

DOI: 10.31319/2519-8106.2(51)2024.317613

УДК 532.516

**Редчиць Д.О.**<sup>1</sup>, доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник, заступник директора з науково-організаційної роботи Інституту транспортних систем і технологій НАН України, професор кафедри математичного моделювання та системного аналізу Дніпровського державного технічного університету

**Redchys Dmytro**, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Senior researcher, Deputy Director for Scientific and Organizational Work of the Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine, Professor of the Department of Mathematical Modelling and System Analysis of the Dniprovsky State Technical University  
ORCID: 0000-0001-8538-6026

e-mail: redchits\_da@ua.fm

**Моїсеєнко С.В.**<sup>2</sup>, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інформатики і комп'ютерних наук

**Moiseienko Svitlana**, Candidate of technical sciences, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Informatics and Computer Sciences

ORCID: 0000-0001-5802-3887

e-mail: 4moiseenko@ukr.net

**Акіменко О.В.**<sup>1</sup>, провідний інженер відділу динаміки і міцності нових видів транспорту

**Akimenko Oksana**, Leading Engineer of the Department of Dynamics and Strength of New Types of Transport

ORCID: 0000-0002-4562-4795

e-mail: samsonova@ua.fm

<sup>1</sup>Інститут транспортних систем і технологій Національної академії наук України, Дніпро  
Institute of Transport Systems and Technologies of the National Academy of Sciences of Ukraine, Dnipro

<sup>2</sup>Херсонський національний технічний університет, Херсон  
Kherson National Technical University, Kherson

## ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДОКРИТИЧНОГО І ЗАКРИТИЧНОГО ОБТІКАННЯ ПРОФІЛЮ ТУРБУЛЕНТНИМ ПОТОКОМ

## NUMERICAL SIMULATION OF SUBCRITICAL AND SUPERCRITICAL TURBULENT FLOW AROUND AIRFOIL

*Для чисельного моделювання турбулентного докритичного і закритичного обтікання профілю NACA 4412 нестисливим потоком застосовуються нестационарні осереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є-Стокса. Для замикання вихідних рівнянь використано три однопараметричні моделі турбулентної в'язкості SA, SARC, SALSA. Розв'язок системи вихідних рівнянь отримано за допомогою неявного скінченно-об'ємного чисельного алгоритму, що базується на методі штучного стискування, модифікованому для розв'язання нестационарних задач. Блочноматричну систему лінійних алгебраїчних рівнянь неявної схеми було розв'язано методом мінімізації узагальненої неузгодженості (GMRES) з неповним LU-розкладанням  $ILU(k)$  загальної матриці системи в якості передобумовлення. Проведено порівняння однопараметричних моделей турбулентності SA, SARC, SALSA при обтіканні профілю NACA 4412 турбулентним нестисливим потоком. Виконано аналіз отриманих миттєвих ліній течії, контурів інтенсивностей турбулентної в'язкості та завихреності, коефіцієнтів підйомної сили та лобового опору для характерних режимів обтікання. На докритичних кутах усі три моделі дають близькі результати за всіма характеристиками. Встановлено, що на закритичному режимі обтікання профілю*

NACA 4412 модель турбулентності SARC не призводить до істотного поліпшення одержуваних результатів (за розподілом коефіцієнта тиску в зоні відриву) порівняно зі стандартною моделлю SA. Однак необхідні обчислювальні ресурси збільшуються на 30 %. Модель турбулентності SALSA призводить до значного поліпшення одержуваних результатів порівняно з моделями SA, SARC на закритичних кутах атаки. Модель SALSA більш чутлива до зміни структури течії. Порівняння результатів розрахунків з відомими експериментальними та розрахунковими даними показало перевагу моделі турбулентності SALSA порівняно з іншими тестованими моделями в течіях з розвиненим і масивним двовимірним нестационарним відривом потоку, що характеризуються нестационарними ефектами.

**Ключові слова:** математичне моделювання, рівняння Нав'є-Стокса, моделі турбулентної, аеродинамічний профіль.

*For numerical modeling of the turbulent subcritical and postcritical flow around the NACA 4412 profile by an incompressible flow, the nonstationary Reynolds-averaged Navier-Stokes equations are used. To close the initial equations, three one-parameter turbulent viscosity models SA, SARC and SALSA are used. The solution of the system of initial equations is obtained using an implicit finite-volume numerical algorithm based on the method of artificial compression modified to solve nonstationary problems. The block-matrix system of linear algebraic equations of the implicit scheme was solved by the method of minimizing the generalized mismatch (GMRES) with an incomplete LU decomposition ILU(k) of the total matrix of the system as a preconditioner. A comparison of one-parameter turbulence models SA, SARC and SALSA is carried out for the flow around the NACA 4412 profile by a turbulent incompressible flow. The obtained instantaneous flow lines, contours of turbulent viscosity and vorticity intensities, lift and drag coefficients for typical flow regimes are analyzed. At subcritical angles, all three models give similar results for all characteristics. It is established that at the critical flow regime of the NACA 4412 profile, the SARC turbulence model does not lead to a significant improvement in the results obtained (in terms of the distribution of the pressure coefficient in the separation zone) compared to the standard SA model. However, the required computing resources increase by 30 %. The SALSA turbulence model leads to a significant improvement in the results obtained compared to the SA and SARC models at critical angles of attack. The SALSA model is more sensitive to changes in the flow structure. Comparison of the calculation results with the known experimental and computational data has shown the superiority of the SALSA turbulence model compared to other tested models in flows with a developed and massive two-dimensional unsteady flow separation characterized by unsteady effects.*

**Keywords:** mathematical modeling, Navier-Stokes equations, turbulence models, aerodynamic profile.

### Постановка проблеми

Визначення аеродинамічних характеристик, вібраційних навантажень і аеропружних властивостей крила літака, гвинта гелікоптера, лопатей вітроагрегатів є важливою задачею аеродинаміки. На сьогодні однією з основних проблем обчислювальної аеродинаміки є розрахунок закритичного обтікання профілів. Розв'язання цієї задачі на базі прямого чисельного моделювання DNS і моделювання великих вихорів LES вимагає від самого початку тривимірної постановки, занадто великих ресурсів ЕОМ і можливе лише з появою комп'ютерів зі швидкими та потужними процесорами. Підхід, що ґрунтується на чисельному розв'язанні усереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса, дає можливість зведення задачі у двовимірну площину, і з розумними витратами та із задовільною точністю дозволяє моделювати нестационарну природу відривних течій. У цьому випадку все залежить від вибору конкретної моделі турбулентності.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Кілька практичних робіт було присвячено вивченню закритичного обтікання профілю NACA 4412 [1, 2, 3]. У роботах Srinivasan, Ekaterinaris, McCroskey [4], Davidson [5], Ekaterinaris [6], Szydowski, Costes [7] і Rumsey, Gatski [8] проведено порівняння різних моделей турбулентності з експериментальними даними на нерухомих і рухомих профілях. Встановлено, що для докритичного режиму обтікання профілю (слабкий відрив) вибір моделі турбулентності не чинить істотного впливу на одержуваний результат за умови адекватної роздільної здатності розрахункової сітки області течії. На закритичному режимі обтікання профілю (масивний відрив), коли нелінійні ефекти мають домінуюче значення, зона зриву потоку починається поблизу пе-

редньої кромки профілю. При цьому якість одержуваних результатів визначається не тільки чисельним методом, а й моделлю турбулентності, і також розрахунковою сіткою.

Моделювання аеродинамічних течій здебільшого базується на алгебраїчних, одно- і дво-параметричних моделях вихорової в'язкості. Основою розрахунку в'язких нестационарних течій є однопараметричні моделі турбулентності, що являють собою розумний компроміс між обчислювальними витратами і точністю одержуваних результатів.

#### Формулювання мети дослідження

Метою роботи є проведення порівняльного тестування трьох моделей турбулентності SA, SARC, SALSA при обтіканні профілю NACA 4412 турбулентним нестисливим потоком.

#### Виклад основного матеріалу

Осереднені за Рейнольдсом нестационарні рівняння Нав'є-Стокса нестисливої в'язкої рідини за відсутності зовнішніх сил мають наступний вигляд

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ v_{eff} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (2)$$

де  $x_i, i=1,2$  — декартові координати;  $t$  — час;  $u_i$  — декартові складові вектора середньої швидкості;  $p$  — тиск;  $v_{eff} = \nu + \nu_t$  — ефективний коефіцієнт кінематичної в'язкості;  $\nu$  і  $\nu_t$  — молекулярний та турбулентний коефіцієнти кінематичної в'язкості.

Для замикання осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса використовуються диференціальні однопараметричні моделі Spalart-Allmaras [9], SARC [10, 11] і SALSA [12], які розроблені для задач зовнішньої дозвукової аеродинаміки.

Однопараметрична модель турбулентності Spalart-Allmaras (SA) [9] розроблена у 1992 році та призначена для опису рівноважних течій типу примежового шару для задач зовнішнього обтікання за малих кутів атаки з невеликими відривними зонами. Генерація турбулентності визначається ротором поля швидкості.

У 1997 році Spalart і Shur запропонували модифікацію вихідної моделі SARC [10, 11] введенням додаткових евристичних функцій для врахування кривизни ліній течії й обертання твердої обтічної поверхні.

У 2003 році співробітниками TU Berlin запропоновано модифікацію SALSA [12], у якій генерація турбулентності була пов'язана не з ротором поля швидкості, а з тензором швидкостей деформацій. Крім того, на основі досвіду використання початкової моделі було внесено зміни в константи. Різного роду модифікації дали змогу точніше враховувати нестационарні ефекти в турбулентності.

а) *Стандартна модель турбулентності Спаларта-Аллараса (Spalart-Allmaras — SA)* [9] призначена для визначення розмірного кінематичного коефіцієнта турбулентної в'язкості

$$\nu_t = \tilde{\nu}_t \cdot f_{v1}, \quad (3)$$

де  $f_{v1} = \chi^3 / (\chi^3 + c_{v1}^3)$  — демпфуюча функція кінематичних в'язкостей  $\chi = \tilde{\nu}_t / \nu$ . Тут  $\tilde{\nu}_t$  — робоча змінна. Рівняння для визначення  $\tilde{\nu}_t$  в моделі Спаларта-Аллараса має вигляд [9]

$$\frac{D\tilde{\nu}_t}{Dt} = c_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu}_t + \frac{1}{\sigma} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ (\nu + \tilde{\nu}_t) \frac{\partial \tilde{\nu}_t}{\partial x_k} \right] + \frac{c_{b2}}{\sigma} \frac{\partial \tilde{\nu}_t}{\partial x_k} \frac{\partial \tilde{\nu}_t}{\partial x_k} - f_w \left[ \frac{c_{b1}}{k^2} + \frac{1 + c_{b2}}{\sigma} \right] \left[ \frac{\tilde{\nu}_t}{d} \right]^2. \quad (4)$$

Перший доданок правої частини (4) — джерельний член генерації турбулентності, де

$$\tilde{S} \equiv f_{v3} W + \frac{\tilde{\nu}_t}{k^2 d^2} f_{v2}, \quad W = \sqrt{2W_{ij}W_{ij}}, \quad (5)$$

$W_{ij} = 0.5(\partial u_i / \partial x_j - \partial u_j / \partial x_i)$  — тензор завихреності.

Функція  $f_{v2}$  визначається за допомогою співвідношення

$$f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}}. \quad (6)$$

Другий і третій доданки правої частини (4) відповідають за дисипацію турбулентності.

Четвертий — за деструкцію турбулентності поблизу твердої стінки і містить функцію

$$f_w = g \left[ \frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{1/6}, \quad (7)$$

де  $g = r + c_{w2}(r^6 - r)$ ,  $r = \frac{\tilde{v}_t}{\tilde{S}k^2d^2}$ . Тут  $d$  — відстань до найближчої стінки. Значення констант:  $k = 0.41$  — константа Кармана,  $\sigma = 2/3$  — турбулентне число Прандтля,  $c_{b1} = 0.1355$ ,  $c_{b2} = 0.622$ ,  $c_{v2} = 5.0$ ,  $c_{w2} = 0.3$ ,  $c_{w3} = 2$ ,  $c_{v1} = 7.1$ ,  $f_{v3} = 1$ .

б) Модель турбулентності Спаларта-Аллмараса з урахуванням обертання та кривизни ліній струму (*Spalart-Allmaras for Rotation and Curvature — SARC*) розроблена Spalart и Shur [10].

В моделі SARC [10], на відміну від стандартної SA [9], доданок генерації турбулентності множить на евристичну функцію  $f_{r1}$

$$f_{r1} = (1 + c_{r1}) \frac{2r^*}{(1 + r^*)} \left[ 1 - c_{r3} \tan^{-1}(c_{r2}\tilde{r}) \right] - c_{r1}, \quad (8)$$

де  $c_{r1} = 1$ ,  $c_{r2} = 12$ . Константа  $c_{r3}$  визначена Spalart и Shur [10] у діапазоні  $0.6 \div 1.0$ . В даній роботі  $c_{r3} = 0.6$ . Функцію  $r^*$  визначено як  $r^* = S/W$ . Тут  $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ ,  $W = \sqrt{2W_{ij}W_{ij}}$ ,  $S_{ij} = 0.5(\partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i)$  — тензор швидкостей деформації. Функція  $\tilde{r}$  згідно [10] має вигляд

$$\tilde{r} = 2W_{ik}S_{jk} \left[ \frac{DS_{ij}}{Dt} + (\varepsilon_{imn}S_{jn} + \varepsilon_{jmn}S_{in})\Omega_m \right] / D^4, \quad (9)$$

де  $\Omega_m$  — значення кутової швидкості обертання відносно вісі  $x_m$ ,  $\varepsilon_{imn}$  — компоненти тензора третього рангу Леві-Чивіта,  $D = \sqrt{0.5(S^2 + W^2)}$ .

в) Модель Спаларта-Аллмараса, адаптована до тензора швидкостей деформації (*Strain-Adaptive Linear Spalart-Allmaras Model — SALSA*) [12] є розвитком оригінальної моделі SA. Вона ґрунтується на принципі вихорової в'язкості для слабостисливих течій з флуктуаціями густини, якими можна знехтувати.

Рівняння для визначення  $\tilde{v}_t$  в моделі Спаларта-Аллмараса, адаптованій до тензора швидкостей деформацій, записується у вигляді [12]

$$\frac{D\tilde{v}_t}{Dt} = \tilde{c}_{b1}\tilde{S}\tilde{v}_t + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[ \left( \nu + \frac{\nu_t}{\sigma} \right) \frac{\partial \tilde{v}_t}{\partial x_k} \right] + \frac{c_{b2}}{\sigma} \frac{\partial \tilde{v}_t}{\partial x_k} \frac{\partial \tilde{v}_t}{\partial x_k} - f_w \left[ \frac{\tilde{c}_{b1}}{k^2} + \frac{1 + c_{b2}}{\sigma} \right] \left[ \frac{\tilde{v}_t}{d} \right]^2. \quad (10)$$

Від стандартної моделі турбулентності Спаларта-Аллмараса SALSA відрізняється модифікацією членів генерації, дисипації та деструкції турбулентної в'язкості. Стандартний коефіцієнт  $c_{b1}$  модифіковано в доданку генерації наступним чином

$$\tilde{c}_{b1} = c_{b1}\sqrt{\Gamma}, \quad \Gamma = \min(1.25, \max(\gamma, 0.75)), \quad \gamma = \max(\alpha_1, \alpha_2); \quad (11)$$

$$\alpha_1 = \left( 1.01 \frac{\tilde{v}_t}{k^2d^2S^*} \right)^{0.65}, \quad \alpha_2 = \max \left( 0, 1 - \tanh \left( \frac{\chi}{68} \right) \right)^{0.65}. \quad (12)$$

Основна відмінність SALSA від стандартної моделі турбулентності SA полягає у використанні тензора швидкостей деформацій замість тензора завихреності, а саме:

$$\tilde{S} = S^* \left[ \left( \frac{1}{\chi} \right) + f_{v1} \right], \quad S^* = \sqrt{2\tilde{S}_{ij}\tilde{S}_{ij}}, \quad \tilde{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{1}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}. \quad (13)$$

Функції, які входять в доданок деструкції, мають наступний вигляд

$$r = 1.6 \tanh \left[ 0.7 \left( \frac{\Psi}{\tilde{S}} \right) \right], \quad \Psi = \frac{\tilde{v}_t}{k^2d^2}. \quad (14)$$

Значення всіх інших констант такі самі, як і в стандартній моделі SA.

В якості початкових умов виступали параметри незбуреного потоку в усій розрахунковій області. На зовнішній границі застосовувалися невідбивні граничні умови. На поверхні твердого тіла ставилася умова прилипання. В моделях турбулентності SA, SARC, SALSА значення робочої змінної на тілі задавалося рівним нулю  $\tilde{v}_i = 0$ , на вхідній границі  $\tilde{v}_i = 0.1$ , на вихідній — ставилася умова Неймана.

Система вихідних рівнянь (1)—(2), замкнена однією з моделей SA, SARC, SALSА, записується відносно довільної криволінійної системи координат на рухомих сітках у безрозмірному вигляді [13]. Узгодження полів тиску та швидкості здійснюється за допомогою методу штучної стисливості, модифікованого для розрахунку нестационарних задач. Система вихідних рівнянь інтегрується чисельно з використанням методу контрольованого об'єму. Розроблений чисельний алгоритм базується на тришаровій неявній схемі Rogers-Kwak [13], що має другий порядок точності інтегрування за часом, третій порядок протипотокової апроксимації конвективних доданків і другий порядок центрально-різницевої апроксимації дифузійних членів. Отримана блочно-матрична система алгебраїчних рівнянь розв'язувалася методом ітерацій Гаусса-Зейделя.

В однопараметричних моделях турбулентності для апроксимації конвективних доданків було застосовано схему TVD з обмежувачем потоків ISNAS 3-го порядку, розробленим для моделювання перенесення турбулентних характеристик [14].

Нижче наведено результати розрахунків обтікання, проведені для випадку нерухомого профілю NASA 4412, стосовно до експериментальних даних із роботи Wadcock [3] за числа Рейнольдса  $Re = 1.64 \times 10^6$ , визначеного за хордою профілю, швидкості незбуреного потоку  $U_\infty = 29.1$  м/с. Кут атаки варіювався в діапазоні від  $0^\circ$  до  $18^\circ$ . Роботу Wadcock [3] було обрано для тестування моделей турбулентності, оскільки в ній наведено інтегральні та розподілені параметри під час обтікання профілю NASA 4412.

Усі розрахунки проводилися на сітці O-типу з числом вузлів у радіальному й окружному напрямках  $701 \times 500$  відповідно. У прилежовому шарі перебувало близько 300 точок.

Лінії струму, побудовані за миттєвим полем швидкостей, для різних кутів атаки, отримано за допомогою моделі турбулентності SALSА та наведено на рис. 1. На профілі при збільшенні кута атаки нульова лінія течії відхиляється, відбувається зростання відривної зони, лобового опору та підйомної сили. До кута атаки  $12^\circ$  всі інтегральні та розподілені аеродинамічні характеристики, отримані за допомогою різних моделей турбулентності, добре узгоджуються з експериментальними даними і між собою. При досягненні закритичного режиму (кут атаки більший за  $12^\circ$ ) відбувається падіння коефіцієнта підйомної сили та різке зростання опору профілю.

Порівняння моделей турбулентності SA [9], SARC [10, 11] і SALSА [12] почнемо з розгляду ліній течії, побудованих для кута атаки  $12^\circ$  (рис. 2). Модель SA призводить до наявності найменшої відривної зони (рис. 2 а). Відрив турбулентного прилежового шару відбувається при  $x/c = 0.85$ , що відповідає експериментальним даним [3]. Незначне зміщення положення точки відриву вгору за потоком  $x/c = 0.80$  (рис. 2 б) спостерігається при використанні моделі турбулентності SARC. Застосування моделі турбулентності SALSА призводить до найбільшої відривної зони (рис. 2 в). Для цієї моделі положення точки відриву відповідає  $x/c = 0.60$ .

Закритичний режим обтікання профілю (кут атаки  $18^\circ$ ) характеризується періодичним зривом вихорових структур з верхньої підвітряної поверхні профілю. Частота сходження та геометричні розміри вихорів, отримані з використанням моделей SA, SARC, SALSА, є різними. Лінії течії побудовані для кута атаки  $18^\circ$  і моменту часу, що відповідає найбільшому значенню підйомної сили на періоді, отримані за допомогою різних моделей турбулентності, наведено на рис. 3. Модель SA дає стаціонарну відривну зону з двома вихорами, що є наслідком відриву та взаємодії потоку з верхньої поверхні та хвостової частини профілю (рис. 3 а). Використання моделі SARC призводить до зміщення положення точки відриву вгору за потоком до значення  $x/c = 0.43$  порівняно з  $x/c = 0.45$  для моделі SA (рис. 3 б). У цьому випадку порушується стаціонарний характер обтікання профілю, й формуються вихори, що зносяться вниз за потоком. Найбільші розміри відривної зони спостерігаються при використанні моделі турбулентності

SALSA. Положення точки відриву відповідає координаті  $x/c = 0.28$ . Спостерігається виникнення вторинного відриву прилежого шару при  $x/c = 0.58$  на верхній поверхні профілю за моделлю SALSA і його приєднання при  $x/c = 0.72$  (рис. 3 в). Період сходження вихорів за моделлю турбулентності SARC дещо більший, ніж за моделлю SALSA.

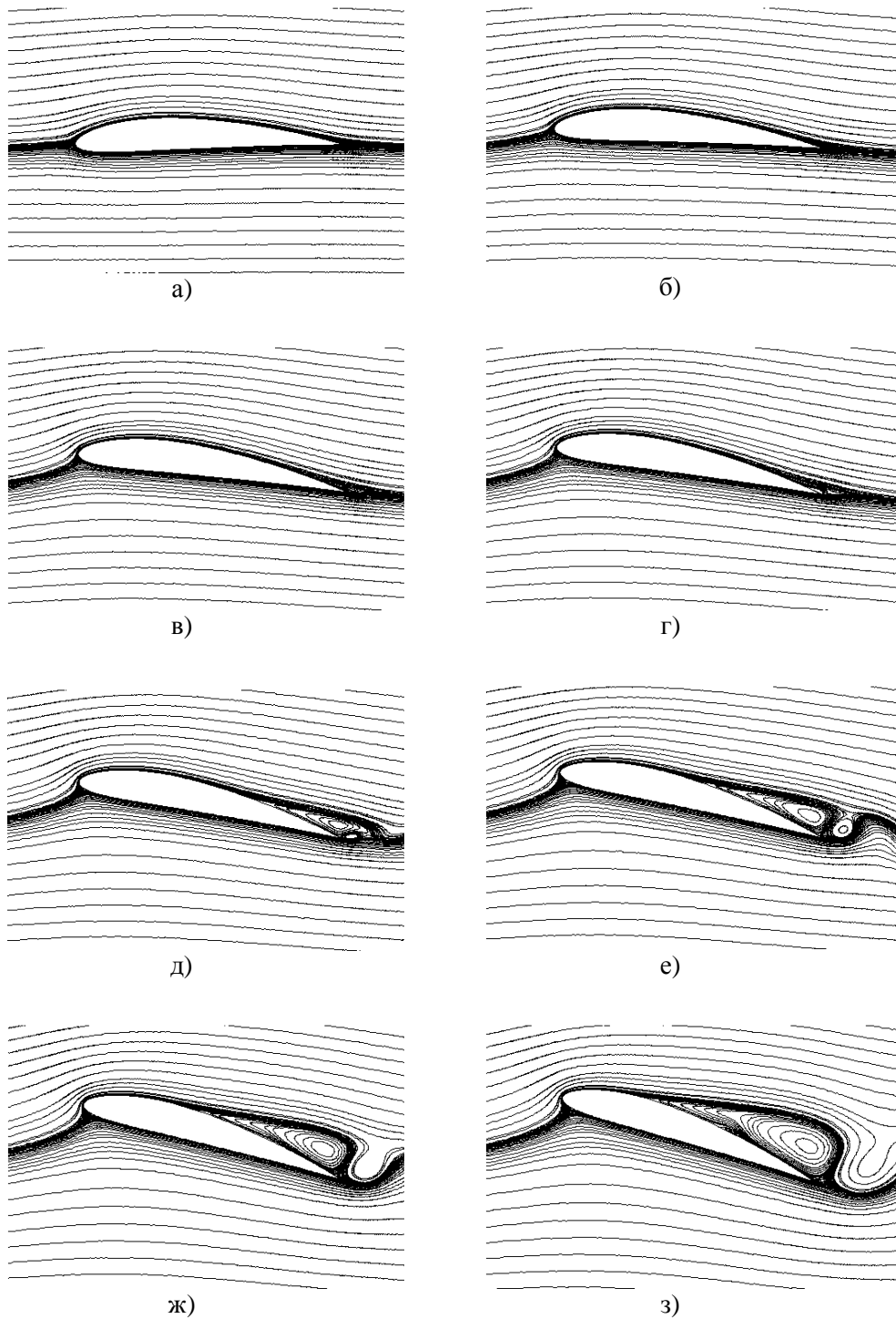


Рис. 1. Лінії течії, побудовані за миттєвим полем швидкостей, для різних кутів атаки: а)  $0^\circ$ , б)  $4^\circ$ , в)  $8^\circ$ , г)  $10^\circ$ , д)  $12^\circ$ , е)  $14^\circ$ , ж)  $16^\circ$ , з)  $18^\circ$

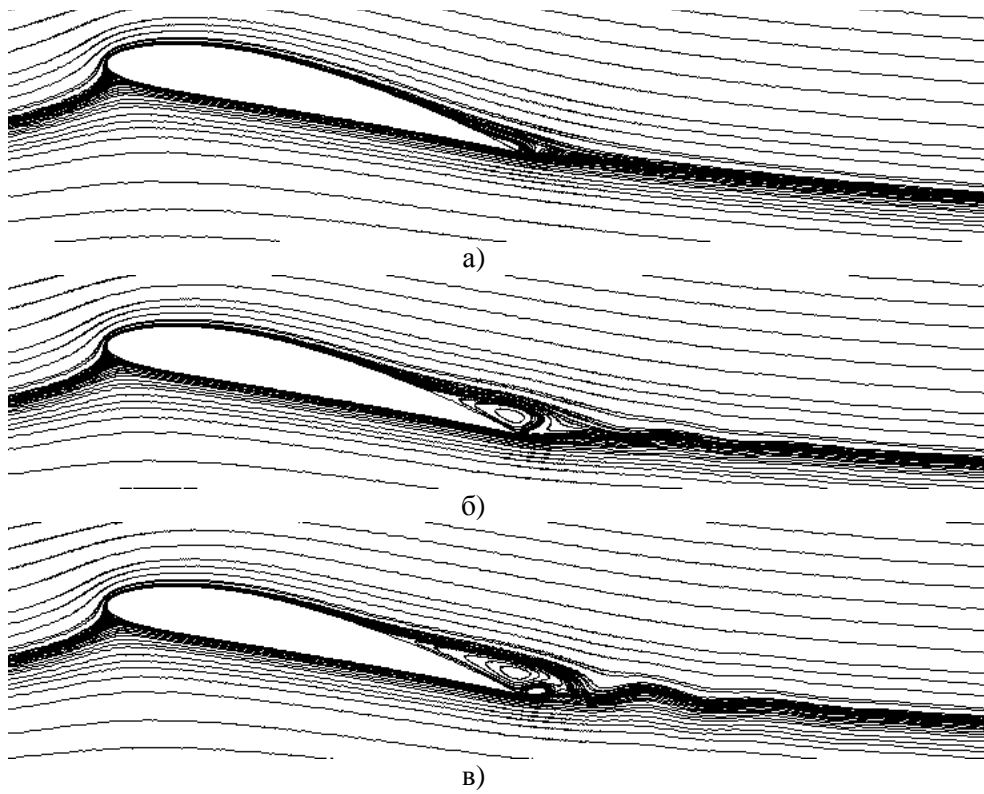


Рис. 2. Лінії течії, побудовані за миттєвим полем швидкостей, для кута атаки  $12^\circ$ , отримані за допомогою різноманітних моделей турбулентності: а) SA, б) SARC, в) SALSA

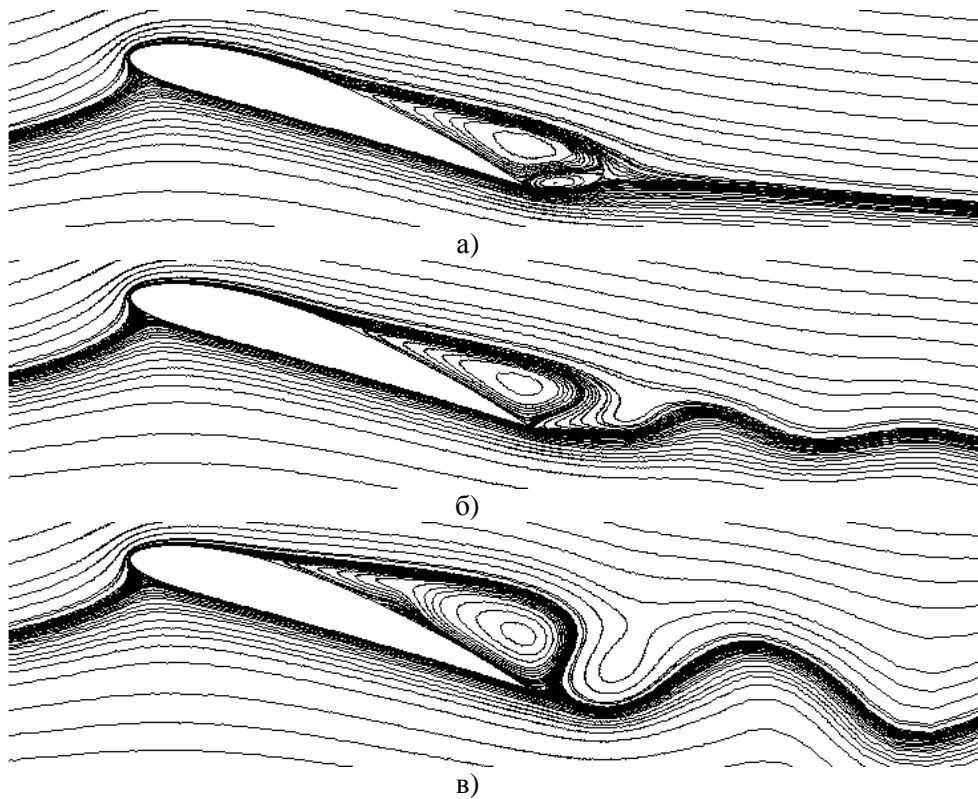


Рис. 3. Лінії течії, побудовані за миттєвим полем швидкостей, для кута атаки  $18^\circ$ , отримані за допомогою різноманітних моделей турбулентності: а) SA, б) SARC, в) SALSA

Ізосмуги турбулентної в'язкості для кутів атаки  $12^\circ$  і  $18^\circ$ , отримані за допомогою різних моделей турбулентності, наведено на рис. 4, 5. Модель турбулентності SA генерує наповнений профіль турбулентної в'язкості в примежовому шарі. Члени корекції кривизни в моделі SARC мають невеликий вплив, і вона несе в собі «вроджені» проблеми від моделі SA моделювання течій із великою відривною зоною. Модель SALSА краще передає нестационарну двовимірну структуру течії з розвиненим відривом потоку. Основна перевага моделі SALSА в порівнянні з моделями SA і SARC полягає в тому, що вона ґрунтується на тензорі швидкостей деформацій, а не на тензорі завихреності, що призводить до генерації вищих значень турбулентної в'язкості в течіях із масивними відривами потоку.

Розподіл коефіцієнта тиску поверхнею профілю для кутів атаки  $8^\circ$ ,  $12^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $18^\circ$  наведено на рис. 6. До кута атаки  $8^\circ$  спостерігається гарний збіг результатів за всіма моделями турбулентності з експериментом.

Для кута атаки  $12^\circ$  (рис. 6 б) розподіл коефіцієнта тиску, отриманий із використанням моделі турбулентності SA, краще узгоджується з експериментальними даними [3], ніж за моделями SARC і SALSА. Подальше збільшення кута атаки (рис. 6 в, г) призводить до погіршення узгодження розрахункових даних, отриманих із використанням моделей SA і SARC, з експериментальними даними, особливо на ділянці масивного відриву пограничного шару. За кутів атаки більших за  $12^\circ$  застосування моделі турбулентності SALSА призводить до помітного поліпшення одержуваних результатів.

Одним із визначальних чинників при виборі даної задачі в якості тестової була наявність експериментальних даних щодо розподілу коефіцієнта тертя поверхнею профілю для кута атаки  $12^\circ$ . Wadcock [3] отримав ці дані за допомогою лазерного вимірювача швидкості. Локальний коефіцієнт тертя  $C_f = 2\tau / \rho U_e^2$ , де  $U_e$  — швидкість на межі примежового шару по верхній поверхні профілю, наведено на рис. 7 а. Коефіцієнт тертя обертається в нуль при  $x/c = 0.85$ , що відповідає відриву потоку з верхньої поверхні профілю. На цьому ж рисунку наведено дані, отримані Caltech [0] при  $\alpha = 13.87^\circ$  і Hasting [2] при  $\alpha = 12.15^\circ$ . Порівняння моделей турбулентності за положенням точки відриву показало, що модель SA при невеликих кутах атаки дає дещо кращі результати серед тестованих моделей. Відрив турбулентного пограничного шару для кута атаки  $12^\circ$  відбувається за координати  $x/c = 0.85$ , що відповідає експериментальним даним [3]. Незначне зміщення положення точки відриву вгору за потоком ( $x/c = 0.80$ ) спостерігається при використанні моделі SARC. Основна відмінність моделі SARC від моделі SA полягає у зменшенні генерації турбулентної в'язкості в носовій області профілю з великою кривизною. Модель SALSА дає нижчі значення коефіцієнта тертя для кута атаки  $12^\circ$ , в порівнянні зі стандартними SA і SARC. Положення точки відриву зміщується вгору за потоком і відповідає координаті  $x/c = 0.60$ . Однак, зміщення точки відриву не має впливу на загальні інтегральні характеристики (рис. 8 а, б).

Зростання товщини примежового шару на верхній поверхні профілю при  $\alpha = 12^\circ$  показано на рис. 7 б. При наближенні до точки відриву потоку спостерігається значне потовщення пограничного шару  $\delta_{0.995}$ . Збільшення кута атаки призводить до зміщення положення точки відриву вгору за потоком. Спостерігається задовільний збіг отриманих результатів з експериментальними даними.

Профіль крила NACA 4412 має аеродинамічні характеристики, близькі до оптимальних — малий опір і високу підйомну силу. Залежності коефіцієнтів підйомної сили  $C_L$  і лобового опору  $C_D$  від кута атаки  $\alpha$  представлені на рис. 8. До кута атаки  $12^\circ$  результати, отримані з використанням тестованих моделей турбулентності, за коефіцієнтами підйомної сили і лобового опору близькі між собою і добре збігаються з експериментальними даними [3]. Максимальна підйомна сила відповідає куту атаки  $\alpha = 12^\circ$ . Зрив потоку з підвітряного боку профілю NACA 4412 відбувається при  $\alpha = 13^\circ$ . У разі закритичного обтікання профілю моделі турбулентності SA і SARC демонструють майже лінійне зростання  $C_L$  і  $C_D$ . За закритичного режиму обтікання профілю результати з використанням моделі SALSА краще узгоджуються з експериментальними даними.



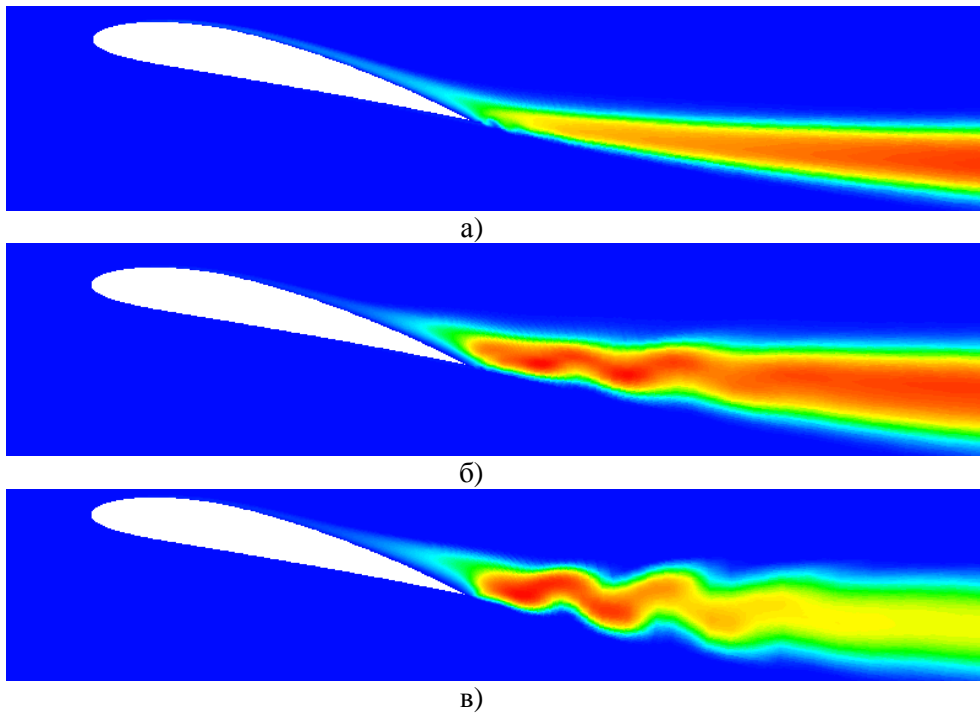


Рис. 4. Ізосмуги турбулентної в'язкості для кута атаки  $12^\circ$ , отримані за допомогою різноманітних моделей турбулентності: а) SA, б) SARC, в) SALSA

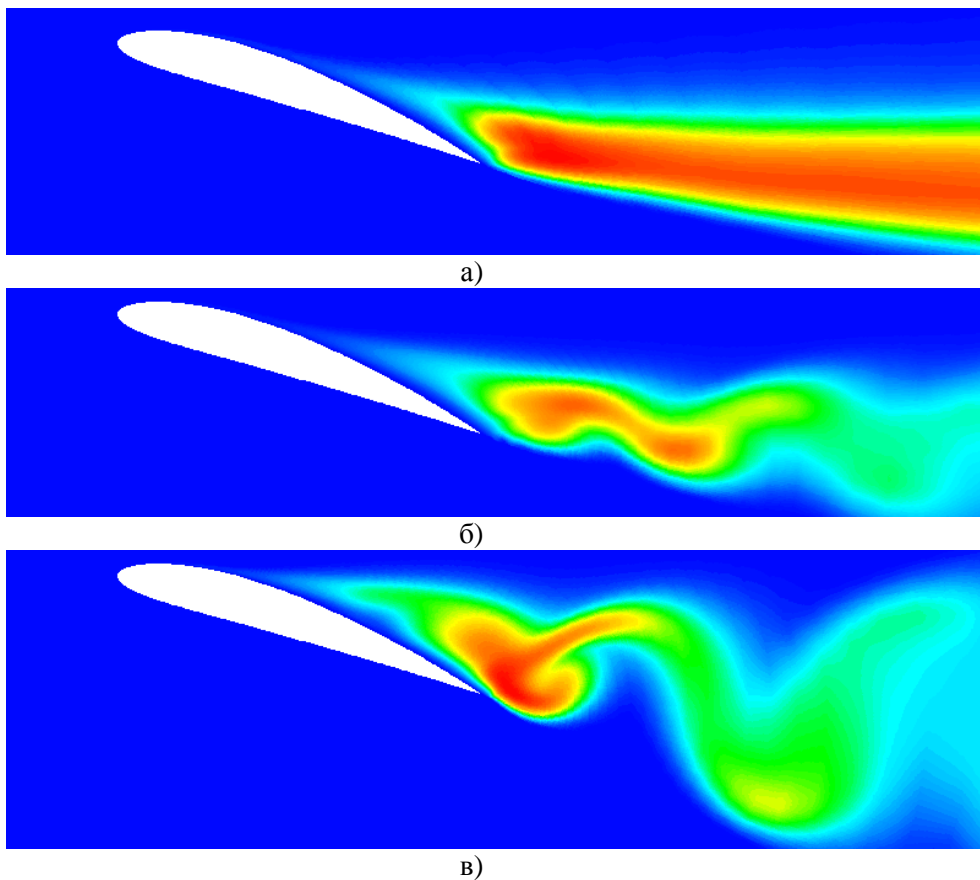


Рис. 5. Ізосмуги турбулентної в'язкості для кута атаки  $18^\circ$ , отримані за допомогою різноманітних моделей турбулентності: а) SA, б) SARC, в) SALSA

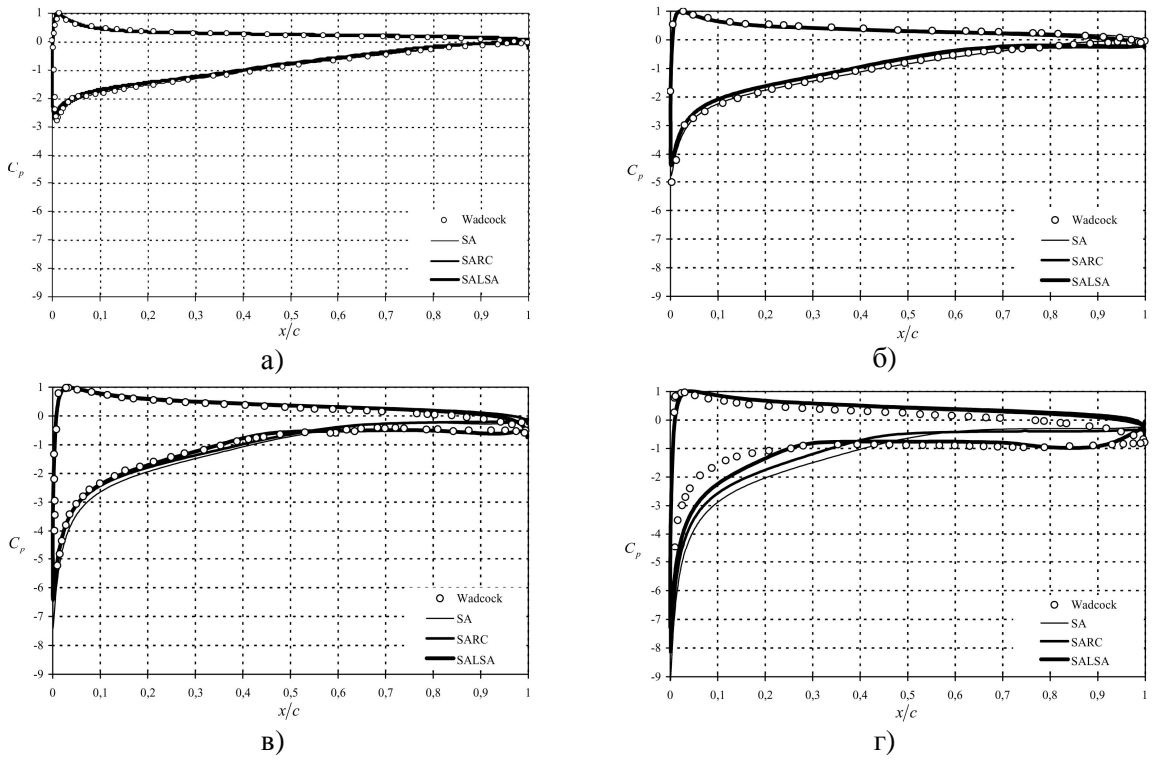


Рис. 6. Розподіл коефіцієнта тиску поверхню профілю NACA 4412 для різних кутів атаки: а) 8°, б) 12°, в) 15°, г) 18°

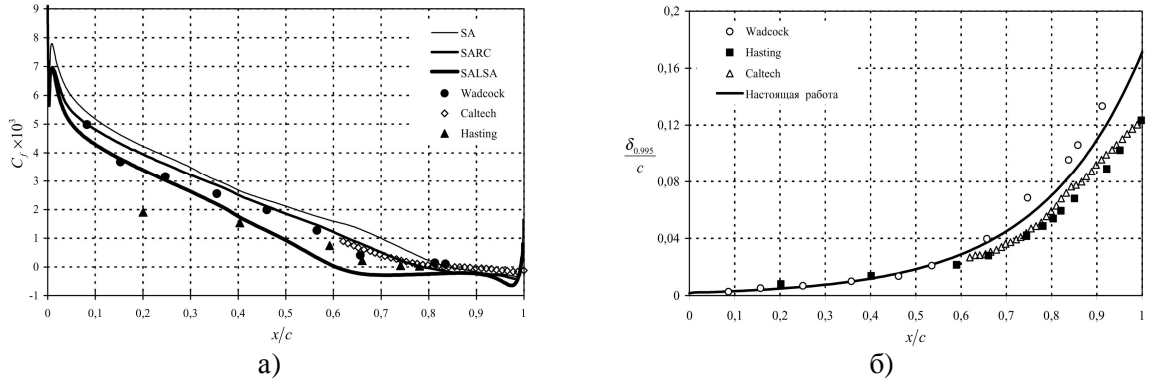


Рис. 7. Розподіл коефіцієнта тертя (а) й товщини пограничного шару (б) верхньою поверхню профілю NACA 4412 для кута атаки 12°

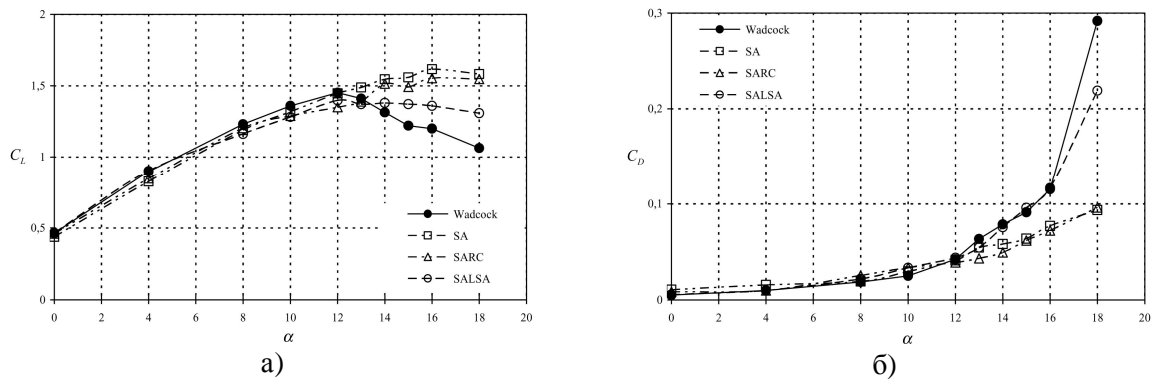


Рис. 8. Залежність коефіцієнтів підйомної сили (а) й лобового опору (б) від кута атаки  $\alpha$

### Висновки

Для чисельного моделювання обтікання профілю нестисливим потоком застосовуються осереднені за Рейнольдсом нестационарні рівняння Нав'є-Стокса. Для замикання вихідних рівнянь використано три однопараметричні моделі турбулентної в'язкості SA, SARC, SALSA. Розв'язок системи вихідних рівнянь отримано за допомогою неявного кінцево-об'ємного чисельного алгоритму, що базується на методі штучної стисливості. Представлено результати тестування трьох диференціальних однопараметричних диференціальних моделей турбулентності SA, SARC, SALSA. Виконано аналіз отриманих миттєвих ліній течії, контурів інтенсивностей турбулентної в'язкості та завихреності, коефіцієнтів підйомної сили та лобового опору для характерних режимів обтікання. Встановлено, що модель турбулентності SARC не призводить до істотного поліпшення одержуваних результатів (за розподілом коефіцієнта тиску в зоні відриву) порівняно зі стандартною моделлю SA. Однак при цьому необхідні обчислювальні ресурси збільшуються на 30 %. Модель турбулентності SALSA призводить до значного покращення одержуваних результатів порівняно з моделями SA, SARC на закритичних кутах атаки. Модель SALSA більш чутлива до зміни структури течії. Порівняння результатів розрахунків із відомими експериментальними та розрахунковими даними показало перевагу моделі турбулентності SALSA в порівнянні з іншими тестованими моделями в течіях із розвиненим і масивним двовимірним нестационарним нестационарним відривом потоку, що характеризуються нестационарними ефектами.

### Список використаної літератури

1. Coles D.E., Wadcock A.J. Flying-hot-wire study of two-dimensional mean flow past a NACA 4412 airfoil at maximum lift. *AIAA Journal*. 2012. Vol. 17, № 4. P. 234–246. DOI <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.61127>.
2. Hastings R.C., Williams B.R. Studies of the flow field near an NACA 4412 aerofoil at nearly maximum lift. *Aeronautical Journal*. 2016. Vol.91, № 1. P. 29–44. DOI <https://doi.org/10.1017/S0001924000016079>.
3. Wadcock A.J. Investigation of low-speed turbulent separated flow around airfoils. [Електронний ресурс] / A.J. Wadcock // NASA-CR-177450. – 2014. – 66 р. Режим доступу: [https://books.google.com.ua/books/about/Investigation\\_of\\_Low\\_speed\\_Turbulent\\_Sep.html?id=F6IBAQAAMAAJ&redir\\_esc=y](https://books.google.com.ua/books/about/Investigation_of_Low_speed_Turbulent_Sep.html?id=F6IBAQAAMAAJ&redir_esc=y).
4. Srinivasan G.R., Ekaterinaris J.A., McCroskey W.J. Evaluation of turbulence models for unsteady flows of an oscillating airfoil. *Computers & Fluids*. 2015. Vol. 24, № 7. P. 833–861. DOI [https://doi.org/10.1016/0045-7930\(95\)00016-6](https://doi.org/10.1016/0045-7930(95)00016-6).
5. Davidson L., Rizzi A. Navier-Stokes stall predictions using an algebraic reynolds-stress model. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 2016. Vol. 29, № 6. P. 794–800. DOI <https://doi.org/10.2514/3.25533>.
6. Ekaterinaris J.A., Menter F.R. Computation of oscillating airfoil flows with one- and two-equation turbulence models. *AIAA Journal*. 2015. Vol. 32, № 12. P. 2359–2365. DOI <https://doi.org/10.2514/3.12300>.
7. Szydowski J., Costes M. Simulation of flow around a NACA 0015 airfoil for static and dynamic stall configurations using RANS and DES. *Decennial Specialist's Conference on Aeromechanics: 4th proceeding paper, San Francisco (USA), 2014*. P. 113–132. DOI <https://doi.org/10.1115/HT-FED2004-56437>.
8. Rumsey C.L., Gatski T.B. Recent turbulence model advances applied to multielement airfoil computations. *Journal of Aircraft*. 2017. Vol. 38, № 5. P. 904–910. DOI <http://dx.doi.org/10.2514/2.2850>.
9. Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flow. *AIAA Paper*. 2015. Vol. 12, №1. P. 439–478. DOI <https://doi.org/10.2514/6.1992-439>.
10. Spalart P.R., Shur M. L. On the sensitization of turbulence models to rotation and curvature. *Aerospace science and technology Journal*. 2015. Vol. 1, № 5. P. 297–366. DOI [http://dx.doi.org/10.1016/S1270-9638\(97\)90051-1](http://dx.doi.org/10.1016/S1270-9638(97)90051-1).

11. Shur M.L., Strelets M.K., Travin A.K., Spalart P.R. Turbulence modeling in rotating and curved channels: Assessing the Spalart-Shur correction. *AIAA Journal*. 2015. Vol. 38, №5. P. 784–792. DOI <http://dx.doi.org/10.2514/2.1058>.
12. Rung T., Bunge U., Schatz M., Thiele F. Restatement of the Spalart-Allmaras eddy-viscosity model in strain-adaptive formulation. *AIAA Journal*. 2015. Vol. 41, № 7. P. 1396–1399. DOI <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/2.2089>.
13. Rogers S.E., Kwak D. An upwind differencing scheme for the time-accurate incompressible Navier-Stokes equations. *AIAA Journal*. 2015. Vol. 28, № 2, P. 253–262. DOI <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.10382>.
14. Zijlema M. On the construction of third-order accurate TVD scheme using Leonard's normalized variable diagram with application to turbulent flows in general domains. [Електронний ресурс] / M. Zijlema // Delft University of Technology: Technical Report DUT-TWI-94-104. – 2016. – 24 p. Режим доступу: <https://ntrl.ntis.gov/NTRL/dashboard/searchResults/titleDetail/PB95238424.xhtml>.

### References

- [1] Coles, D.E. & Wadcock, A.J. (2012). Flying-hot-wire study of two-dimensional mean flow past a NACA 4412 airfoil at maximum lift. *AIAA Journal*, (17, № 4), 234–246. DOI <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.61127>.
- [2] Hastings R.C. & Williams B.R. (2016). Studies of the flow field near an NACA 4412 aerofoil at nearly maximum lift. *Aeronautical Journal*, (91, № 1), 29–44. DOI <https://doi.org/10.1017/S0001924000016079>.
- [3] Wadcock, A.J. Investigation of low-speed turbulent separated flow around airfoils. NASA-CR-177450. (2014). Retrieved from [https://books.google.com.ua/books/about/Investigation\\_of\\_Low\\_speed\\_Turbulent\\_Sep.html?id=F6lBAQAAMAAJ&redir\\_esc=y](https://books.google.com.ua/books/about/Investigation_of_Low_speed_Turbulent_Sep.html?id=F6lBAQAAMAAJ&redir_esc=y).
- [4] Srinivasan, G.R., Ekaterinaris, J.A. & McCroskey, W.J. (2015). Evaluation of turbulence models for unsteady flows of an oscillating airfoil. *Computers & Fluids*, (24, № 7), 833–861. DOI [https://doi.org/10.1016/0045-7930\(95\)00016-6](https://doi.org/10.1016/0045-7930(95)00016-6).
- [5] Davidson, L. & Rizzi A. (2016). Navier-Stokes stall predictions using an algebraic Reynolds-stress model. *Journal of Spacecraft and Rockets*, (29, № 6), 794–800. DOI <https://doi.org/10.2514/3.25533>.
- [6] Ekaterinaris, J.A. & Menter, F.R. (2016). Computation of oscillating airfoil flows with one- and two-equation turbulence models. *AIAA Journal*, (32, № 12), 2359–2365. DOI <https://doi.org/10.2514/3.12300>.
- [7] Szydowski J. & Costes M. (2014). Simulation of flow around a NACA 0015 airfoil for static and dynamic stall configurations using RANS and DES. In 4th Decennial Specialist's Conference on Aeromechanics (113-132). San Francisco: Heat Transfer Division and Fluids Engineering Division. DOI <https://doi.org/10.1115/HT-FED2004-56437>.
- [8] Rumsey, C.L. & Gatski, T.B. (2017). Recent turbulence model advances applied to multielement airfoil computations. *Journal of Aircraft*, (38, № 5), 904–910. DOI <http://dx.doi.org/10.2514/2.2850>.
- [9] Spalart, P.R. & Allmaras, S.R. (2015). A one-equation turbulence model for aerodynamic flow. *AIAA Paper*, (12, №1), 439–478. DOI <https://doi.org/10.2514/6.1992-439>.
- [10] Spalart, P.R. & Shur, M. L. (2015). On the sensitization of turbulence models to rotation and curvature. *Aerospace science and technology Journal*, (1, № 5), 297–366. DOI [http://dx.doi.org/10.1016/S1270-9638\(97\)90051-1](http://dx.doi.org/10.1016/S1270-9638(97)90051-1).
- [11] Shur, M.L., Strelets, M.K., Travin, A.K. & Spalart, P.R. (2015). Turbulence modeling in rotating and curved channels: Assessing the Spalart-Shur correction. *AIAA Journal*, (38, №5), 784–792. DOI <http://dx.doi.org/10.2514/2.1058>.

- [12] Rung, T., Bunge, U., Schatz, M. & Thiele, F. (2015). Restatement of the Spalart-Allmaras eddy-viscosity model in strain-adaptive formulation. *AIAA Journal*, (41, № 7), 1396–1399. DOI <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/2.2089>.
- [13] Rogers, S.E. & Kwak, D. (2015). An upwind differencing scheme for the time-accurate incompressible Navier-Stokes equations. *AIAA Journal*, (28, № 2), 253–262. DOI <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.10382>.
- [14] Zijlema M. On the construction of third-order accurate TVD scheme using Leonards normalized variable diagram with application to turbulent flows in general domains. Delft University of Technology: Technical Report DUT-TWI-94-104. (2016). Retrieved from <https://ntrl.ntis.gov/NTRL/dashboard/searchResults/titleDetail/PB95238424.xhtml>.

*Надійшла до редколегії 12.11.2024*