

DOI: 10.31319/2519-8106.2(53)2025.342448

UDC 621.865.8

Romaniuk Oleksandr, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Industrial Engineering

Романюк О.Д., кандидат технічних наук, доцент, кафедра галузевого машинобудування

ORCID: 0000-0003-1931-5507

e-mail: oleksandrromaniuk5@gmail.com

Romaniuk Yaroslav, Postgraduate Student

Романюк Я.О., здобувач третього (доктор філософії) рівня вищої освіти

ORCID 0009-0001-1343-2211

e-mail: romaniuk.yaroslav1987@gmail.com

Zhukov Fedir, Postgraduate Student

Жуков Ф.Ф., здобувач третього (доктор філософії) рівня вищої освіти

e-mail: f.zhukov@novol.ua

Linnyk Maksym, master's degree student

Лінник М.С., здобувач другого (магістерського) рівня вищої освіти

Dniprovsky State Technical University, Kamianske

Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

OPTIMIZATION OF MECHANICAL TRANSMISSION PARAMETERS FOR THE STABILIZATION OF KINEMATIC AND DYNAMIC CHARACTERISTICS OF MACHINE ASSEMBLIES

ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ МЕХАНІЧНИХ ПЕРЕДАЧ З МЕТОЮ СТАБІЛІЗАЦІЇ КІНЕМАТИЧНИХ ТА ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАШИННОГО АГРЕГАТУ

Based on theoretical investigations, a new methodology for the design of mechanical transmissions is proposed. The approach involves determining the geometric parameters of gear wheels through the introduction of an equivalent flywheel mass, calculated on the basis of a dynamic model of the machine's actuating mechanism. This eliminates the need to install a separate flywheel within the drive system, thereby reducing the overall dimensions and total weight of the machine assembly.

Keywords: mechanical transmission, gear, wheel, mass, flywheel moment, moment of inertia.

Синтез конструктивних елементів обертальних вузлів циліндричних редукторів на основі оптимізації їх характеристик являється складною багатокритеріальною інженерною задачею, так як кількість невідомих величин набагато більше ніж рівнянь зв'язку, що обумовлює додаткову затрату часу та ресурсів для їх оптимізацію в залежності від поставленої задачі. Тому, задача оптимізації параметрів механічних передач з метою стабілізації кінематичних та динамічних характеристик машинного агрегату на етапі попереднього проектування являється актуальною.

Аналіз методів проектування конструктивних елементів циліндричних редукторів показав, що задачу оптимізації параметрів механічних передач з метою стабілізації кінематичних та динамічних характеристик машинного агрегату більш оптимально розв'язувати використовуючи динамічну модель побудовану на основі принципу зведення сил та мас.

Метою роботи є розробка методики визначення геометричних параметрів зубчастих коліс циліндричних редукторів з використанням махової маси, яка необхідна для стабілізації кінематичних та динамічних характеристик виконавчого органу машини.

У роботі розглянуто тільки задачу визначення геометричних параметрів зубчастих коліс через маховий момент маховика, так як габаритні розміри шестерні та колеса значно перевищують габаритні розміри валів на яких вони розташовуються. Відповідно, зубчасті колеса механічної передачі можуть виконувати роль маховика який необхідний для стабілізації кінематичних та динамічних параметрів машинного агрегату. Використовуючи даний підхід було теоретично виведено рівняння визначення дільного діаметру шестерні по величині махового моменту розрахованого на базі динамічної моделі головного валу виконавчого органу машини, що забезпечує розробку інноваційного підходу до проектування циліндричних редукторів.

На підставі теоретичних досліджень пропонується нова методика проектування механічних передач, яка полягає у визначенні геометричних параметрів зубчастих коліс з допомогою махової маси, розрахованої на базі динамічної моделі виконавчого органу машини, що усуває необхідність встановлення маховика в схемі приводу, і відповідно зменшує габаритні розміри та вагу машинного агрегату в цілому.

Ключові слова: механічна передача, шестерня, колесо, маса, маховий момент, момент інерції.

Problem's Formulation

The synthesis of structural elements of rotating components in cylindrical gear reducers, based on the optimization of their performance characteristics, represents a complex and multifaceted engineering challenge. This problem is typically addressed using optimization methods for the parameters of mechanical transmissions. Existing modern approaches [1—6] are aimed at improving the efficiency, reliability, compactness, and durability of gear reducers by varying such parameters as mass, overall dimensions, strength, service life, reliability, and ergonomics. However, these parameters are typically determined only upon completion of the design phase, which necessitates additional time and resources for subsequent optimization depending on the specific design objectives. Therefore, the problem of optimizing mechanical transmission parameters with the aim of stabilizing the kinematic and dynamic characteristics of a machine assembly at the preliminary design stage is of significant relevance.

Analysis of recent research and publications

The design of mechanical transmissions that accounts for the optimization of their component parameters is a multicriteria problem, as the number of unknown variables significantly exceeds the number of constraint equations [7—9]. Furthermore, the design variables are interdependent, which substantially complicates the formulation of mathematical models describing the transmission system.

This problem is often addressed by reducing the number of unknowns [9] through the imposition of appropriate constraints on the parameters, thereby allowing them, in the first approximation, to be treated as constant quantities. In works [9,10], optimization of gear wheel mass was performed using six primary design variables. The resulting mathematical relationships for determining gear wheel mass are expressed as functions of interdependent variables, which complicates the optimization process.

An analysis of design methodologies for the structural elements of cylindrical gear reducers has shown that optimization of transmission parameters with the objective of stabilizing the kinematic and dynamic characteristics of the machine assembly can be performed more effectively through the use of a dynamic model.

Formulation of the study purpose

The objective of this study is to develop a methodology for determining the geometric parameters of gear wheels in cylindrical gear reducers based on the equivalent flywheel mass required to stabilize the kinematic and dynamic characteristics of the machine's actuating mechanism.

Presenting main material

In this study, the problem of optimizing the parameters of mechanical transmissions for the stabilization of kinematic and dynamic characteristics of a machine assembly is addressed through the development of a design methodology for mechanical transmissions. The proposed approach determines the geometric parameters of the gear wheels using an equivalent flywheel mass calculated from the dynamic model of the machine's actuating mechanism.

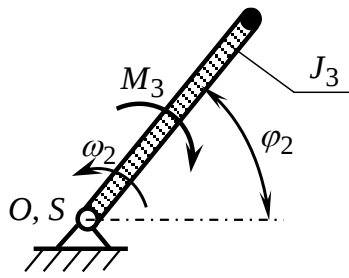


Fig. 1. Dynamic model of the mechanism

The dynamic model is constructed according to the principle of reduction of forces, moments, masses, and moments of inertia of the mechanism's links, as illustrated in Fig. 1. The main shaft of the actuating mechanism is taken as the reference link [11].

The principal characteristics of the model are as follows: M_3 — reduced moment of all resistance forces acting on the mechanism's links, $N \cdot m$; J_3 — reduced moment of inertia of all links of the mechanism, $kg \cdot m^2$; ω_2 — angular velocity of the reference link, $1/s$; φ_2 — angular displacement of the reference link, *degree*.

The dynamic model significantly simplifies the research process, which is reduced to solving the differential equation of motion for the reference link

$$J_3(u) \frac{d\omega_2}{dt} - \frac{\omega_2^2}{2} \frac{dJ_3(u)}{d\varphi_2} = M_3(u).$$

According to the differential equation, the reduced moment of inertia is a function of the gear ratio of the reducer u . Therefore, let us first consider the problem of determining the optimal value of the gear ratio and its influence on the calculation of the flywheel mass during the steady-state operation of the mechanism. According to [12], the optimal value of the gear ratio is determined by the equation

$$u = \sqrt{\frac{2 \sum A}{J_1 \omega_2^2} + u_0^2},$$

where: $\sum A$ — total work, J ; u_0 — initial value of the transfer function.

The calculation of the gear ratio magnitude according to the obtained equation can only be performed using dedicated software. Therefore, to simplify the procedure for calculating the required flywheel mass, we solve this equation with respect to J_1 and determine the optimal values of both the moment of inertia and the effect of the gear ratio on it.

Accordingly, we have

$$u^2 = \frac{2 \sum A}{J_1 \omega_2^2} + u_0^2.$$

Solving this equation with respect to J_1 , we obtain

$$J_1 = \frac{2 \sum A}{(u^2 - u_0^2) \omega_2^2}.$$

The value of J_1 reaches its optimal level under the condition that its derivative equals zero:

$$\frac{dJ_1}{du} = 0.$$

Since

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{u},$$

then accordingly

$$J_1 = \frac{2 \sum A \times u^2}{(u^2 - u_0^2) \omega_1^2}.$$

In the first approximation, it can be assumed that

$$\frac{2\sum A}{\omega_1^2} = \text{const}$$

and therefore

$$\frac{dJ_1}{du} = \left(\frac{u^2}{u^2 - u_0^2} \right)'.$$

Accordingly,

$$\frac{dJ_1}{du} = \frac{2uu_0(u - u_0)}{u^2 - u_0^2} = 0,$$

only under the condition that

$$u = u_0.$$

Thus, the optimal value of the moment of inertia, which can serve as the flywheel moment, occurs under the condition of equality $u = u_0$, corresponding to the steady-state operation of the machine assembly. Therefore, determining the optimal transfer function in solving the given problem is not necessary.

During steady-state motion, the change in the reduced moment of inertia corresponds to the change in total work; hence, the increment of the mechanism's kinetic energy ΔT is defined by the equation

$$\Delta T = \Delta J_3 \frac{\omega^2}{2} = \sum A.$$

Accordingly, the reduction principle provides for determining the flywheel moment of inertia according to the equation

$$J_M = \frac{\Delta T}{\omega^2 \delta},$$

where: δ — coefficient of motion irregularity of the mechanism.

Thus, to avoid the use of an additional flywheel mass, it is necessary to select or design a reducer whose moment of inertia of the rotating components corresponds to the required flywheel moment. Considering that the overall dimensions of the gear and wheel are significantly larger than those of the shafts on which they are mounted, we will consider only the problem of determining the geometric parameters of the gear wheels through the flywheel moment required to stabilize the kinematic and dynamic parameters of the machine assembly.

Accordingly, let us consider the problem of determining the mass of the pinion and wheel of a single-stage cylindrical reducer [9].

The equation for the pinion mass can be written as

$$m_1 = V_1 \rho = \frac{1}{4} \pi \rho b_1 d_1^2,$$

where V_1 — pinion volume, m^3 ; ρ — specific weight of the shaft material, kg/m^3 ; d_1 — pitch diameter of the pinion, mm ; b_1 — rim width of the pinion, mm .

Considering that the center distance is

$$a_w = \frac{1}{2}(d_1 + d_2)$$

and

$$b_1 = \psi_{ba} a_w$$

and

$$u = \frac{d_2}{d_1},$$

the equation takes the form

$$m_1 = \frac{1}{8} \pi \rho \psi_{ba} (1+u) d_1^3.$$

Similarly, we obtain the equation for the wheel mass:

$$m_2 = \frac{1}{8} \pi \rho \psi_{ba} \left(1 + \frac{1}{u}\right) d_2^3.$$

Since a gear wheel is a cylinder that performs rotational motion about the shaft axis, the moment of inertia of such a component is determined by the following equation:

$$J = \frac{1}{2} m R^2.$$

Accordingly, taking into account that

$$R = \frac{1}{2} d,$$

the moment of inertia of the pinion is

$$J_1 = \frac{1}{8} m_1 d_1^2$$

and that of the wheel is

$$J_2 = \frac{1}{8} m_2 d_2^2.$$

The total moment of inertia of the pinion and the wheel of the reducer is equated to the flywheel moment required to stabilize the kinematic and dynamic parameters of the machine assembly:

$$J_M = J_1 + J_2.$$

Substituting m_1 and m_2 into this equation, we obtain the relationship for determining the total flywheel moment:

$$J_M = \frac{1}{8} d_1^2 \left[\frac{1}{8} \pi \rho \psi_{ba} (1+u) d_1^3 + \frac{1}{8} \pi \rho \psi_{ba} u^2 \left(1 + \frac{1}{u}\right) d_2^3 \right].$$

Assuming that

$$X = \frac{1}{64} \pi \rho \psi_{ba}$$

and considering that

$$d_2 = d_1 u,$$

we obtain

$$J_M = X d_1^5 (1+u) (1+u^4).$$

Solving the resulting equation with respect to the pitch diameter of the pinion, we have

$$d_1^5 = \frac{J_M}{X (1+u) (1+u^4)}.$$

Accordingly, the calculated value of the pitch diameter of the pinion is determined by the equation

$$d_1 = \sqrt[5]{\frac{J_M}{X (1+u) (1+u^4)}}.$$

To simplify the calculation of the pinion pitch diameter during the design process, the obtained equation can be expressed as

$$d_1 = Z \sqrt[5]{J_M}.$$

Where

$$Z = \sqrt[5]{\frac{1}{X (1+u) (1+u^4)}}.$$

The coefficient Z is a function of the width coefficient of the gear rim relative to the center distance, which is selected depending on the helix angle and the gear ratio of the reducer known at the design stage.

The values of the coefficient X for spur and helical gears are presented in Tabl. 1 and 2, respectively ($\rho = 7820 \text{ kg/m}^3$, steel 30X, 45X, 40XN, 45XN).

Table 1. Values of coefficient X for spur gears

ψ_{ba}	0,125	0,15	0,175	0,2	0,225	0,25
X	47,9825	57,579	67,1755	76,772	86,3685	95,965

Table 2. Values of coefficient X for helical gears

ψ_{ba}	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
X	95,965	115,158	134,351	153,544	172,737	191,93

The variation of the coefficient X , as evident from the calculations, is linear. Therefore, to evaluate its behavior, it is sufficient to consider only the minimum, average, and maximum values of the coefficient X . The corresponding values of Z are presented in Tabl. 3 and 4.

Table 3. Values of coefficient Z for spur gears

u		2,0	2,25	2,8	3,55	4,0	4,5	5,0	5,6	6,3
Z	$X_{\min}$	0,209	0,189	0,154	0,124	0,110	0,100	0,089	0,080	0,071
	X_{aver}	0,193	0,174	0,142	0,114	0,102	0,091	0,082	0,073	0,065
	$X_{\max}$	0,182	0,164	0,134	0,107	0,100	0,086	0,078	0,069	0,062

Table 4. Values of coefficient Z for helical gears

u		2,0	2,25	2,8	3,55	4,0	4,5	5,0	5,6	6,3
Z	$X_{\min}$	0,182	0,164	0,134	0,107	0,100	0,086	0,078	0,069	0,062
	X_{aver}	0,170	0,152	0,124	0,099	0,088	0,079	0,071	0,064	0,057
	$X_{\max}$	0,158	0,143	0,117	0,094	0,084	0,075	0,067	0,060	0,054

Conclusions

According to the obtained relationship $d_1 = Z\sqrt[5]{J_M}$, a new methodology for the design of mechanical transmissions is proposed. This methodology involves determining the geometric parameters of gear wheels through the use of a flywheel mass calculated on the basis of a dynamic model of the machine's actuating mechanism. This approach eliminates the need to install a separate flywheel in the drive system, thereby reducing the overall dimensions and total weight of the machine assembly as a whole.

References

- [1] Pengyuan, Q., Ning, Z., Yanjun, P., Yanhu, L. (2023). Analysis of tooth contact for cylindrical gear with high-order topological modification and misalignment. *Journal of vibroengineering*. 25. 189–208. [in English]. <https://doi.org/10.21595/jve.2022.22753>

- [2] Sánchez, M., Pleguezuelos, M., Pedrero, J. (2019). Influence of profile modifications on meshing stiffness, load sharing, and transmission error of involute spur gears. *Mechanism and Machine Theory*. 139. 506–525. [in English]. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2019.05.014>
- [3] Romaniuk, O., Chasov, D., Romaniuk, Ya., Sasov, O., Beihul, V. (2025) Optimization of Rotating Assembly Masses in Mechanical Transmissions of Machine Units. *Naukovo-praktichnii zhurnal «Nauka ta innovatsii» NAN Ukraini*. 2(2025). 93–100. [in English]. <https://doi.org/10.15407/scine21.02.093>
- [4] Lin, T., & He, Z. (2017). Analytical method for coupled transmission error of helical gear system with machining errors, assembly errors and tooth modifications. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 91. 167–182. [in English]. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2017.01.005>
- [5] Romaniuk, O.D. (2019). Development of rotary units mechanical transmission mathematical model. *Matematychni modeljuvannja*, (2(41)), 53–61. [in English]. [https://doi.org/10.31319/2519-8106.2\(41\)2019.185045](https://doi.org/10.31319/2519-8106.2(41)2019.185045)
- [6] Romaniuk, O.D. (2020). Optimizatsiya mas valiv i pidshipnikiv mekhanichnoi peredachi [Optimization of masses of shafts and bearings of mechanical transfer]. *Matematychni modeljuvannja*, (1(42)), 41–47. [in Ukrainian]. [https://doi.org/10.31319/2519-8106.1\(42\)2020.206940](https://doi.org/10.31319/2519-8106.1(42)2020.206940)
- [7] Fajraoui, A., & Kamel, M. (2016) Method for Selecting the Optimal Solution for the Design of the Gear Train. *Journal of Mechanics Engineering and Automation*. 6. 260–264. [in English].
- [8] Karadere, G., & Yilmaz, I. (2018) Investigation of the Effects of Profile Shift in Helical Gear Mechanisms with Analytical and Numerical Methods. *World Journal of Mechanics*. 8. 200–209. [in English]. <https://doi.org/10.4236/wjm.2018.85015>
- [9] Romaniuk, O.D. (2016). Optymizacija mas zubchastykh kolis mekhanichnoji peredachi na etapi poperednjogho proektuvannja [Optimization of the masses of gears mechanical transmission during the preliminary design]. *Matematychni modeljuvannja*, (2(35)), 35–38. [in Ukrainian]
- [10] Romaniuk, O.D. (2018). Osnovni pidkhody optymizaciji mas zubchastykh kolis mekhanichnoji peredachi [Basic approaches to mass optimization of toothed wheels of mechanical transmission]. *Matematychni modeljuvannja*, (1(38)), 118–123. [in Ukrainian]. [https://doi.org/10.31319/2519-8106.1\(38\)2018.129038](https://doi.org/10.31319/2519-8106.1(38)2018.129038)
- [11] Romaniuk, O.D., & Telipko, L.P. (2020). Zaghaljni metody optymizaciji kinematychnykh ta dynamichnykh parametriv mashynnogho aghreghatu [General methods of optimization of kinematic and dynamic parameters of the machine unit]. *Zbirnyk naukovykh pracj Dniprovskogho derzhavnogho tekhnichnogho universytetu (tekhnichni nauky)*, (2(37)), 17–21. [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.31319/2519-2884.37.2020.4>
- [12] Romaniuk, O.D., & Telipko, L.P. (2019). Optymizacija peredatochnoji funktsiji mekhanichnoji peredachi z metodu pidvyshhennja tochnosti roboty mashynnogho aghreghatu [Optimization of the transmission function of the mechanical transmission in order to improve the accuracy of the machine unit]. *Zbirnyk naukovykh pracj Dniprovskogho derzhavnogho tekhnichnogho universytetu (tekhnichni nauky)*, (1(34)), 34–38. [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.31319/2519-2884.34.2019.6>

Список використаної літератури

1. Pengyuan Q., Ning Z., Yanjun P., Yanhu L. Analysis of tooth contact for cylindrical gear with high-order topological modification and misalignment. *Journal of vibroengineering*. 2023. Vol. 25. pp. 189–208. [in English]. <https://doi.org/10.21595/jve.2022.22753>
2. Sánchez M., Pleguezuelos M., Pedrero J. Influence of profile modifications on meshing stiffness, load sharing, and transmission error of involute spur gears. *Mechanism and Machine Theory*. 2019. Vol. 139. pp. 506–525. [in English]. <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2019.05.014>
3. Romaniuk O., Chasov D., Romaniuk Ya., Sasov O., Beihul V. Optimization of Rotating Assembly Masses in Mechanical Transmissions of Machine Units. *Науково-практичний журнал «Наука та інновації» НАН України*. 2025. Т. 2, №2(2025) С. 93–100. <https://doi.org/10.15407/scine21.02.093>

4. Lin T., & He Z. Analytical method for coupled transmission error of helical gear system with machining errors, assembly errors and tooth modifications. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2017. Vol. 91. pp. 167–182. [in English]. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2017.01.005>
5. Romaniuk O.D. Mathematical models development of the mechanical transmission units. *Математичне моделювання*. 2019. №2(41). С. 53–61. [https://doi.org/10.31319/2519-8106.2\(41\)2019.185045](https://doi.org/10.31319/2519-8106.2(41)2019.185045)
6. Романюк О.Д. Оптимізація мас валів і підшипників механічної передачі. *Математичне моделювання*. 2020. №1(42). С. 41–47. [https://doi.org/10.31319/2519-8106.1\(42\)2020.206940](https://doi.org/10.31319/2519-8106.1(42)2020.206940)
7. Fajraoui A., & Kamel M. Method for Selecting the Optimal Solution for the Design of the Gear Train. *Journal of Mechanics Engineering and Automation*. 2016. Vol. 6. pp. 260–264. [in English].
8. Karadere G., & Yilmaz I. Investigation of the Effects of Profile Shift in Helical Gear Mechanisms with Analytical and Numerical Methods. *World Journal of Mechanics*. 2018. Vol. 8. pp. 200–209. [in English]. <https://doi.org/10.4236/wjm.2018.85015>
9. Романюк О.Д. Оптимізація мас зубчастих коліс механічної передачі на етапі попереднього проектування. *Математичне моделювання*. 2016. №2(35). С. 35–38.
10. Романюк О.Д. Основні підходи оптимізації мас зубчастих коліс механічної передачі. *Математичне моделювання*. 2018. №1(38). С. 118–123. [https://doi.org/10.31319/2519-8106.1\(38\)2018.129038](https://doi.org/10.31319/2519-8106.1(38)2018.129038)
11. Романюк О.Д., Теліпко Л.П. Загальні методи оптимізації кінематичних та динамічних параметрів машинного агрегату. *Збірник наукових праць Дніпровського державного технічного університету (технічні науки)*. 2020. №2(37) С. 17–21. <https://doi.org/10.31319/2519-2884.37.2020.4>
12. Романюк О.Д., Теліпко Л.П. Оптимізація передаточної функції механічної передачі з метою підвищення точності роботи машинного агрегату. *Збірник наукових праць Дніпровського державного технічного університету (технічні науки)*. 2019. №34. т. 1. С. 34–38. <https://doi.org/10.31319/2519-2884.34.2019.6>

Надійшла до редколегії 08.10.2025

Прийнята після рецензування 15.10.2025

Опублікована 23.10.2025