DOI: 10.31319/2519-8106.2(53)2025.342055
UDC 656.13

Shmatko Dmytro, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of automobiles and transport and logistics systems
Шматко Д.З., кандидат технічних наук, доцент, кафедра автомобілів та транспортно-логістичних систем
ORCID: 0000-0001-7447-5955
e-mail: shmatkodima@ukr.net

Sasov Oleksandr, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of automobiles and transport and logistics systems
Сасов О.О., кандидат технічних наук, доцент, кафедра автомобілів та транспортно-логістичних систем
ORCID: 0000-0002-8697-6324
e-mail: sasov@ukr.net

Bulanyi Ruslan, undergraduate student, Department of automobiles and transport and logistics systems
Буланий Р.О., здобувач першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, кафедра автомобілів та транспортно-логістичних систем
e-mail: rysawawa@gmail.com

Dniprovsky State Technical University, Kamianske
Дніпровський державний технічний університет, м. Кам’янське

MODELING THE STRUCTURE OF A MOTOR TRANSPORT ENTERPRISE AS A SINGLE-CHANNEL CLOSED MASS SERVICE SYSTEM

МОДЕЛЮВАННЯ СТРУКТУРИ АВТОТРАНСПОРТНОГО ПІДПРИЄМСТВА, ЯК ОДНОКАНАЛЬНОЇ ЗАМКНЕНОЇ СИСТЕМИ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ

A queueing system (QS) is a production, service, and control system in which homogeneous events are repeated many times, for example, at road transport enterprises; in information reception, processing, and transmission systems; automatic production lines. The main elements of a QS are objects served in the QS (requirements or applications) and one or more serving devices with a queue. In an open queueing network, requests come from outside the network and leave it after processing. In a closed queueing network, a certain number of requests are always in it, moving from one QS to another, but never leaving the queueing network.

Based on the analysis of modern publications in the field of queuing theory and its applications to the transport industry, it was found that the most common tools are closed queueing networks (CQN), the mean value analysis (MVA), discrete event simulation (DES) and heuristic optimization algorithms. Some studies demonstrate the effectiveness of using BCMP models for multi-channel systems and complex transport and logistics structures, however, for small ATPs, the most adequate is the single-channel closed model, which allows obtaining simple and interpretable results.

An approach to modeling a motor transport enterprise (MTE) as a single-channel closed queueing system with a limited contingent of applications (served rolling stock) is considered. The problem statement is due to the need to assess the workload of repair stations, waiting time and efficiency of resource use with a limited fleet. Theoretical approaches (closed queue networks, Engset-/birth-death-models, BCMP-approach) are applied and a mathematical formulation of the problem with basic analytical formulas and recommendations for practical application is proposed. The resulting mathematical *model allows determining the best structure of a single-channel closed mass service system for motor vehicles in motor transport enterprises.*

The obtained mathematical model allows to determine the best structure of a single-channel closed mass service system of motor vehicles in motor transport enterprises and can be used for planning maintenance schedules, optimizing the number of posts and forecasting the productivity of the enterprise. The practical significance lies in the possibility of reducing vehicle downtime, increasing the level of their technical readiness and reducing operating costs. Prospects for the development of the research are outlined, including the expansion of the model to the multi-channel case, integration with simulation modeling methods, as well as calibration of parameters based on real telemetry data.

***Keywords**: motor transport enterprises, closed system, single-channel queue, mathematical modeling, motor vehicles, objective function.*

Система масового обслуговування (СМО) — це системи виробництва, обслуговування, управління, в яких однорідні події повторюються багато разів, наприклад, на підприємствах автомобільного транспорту; у системах прийому, переробки і передачі інформації; автоматичних лініях виробництва. Основні елементи СМО — це об'єкти, що обслуговуються в СМО (вимоги Processing чи заявки), та один або декілька обслуговуючих пристроїв з чергою. У відкритій мережі масового обслуговування вимоги надходять ззовні мережі і після обробки залишають її. У закритій мережі масового обслуговування деяка кількість вимог весь час знаходиться в ній, переходячи з однієї СМО до іншої, але ніколи не залишаючи мережу масового обслуговування.

Виходячі з аналізу сучасних публікацій у галузі теорії масового обслуговування та її застосувань для транспортної галузі, встановлено, що найбільш поширеними інструментами є замкнені мережі черг (CQN), метод середніх значень (MVA), дискретно-подієве моделювання (DES) та евристичні алгоритми оптимізації. Окремі дослідження демонструють ефективність використання моделей BCMP для багатоканальних систем і складних транспортно-логістичних структур, однак для невеликих АТП найбільш адекватною є саме одноканальна замкнена модель, яка дозволяє отримати прості та інтерпретовані результати.

Розглянуто підхід до моделювання автотранспортного підприємства (АТП) як одноканальної замкненої системи масового обслуговування з обмеженим контингентом заявок (обслуговуваного рухомого складу). Постановка проблеми зумовлена необхідністю оцінити завантаженість ремонтних постів, час очікування та ефективність використання ресурсів при обмеженому парку. Застосовні теоретичні підходи (замкнені мережі черг, Engset-birth-death-моделі, BCMP-підхід) та запропоновано математичну постановку задачі з базовими аналітичними формулами та рекомендаціями для практичного застосування.

Отримана математична модель дозволяє визначити найкращу структуру одноканальної замкненої системи масового обслуговування автотранспортних засобів в автотранспортних підприємствах та може бути використана для планування графіків технічного обслуговування, оптимізації кількості постів і прогнозування продуктивності підприємства. Практична значимість полягає у можливості зниження простоїв транспортних засобів, підвищенні рівня їх технічної готовності та скороченні експлуатаційних витрат. Окреслено перспективи розвитку дослідження, серед яких — розширення моделі до багатоканального випадку, інтеграція з методами симуляційного моделювання, а також калібрування параметрів на основі реальних даних телеметрії.

***Ключові слова:** автопідприємства, замкнена система, одноканальна черга, математичне моделювання, автотранспортні засоби, цільова функція.*

Problem's Formulation

Motor transport enterprises (MTEs) operate within a limited fleet of rolling stock and maintenance resources. Practical issues — the optimal number of repair stations, expected downtime, and workload of mechanics — have a direct economic impact. Traditional approaches to the analysis of such systems are based on queueing theory and queueing networks. Models with a closed number of requests (cars) are particularly relevant for MTEs, i.e. when the source of requests is finite and interacts with service stations in the cycle "work → repair → work" [1].

This feature distinguishes the model from classical open (open flow) models and requires the use of special formulas and methods.

For the effective functioning of the MTE, the current task is to build a mathematical model of a single-channel closed-loop mass service system for a rolling stock fleet, which allows analytically or using fast numerical algorithms to estimate: the average number of units in the system, the average waiting and service time, the probability of downtime and station loading for a given fleet N, the intensity of vehicle arrivals for repair, and the average service time.

Analysis of recent research and publications

Monographs and textbooks on modeling of MTE processes provide a methodological basis and examples of calculating the indicators of the mass service system [1, 2, 3].

Closed queue networks and transport systems. In studies [4] of the effectiveness of using closed queue networks of vehicles in MTE for optimizing the fleet and service parameters, the methodology of closed queue networks and transport systems was considered in the work.

In the work [5], analytical and numerical approaches for closed systems with a finite source of applications using Engset-like formulas, birth-death models and BCMP approaches are presented. These works are aimed at optimizing the number of servers in closed BCMP networks using evolutionary algorithms.

Recent studies confirm the relevance of closed models in logistics and transport, as well as their combination with numerical optimization methods [5, 6].

Formulation of the study purpose

When choosing the criterion of the objective function, the cost of a unit of production. The parameter that is determined is the optimal structure of the set of cars, that is, the number of vehicles (orders) that must be serviced in order to minimize the cost of a unit of production [7].

When solving this problem, it is necessary to determine the following main technical and economic indicators of the functioning of the MTE as a single-channel closed queueing system (QS):

C_{CD} — average costs associated with downtime per unit of time (per hour of shift), UAH;

C_C — average costs associated with the work of the MTE per unit of time (shift hour), UAH;

C_{SV} — average costs associated with the operation of a service vehicle per unit of time (hour), UAH, regardless of mileage;

C_{ML} — average costs associated with the mileage of a service vehicle, per 1 km of mileage, UAH.

Presenting main material

Considering the following parameters: distance of transportation of product L in km and quantity of product G (*t*, .unit, m^3) transported per 1 trip, as well as the service time of one car — t_{ser}, the objective function (cost of a unit of production) can be presented in the form

$$Y(m) = \frac{P_0 \cdot C_{CD} + (1 - P_0) \cdot C_C + m \cdot C_{SV} + n \cdot C_C \cdot 2 \cdot L}{G \cdot n}, \quad (1)$$

where Po — probability of downtime due to lack of service vehicle; m — number of cars serviced; n — number of cars serviced per unit of time.

Knowing the service time of one car (order), it is possible to determine the service intensity μ, which is the reciprocal of the value t_{ser}, i.e. [8]

$$\mu = \frac{1}{t_{ser}}. \quad (2)$$

The number of cars serviced per unit of time can be determined by the formula:

$$n = \mu(1 - Po). \quad (3)$$

Let us highlight some features of the functioning of the studied set of MTE cars:

– the probability of receiving a car (order) for service does not depend on the possibility of receiving another, that is, we have a system without aftereffects;

– the probability of two or more cars arriving for service at once is zero or so small that it can be neglected, i.e. we have a system with an ordinary flow of cars in it;

– the probability of cars arriving for service depends only on the time interval, but does not depend on the location of this interval on the time axis, that is, we have a set of cars with a stationary flow of their arrival for service.

When mathematically modeling the structure of the MTE as a single-channel closed QS, we consider the simplest flow, for which there is a known expression for determining the probability of a simple $Po(m)$ service channel due to the absence of service

$$P_o = \frac{1}{1+\sum_{n=1}^{m}\frac{m!}{(m-n)!}\cdot\Psi^{1}}, \tag{4}$$

where Ψ — load factor.

For a stable operating mode of the system, the average intensity of incoming service orders is equal to the similar characteristic of the output of service orders from the corresponding channel. [9]

$$8(m - Nsyst)\lambda = (1 - Po)\mu\,, \tag{5}$$

where *Nsyst* — average number of service orders in the system; $\lambda = \frac{1}{t_{rep}}$ — intensity of service orders.

From equation (5) we determine the average number of orders *N* in the system

$$N_{syst} = m - \frac{(1-P_o)\mu}{\lambda} = m - \frac{(1-Po)}{\Psi}. \tag{6}$$

The average number of orders in the queue is determined

$$N_{que} = N_{syst} - (1 - Po) = m - (1 - Po)\left(\frac{1}{\Psi} + 1\right). \tag{7}$$

The expression of the objective function (1) after refinement and transformation has the form

$$Y_0 + \frac{C_{CD} + m\cdot C_{SV}}{G\cdot\mu\cdot(1 - P_0)}\,. \tag{8}$$

Analyzing the optimization criterion (8), it can be noted that the parameter m — the number of orders that the channel can effectively serve — takes only integer values. Therefore, classical optimization methods for finding the optimal value of m_{opt} are inapplicable in this situation.

To find the optimum, we use the inequality

$$Y(m - 1) \geq Y(m) \leq Y(m + 1). \tag{9}$$

A small number of orders in the system causes significant downtime of the order service channel, a large number of them causes noticeable downtime of order service. In both the first and second cases, the work of the MTE will be inefficient [10].

Substituting expression (9) for the objective function into the original inequality, we will have

$$\frac{1}{1-P_{o(m-1)}}\left(1 - \frac{1}{m+C}\right) \geq \frac{1}{(1-P_{om})} \leq \frac{1}{(1-P_{o(m+1)})}\left(1 + \frac{1}{m+C}\right), \tag{10}$$

where $C = \frac{C_{CD}}{C_{SV}}$ — cost ratio.

Conclusions

The proposed mathematical model allows to determine the best structure of a single-channel closed-loop queueing system. Calculations can be carried out in three ways:

– preliminary calculation of m_{onm} for different values of load factors (Ψ) and costs *C* and their summation;

– application of a high-level language, for example C, in order to determine the optimal value of m_{onm} for different values of load factor (Ψ) and cost factor *C* with presentation of the calculation results in a tabular form;

– use of the MATHCAD system.

References

[1] Bilichenko V. V., Kuzhel V. P. (2017). *Modeliuvannia tekhnolohichnykh protsesiv pidpryiemstv avtomobilnoho transportu: Navchalniy posibnik. [Modeling of technological processes of road transport enterprises: Textbook]*. Vinnytsia : VNTU. [in Ukrainian].

[2] Matviichuk V. A., Veselovska N. R., Sharhorodskyi S. A. (2021). *Matematychne modeliuvannia novitnikh tekhnolohichnykh system: monohrafiia. [Mathematical modeling of advanced technological systems: Textbook]*. Vinnytsia. [in Ukrainian].

[3] Obod I. I., Zavolodko H. E., Svyd I. V.(2019). *Matematychne modeliuvannia system: Navchalniy posibnik. [Mathematical modeling of systems: Textbook]*. Kharkiv: NTU «KhPI», Drukarnia MADRYD. [in Ukrainian].
[4] Amjath M., Syed A. A., Rathinasamy R. (2024). A closed queueing networks approach for an optimal transport fleet. *Mathematics*. Vol. 12, No. 2. P. 115–127.
[5] Smith J. M. G. (2015). Queue decomposition and finite closed queueing network models. *European Journal of Operational Research*. Vol. 246, No. 2. P. 456–466.
[6] Rece L., Nedelea A., Rosu D., Panaitescu M. (2022). Queueing theory-based mathematical models applied to transport systems. *Mathematics*. Vol. 10, No. 19. P. 3579.
[7] Khabutdinov R. A. (2024). *Teoriia avtomobilno-transportnoi tekhnolohii: monohrafiia. [Theory of automotive and transportation technology: Textbook]*. Ivano-Frankivsk : Vydavets Kushnir H. M. [in Ukrainian].
[8] Zhuchenko A. I., Ladiieva L. R., Pirhach M. S., Zhurakovskyi Ya. Yu. (2021). *Matematychne modeliuvannia protsesiv i system : navch. posib. [Mathematical modeling of processes and systems: Textbook]*. Kyiv : KPI im. Ihoria Sikorskoho. [in Ukrainian].
[9] Pavlenko P. M., Filonenko S. F., Cherednikov O. M., Treitiak V. V. (2017). *Matematychne modeliuvannia system i protsesiv : navch. posib. [Mathematical modeling of systems and processes: Textbook]*. Kyiv : NAU. [in Ukrainian].
[10] Sokhatskyi A.V. (2022). *Modeliuvannia v transportnykh tekhnolohiiakh: monohrafiia. [Modeling in transportation technologies: Textbook]*. Dnipro : UMSF. [in Ukrainian].

Список використаної літератури

1. Біліченко В. В., Кужель В. П. Моделювання технологічних процесів підприємств автомобільного транспорту : навч. посіб. Вінниця : ВНТУ, 2017. 186 с.
2. Матвійчук В. А., Веселовська Н. Р., Шаргородський С. А. Математичне моделювання новітніх технологічних систем : монографія. Вінниця, 2021. 193 с.
3. Обод І. І., Заволодько Г. Е., Свид І. В. Математичне моделювання систем : навч. посіб. Харків : НТУ «ХПІ», Друкарня МАДРИД, 2019. 268 с.
4. Amjath M., Syed A. A., Rathinasamy R. A closed queueing networks approach for an optimal transport fleet. Mathematics. 2024. Vol. 12, No. 2. P. 115–127. DOI: https://doi.org/10.3390/math12020115
5. Smith J. M. G. Queue decomposition and finite closed queueing network models. European Journal of Operational Research. 2015. Vol. 246, No. 2. P. 456–466. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.04.015
6. Rece L., Nedelea A., Rosu D., Panaitescu M. Queueing theory-based mathematical models applied to transport systems. Mathematics. 2022. Vol. 10, No. 19. P. 3579. DOI: https://doi.org/10.3390/math10193579
7. Хабутдінов Р. А. Теорія автомобільно-транспортної технології : монографія. Івано-Франківськ : Видавець Кушнір Г. М., 2024. 192 с. ISBN 978-617-7926-58-9.
8. Жученко А. І., Ладієва Л. Р., Піргач М. С., Жураковський Я. Ю. Математичне моделювання процесів і систем : навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 351 с.
9. Павленко П. М., Філоненко С. Ф., Чередніков О. М., Трейтяк В. В. Математичне моделювання систем і процесів : навч. посіб. Київ : НАУ, 2017. 392 с.
10. Моделювання в транспортних технологіях : монографія : у 2 ч. за ред. д-ра техн. наук, проф. А. В. Сохацького; Ун-т мит. справи та фінансів. Дніпро : УМСФ, 2022. Ч. 1 кол. авт.: А. В. Сохацький та ін. 182 с. ISBN 978-966-328-191-9.

Надійшла до редколегії 16.09.2025
Прийнята після рецензування 29.09.2025
Опублікована 23.10.2025