ ;  $V_{pm} = 0,38$  (за Андреевим С.Ю.), що забезпечує  $IUC_p = 6,268$ . Для однорозмірного кульового завантаження  $\gamma_{mt} = 7860 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_{pm} = 2046 \text{ кг/м}^3$ ; частки  $V_{pm} = 0,26$ ;  $V_{mt} = 0,74$ , що відповідає значенню  $IUC_o = 10,934$ . Як видно, однорозмірне кульове завантаження має набагато більшу ефективність подрібнення матеріалу, однак його складно забезпечити при експлуатації млинів.

У стержневих млинах, як було показано, молольне середовище в процесі роботи формується обширними зонами з стержнями наближено однакового розміру. Це дозволяє їх розглядати, як технологічні агрегати з однорозмірним молольним завантаженням. Визначення *IUC* можливо здійснювати відповідно одній елементарній складовій за даними призми, створеної чотирма стержнями, тобто

$$IUC_o = \frac{\gamma_{mt} \cdot V_{cc}}{\rho_{pm} \cdot V_{псч}}, \quad (14)$$

де  $\gamma_{mt} = 7860 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_{pm} = 2046 \text{ кг/м}^3$  з врахуванням коефіцієнта розпушення матеріалу;  $V_{cc}$  і  $V_{псч}$  — відповідно об'єми стержневої сталі і руди в тілі, створеному чотирма стержнями завантаження. Для даного стержневого завантаження  $IUC_o = 14,026$ .

Отже, *IUC* стержневих млинів на 28,3 % вище порівняно з найкращим показником кульових технологічних агрегатів.

Вихідна руда на збагачувальних фабриках в перших стадіях рудопідготовки звичайно подрібнюється з додаванням води у стержневих млинах у каскадному режимі роботи, де руйнування здійснюється роздавлюванням і розтиранням. Технологічні агрегати працюють у розімкненому циклі при великій густині пульпи 2500—2600  $\text{кг/м}^3$  або вмісті твердого 84—86 %. Тверде містить як більш крупні, так і досить дрібні частинки руди, що при достатньо великій в'язкості охоплюють всю поверхню стержнів.

Крупність руди у стержневому млині змінюється від найбільшого розміру до мінімального у розвантаженні. Зміна середньозваженої крупності руди вздовж барабана млина при подрібненні описується рівнянням кінетики

$$d_{cp} = \frac{d_{cp1}}{\frac{d_{cp1} - d_{cp2}}{d_{cp2} \cdot L_\delta} \cdot X + 1}, \quad (15)$$

де  $d_{cp1}$ ,  $d_{cp2}$  — відповідно середньозважені крупності руди у завантаженні і розвантаженні млина;  $L_\delta$  — довжина барабана;  $X$  — координата вздовж осі барабана, яка для млина МСЦ 4,5×6,0 змінюється від 0 до 6 м;  $d_{cp}$  — ордината залежності, середньозважена крупність твердого вздовж осі барабана млина.

Залежність зміни середньозваженого розміру твердого вздовж барабана стержневого млина МСЦ 4,5×6,0 згідно виразу (15) приведена на рис. 4. Нехай середньозважена крупність вхідного матеріалу  $d_{cp1} = 12,0 \text{ мм}$ , а середньозважена крупність твердого в розвантаженні млина



складає 2,0 мм. Для цих умов кінетика подрібнення руди (рис. 4) показує, що інтенсивність зміни середньозваженої крупності подрібнюваного матеріалу з найбільшого значення плавно зменшується до найменшого. Умовно можливо виділити три зони. В короткій зоні *I* довжиною 1 м має місце високе значення інтенсивності руйнування руди, де її середньозважений розмір зменшується майже вдвічі з 12,0 мм до 6,55 мм. В зоні *II* на відстані від 1 до 3 м інтенсивність руйнування майже рівномірно спадає. Тут середньозважений розмір подрібненої руди також зменшується практично в два рази від 6,55 мм до 3,43 мм, але на довжині барабана в два рази більшій. В *III*-й зоні зменшення середньозваженої крупності руди відбувається всього на 1,43 мм з 3,43 мм до 2,0 мм. Інтенсивність руйнування в цій зоні значно менша і руйнування руди відбувається впродовж трьох метрів барабана. Слід відзначити, що у кульових млинах за характером залежності близька до зображеної на рис. 4, однак кульове завантаження веде себе по-іншому, оскільки в ньому має місце і поздовжня сегрегація молочної середовища. У стержневих млинах при змінних інтенсивностях подрібнення руди у зазначених зонах відбувається різне спрацювання молочної тіл. Тому в часі стержні з циліндричних можуть перетворюватись у конічні. При цьому ефективність подрібнення може погіршуватись. Це примушує при перебиранні стержні перевертати іншою стороною, циліндричною до завантажувальної горловини.

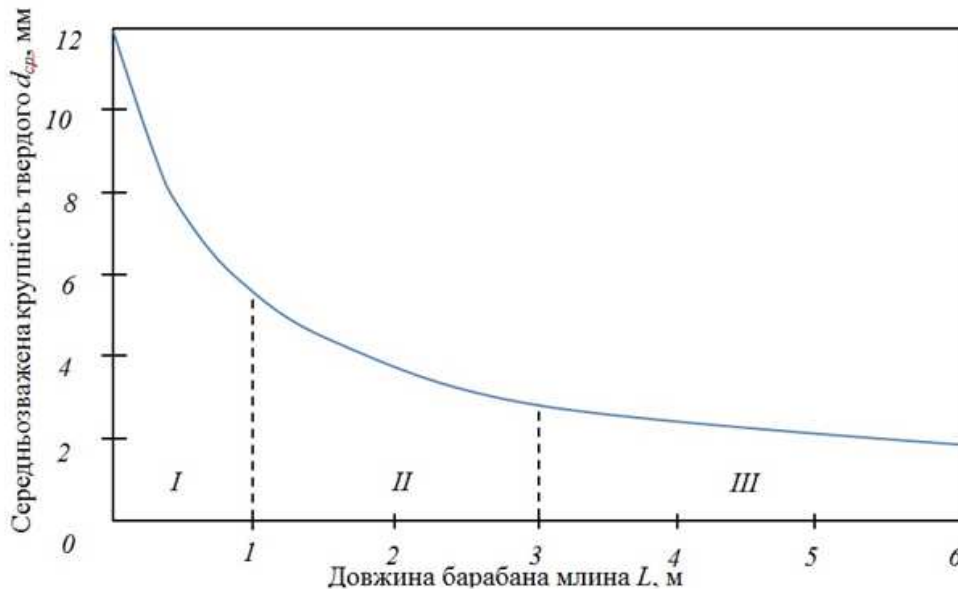


Рис. 4. Залежність середньозваженого розміру твердого вздовж барабана стержневого млина МСЦ 4,5×6,0

Звертає на себе увагу і такий факт. В зоні *I* відбувається крупне подрібнення руди, в зоні *II* — середнє, а в зоні *III* — дрібне здрібнення матеріалу. Як встановлено, стержні в процесі руху взаємодіють між собою, руйнуючи роздавлюванням і стиранням самі крупні шматки руди. Малі шматки руди свій розмір не змінюють і переходять у пульпу, яка переміщується завдяки її горизонтальному руху на іншу ділянку стержня, де такий цикл повторюється. Дані цикли подрібнення твердого проходять багатократно до виходу пульпи з барабана млина. В кожному елементарному циклі подрібнення проходить класифікація — виділення крупного матеріалу, який буде подрібнений в наступному циклі, і збереження (не подрібнення) дрібного матеріалу для даного циклу.

Отже, стержневий млин, виконуючи крупне, середнє і дрібне подрібнення руди одночасно здійснює класифікацію за крупністю, що гарантує високу якість подрібнення і рівномірність зменшення середньозваженої крупності матеріалу у розвантаженні навіть у випадку великої нерівномірності крупності руди на вході.

### Висновки

Таким чином, виконано аналіз базових параметрів стержневого млина і його молотково-го завантаження. Встановлено, що стержневі млини досягли своїх найбільших розмірів 4,5×6,0 м і більше їх розмір суттєво зростати не може. Стержні застосовують діаметром від 40 до 125 мм, а футерівку здебільшого хвилястого типу. В основному у стержневих млинах руду подрібнюють від 25 мм до 2 мм, інколи від 6,7 мм до 3,3 мм. Працюють стержневі млини в каскадному режимі роботи, молоткове завантаження складає 35—45 % об'єму, витрата стержнів — 0,12 кг/кВт·г корисно витраченої енергії. Стержні видаляють з барабана при спрацюванні до 15—25 мм, а довантаження на заміну спрацьованих здійснюють через кожні 5 діб, перекласифікацію — через кожні 10 діб. Подрібнення руди ведуть при вмісті твердого в пульпі 84—86 %. Подрібнення матеріалу відбувається роздавлюванням і стиранням. Звичайно використовують багаторозмірне стержневе завантаження. В усталеному каскадному режимі роботи в центральній зоні зосереджуються стержні самого крупного розміру в поперечному перерізі, поступово зменшуючись у діаметрі з охопленням навколишнього простору розташовуються дрібніші молоткові тіла. Периферійну область створюють стержні самого найменшого діаметру, притискуючись до внутрішньої поверхні барабана і охоплюючи все молоткове завантаження. Зони однорозмірних молоткових тіл в поперечному перерізі достатньо обширні, що дозволяє розглядати різнорозмірне кульове завантаження як одне ціле. Встановлено, що в стержневого молоткового завантаженні розміщується 21,5 % об'єму руди. У кульовому однорозмірному завантаженні цей показник дещо вищий і складає 26 %, однак його складно утримувати в процесі експлуатації. Доведено, що імпульс ударного стиснення в стержневого завантаженні складає 14,026, що на 28,3 % вище порівняно з найкращим показником кульових технологічних агрегатів. Стержневий млин, виконуючи крупне, середнє і дрібне подрібнення руди, одночасно здійснює класифікацію за крупністю, що гарантує високу якість подрібнення і рівномірність зменшення середньозваженої крупності матеріалу у розвантаженні.

Перспективою подальших досліджень у даному напрямі є обґрунтування побудови систем оптимізації керування роботою стержневих млинів розімкнутого циклу подрібнення руди.

### Список використаної літератури

1. Підготовка корисних копалин до збагачення: монографія / Сокур М.І., Білецький В.С., Єгурнов О.І., Воробйов О.М., Смирнов В.О., Божик Д.П. Кременчук: ПП Щербатих О.В., 2017. 392 с.
2. Кондратець В.О., Мацуй А.М. Сферична частинка твердого певного розміру як основа процесу моделювання розпушення гірських порід. Математичне моделювання. 2016. № 2 (33). С. 55–59.

### References

- [1] Sokur M.I., Biletskyi V.S., Yehurnov O.I., Vorobiov O.M., Smyrnov V.O., Bozhyk D.P. (2017). *Pidhotovka korysnykh kopalyn do zbahachennia* [Preparation of minerals for beneficiation]. Kremenchuk: PP Shcherbatykh O.V. [in Ukrainian]
- [2] Kondratets V.O., Matsui A.M. (2016). *Sferychna chastynka tverdoho pevnoho rozmiru yak osnova protsesu modeliuvannia rozpushennia hirs'kykh porid* [A spherical particle of a solid of a certain size as the basis of the process of modeling the loosening of rocks]. *Matematychni modeliuvannia*, 2 (33), P. 55–59.

Надійшла до редколегії 07.07.2023