

ISSN (*print*) 2519-8106  
ISSN (*online*) 2519-8114

Міністерство  
освіти і науки України

Дніпровський державний  
технічний університет

---

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

---

Науковий журнал

Заснований в січні 1994 р.

Видається 2 рази на рік

**1 (46) 2022**

Кам'янське  
ДДТУ  
2022

**ISSN (print) 2519-8106**  
**ISSN (online) 2519-8114**

УДК 519+004+504+536+620+621+622+658+669+681+685+33

**Математичне моделювання**

**Mathematical Modeling**

**№ 1 (46) 2022**

**№ 1 (46) 2022**

**Науковий журнал**

**Scientific Journal**

Засновник і видавець Дніпровський  
державний технічний університет

Founder and publisher Dniprovsky  
State Technical University

Свідоцтво про державну реєстрацію  
серія **КВ № 22789-12689 ПР**  
від 14.06.2017

Registration certificate  
**КВ № 22789-12689 ПР**  
dated 14.06.2017

Журнал «Математичне моделювання» публікує статті, що містять нові наукові результати в галузі розробки та застосування методів математичного моделювання, математичних моделей та алгоритмів у природничих науках, техніці, економіці, соціології, навчальному процесі та ін.

Журнал входить до переліку наукових фахових видань України (категорія Б), в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата технічних наук, затвердженого наказом МОН України № 775 від 16.07.2018 р.

Статті індексуються системою Google Scholar (Google Академія)

З 2018 року внесено до реферативної бази даних наукових публікацій Index Copernicus

Друкується за рішенням Вченої Ради Дніпровського державного технічного університету, протокол № 6, від 26.05.2022 р.

*Математичне моделювання. Науковий журнал. Кам'янське, ДДТУ, 2021. № 1(46). 150 с.*

---

# РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

---

**Середа Борис Петрович** – головний редактор, директор науково-дослідного центру «Матеріалознавства та інноваційних технологій» ДДТУ, зав. каф. автомобілів та автомобільного господарства ДДТУ, д.т.н., професор;

**Кругляк Ірина Василівна** – заступник головного редактора, зав. каф. галузевого машинобудування ДДТУ, д.т.н. доцент;

**Бабаченко Олександр Іванович** – директор інституту чорної металургії ім. З.І. Некрасова НАН України, д.т.н., професор;

**Баглюк Геннадій Анатолійович** – заступник директора інституту проблем матеріалознавства ім. І.М. Францевича НАН України, д.т.н., професор;

**Бельмас Іван Васильович** – зав. каф. технології машинобудування ДДТУ, д.т.н., професор;

**Букетов Андрій Вікторович** – зав. каф. транспортних технологій та механічної інженерії, Херсонська державна морська академія, д.т.н., професор;

**Грищак Віктор Захарович** – професор каф. прикладної математики і механіки, Запорізький національний університет, д.т.н., Заслужений діяч науки і техніки України;

**Гуляєв Віталій Михайлович** – перший проректор, професор каф. промислової біотехнології та загальної хімії ДДТУ, д.т.н., професор;

**Дейнеко Леонід Миколайович** – зав. каф. термічної обробки металів, Національна металургійна академія України (НМетАУ), д.т.н., професор;

**Дмитрів Василь Тарасович** – зав. каф. проектування та експлуатації машин Інституту механічної інженерії та транспорту Національного університету «Львівська політехніка», д.т.н., професор;

**Kolomeisky Anatol** – Professor of Chemistry and Professor of Chemical and Biomolecular Engineering Rice University, Houston, Texas, USA;

**Крікент Ігор Валентинович** – професор каф. технології та устаткування зварювання ДДТУ, д.т.н., доцент;

**Корніч Григорій Володимирович** – зав. каф. системного аналізу та обчислювальної математики НУ Запорізька політехніка д.ф.-м.н., професор;

**Khina Boris** – PhD (Mater. Sci.), DSc (Thermal Phys.) Chief Research Scientist Physico-Technical Institute, National Academy of Sciences of Belarus;

**Лисенко Олександр Борисович** – зав. каф. фізики конденсованого стану ДДТУ, д.ф.-м.н., професор;

**Лобода Петро Іванович** – науковий консультант інституту матеріалознавства та зварювання ім. Є.О. Патона, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут ім. І. Сікорського», член-кореспондент НАН України, д.т.н., професор;

- Ляшук Олег Леонтійович** – зав. каф. автомобілів, Тернопільський національний технічний університет ім. Івана Пулюя, д.т.н., професор;
- Максименко Олег Павлович** – зав. каф. обробки металів тиском ДДТУ, д.т.н., професор;
- Мельник Віктор Іванович** – професор каф. оптимізації технологічних систем рослинництва Державного біотехнологічного університету, д.т.н., професор;
- Міщенко Валерій Григорович** – Запорізький національний університет, професор кафедри загальної та прикладної фізики д.т.н., професор;
- Павленко Віталій Миколайович** – професор каф. теоретичної і будівельної механіки, Харківський Національний університет міського господарства ім. О.М. Бекетова;
- Перемітько Валерій Вікторович** – декан металургійного факультета, професор каф. технології та устаткування зварювання ДДТУ, д.т.н., професор;
- Савчук Петро Петрович** – директор Волинської державної сільськогосподарської дослідної станції Інституту картоплярства Національної академії аграрних наук України, д.т.н., професор;
- Садовой Олександр Валентинович** – професор каф. електротехніки та електромеханіки ДДТУ, д.т.н., професор;
- Сігарьов Євген Миколайович** – зав. каф. металургії чорних металів ДДТУ, д.т.н., професор;
- Стеблянко Павло Олексійович** – професор каф. кібербезпеки та інформаційних технологій університету митної справи та фінансів, д.ф.-м.н., професор;
- Сучков Григорій Михайлович** – професор каф. комп'ютерних і радіоелектронних систем контролю та діагностики НТУ Харківський політехнічний інститут, д.т.н.;
- С'янов Олександр Михайлович** – декан факультету електроніки та комп'ютерної техніки, професор каф. апаратури радіозв'язку, радіомовлення і телебачення ДДТУ, д.т.н., професор;
- Тищенко Сергій Сергійович** – професор каф. вищої математики, Дніпровський державний аграрно-економічний університет, д.т.н., професор;
- Tyukin Ivan** – PhD, Dr. Sc., RCUK Academic Fellow, Department of Mathematics, Group of Applied Mathematics, University of Leicester, UK;
- Yakobson Boris** – Karl F. Hasselmann Chair of Engineering, Professor of Materials Science and NanoEngineering and Professor of Chemistry Rice University Houston, Texas, USA

# ЗМІСТ

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ПРИРОДНИЧИХ НАУКАХ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ

<b>Dranyshnykov L.</b> Fuzzy modeling in control systems.....	7
<b>Дранишников Л.В.</b> Нечітке моделювання в системах управління.....	14
<b>Lytvynenko V., Marchenko S., Syanov O.</b> Statistical methods of processing measurement data on measurement instruments .....	16
<b>Литвиненко В.А., Марченко С.В., С'янов О.М.</b> Статистичні методи обробки даних про відмови засобів вимірювань.....	21
<b>Гнатюк М.О., Гаркавенко І.С., Кононенко А.М.</b> Матричне представлення електродинамічного алгоритму методу шварца для розв'язання дифракційних задач .....	22
<b>Gnatyuk M., Garkavenko I., Kononenko A.</b> The matrix representation of the schwartz alternating method for solving diffraction problems.....	29
<b>Нарадовий В.В., Харченко Д.С.,</b> Дослідження хвильових рухів у тришаровій гідродинамічній системі «шар з твердим дном – шар – шар з кришкою».....	32
<b>Kharchenko D., Naradovyi V.</b> Investigation of wave movements in the three-layer hydrodynamic system "layer with hard bottom – layer – layer with cover".....	42
<b>Lytvynenko V., Ryazancev O., Gnatyk M.</b> Numerical methods of integrating functions of metrological reliability of measuring instruments.....	44
<b>Литвиненко В.А., Рязанцев О.В., Гнатюк М.О.</b> Чисельні методи інтегрування функцій метрологічної надійності засобів вимірювань.....	49
<b>Авраменко В.І., Строева В.О.</b> Статистичне дослідження властивостей степеневих розподілів.....	50
<b>Avramenko V., Stroieva V.</b> Statistical study of the properties of power distributions.....	55

## МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ В ТЕХНОЛОГІЇ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

<b>Рязанцев О.В., Кулик М.В., С'янов О.М.</b> Імпульсне трактування ефектів доплера стосовно радіолокації.....	57
<b>Ryazantsev O., Kulik M., S'yanov O.</b> Pulse interpretation of doppler effects on radar.....	62
<b>Maksimenko O., Nikulin A., Samokhval V., Pryimak A.</b> Kinetic simulation of rod rolling in a wire block.....	63
<b>Максименко О.П., Нікулін О.В., Самохвал В.М., Приймак А.Б.</b> Кінетичне моделювання прокатування катанки у дрововому блоці.....	69
<b>Sereda B., Belokon U., Kruhliak I., Sereda D., Kruhliak D.</b> Modeling and thermodynamic analysis of reactions during thermochemical pressing of powder intermetallic alloys.....	71
<b>Серета Б.П., Белоконь Ю.О., Кругляк І.В., Серета Д.Б., Кругляк Д.О.</b> Моделювання і термодинамічний аналіз реакцій при термохімічному пресуванні порошків інтерметалідних сплавів.....	78
<b>Тищенко С.С.</b> Дослідження руху ґрунту по поверхні робочого органу.....	80
<b>Tishchenko S.</b> Investigation of soil movement on the surface of the working body.....	86

<b>Cherneta O., Sereda B., Kubich V.</b> Use of combined strengthening method to obtain optimal composition of physico-mechanical characteristics of medium carbon.....	<b>88</b>
<b>Чернета О.Г., Серeda Б.П., Кубич В.І.</b> Використання комбінованого способу зміцнення для отримання оптимального складу фізико-механічних характеристик середньовуглецевих сталей....	<b>92</b>
<b>Shmatko D., Sasov A., Averyanov V., Velykodnuy E.</b> Investigation of noise pollution by motor vehicles of the primagistral territories of Kamyansky.....	<b>94</b>
<b>Шматко Д.З., Сасов О.О., Авер'янов В.С., Великодний Є.І.</b> Дослідження шумового забруднення автотранспортними засобами примігстральних територій м. Кам'янського.....	<b>98</b>
<b>Sereda B., Mukovska D., Sereda D.</b> Experimental study of hourly parameters technological routes of motor transport working in the quarry of the metallurgical enterprise.....	<b>100</b>
<b>Серeda Б.П., Муковська Д.Я., Серeda Д.Б.</b> Експериментальне дослідження часових параметрів технологічних маршрутів автомобільного транспорту працюючого в кар'єрі металургійного підприємства.....	<b>105</b>
<b>Щербакoв П.М., Сдвизжкова О.О., Тимченко С.Є., Клименко Д.В.</b> Математичне моделювання інтенсифікації дроблення і подрібнення залізної руди.....	<b>108</b>
<b>Shcherbakov P., Sdvyzhkova E., Tymchenko S., Klymenko D.</b> Mathematical modeling of the crushing and grinding intensification of the iron ore.....	<b>114</b>
<b>Sereda B., Kruhliak I., Sereda D.</b> Mathematical modeling of obtaining wear-resistant coatings using self-propagating high-temperature synthesis technology.....	<b>116</b>
<b>Серeda Б.П., Кругляк І.В., Серeda Д.Б.</b> Математичне моделювання отримання зносостійких покриттів з використанням технології саморозповсюджувального високотемпературного синтезу	<b>123</b>
<b>Cherneta O.</b> Boriding technologies and their influence on surface modification.....	<b>125</b>
<b>Чернета О.Г.</b> Технології борування і їх вплив на модифікування поверхні.....	<b>129</b>

## **МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В СУСПІЛЬНИХ І ГУМАНІТАРНИХ НАУКАХ**

<b>Levchuk K., Romaniuk R.</b> Sustainable city development as a key factor of country economic development .....	<b>131</b>
<b>Левчук К.О., Романюк Р.Я.</b> Сталій розвиток міста як ключовий фактор розвитку економіки країни.....	<b>138</b>
<b>Trikilo A., Bagriy V., Gulesha O., Voloshin R.</b> Mathematical modeling and analysis of human cardiovascular system indicators.....	<b>141</b>
<b>Трикiло А.І., Багрій В.В., Гулеша О.М., Волошин Р.В.</b> Математичне моделювання та аналіз показників серцево-судинної системи людини.....	<b>146</b>
In memory of our author Korobochka Oleksandr Mykolayovych.....	<b>148</b>

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В ПРИРОДНИЧИХ НАУКАХ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ



DOI: 10.31319/2519-8106.1(46)2022.258341

UDC 658.512.22

**L. Dranyshnykov**, Doctor of Technical Science, Professor, dr-leon@ukr.net  
Dniprovsky State Technical University, Kamyanske

## FUZZY MODELING IN CONTROL SYSTEMS

*The method of synthesis of the control system based on the theory of fuzzy sets has been formulated. The results of the simulation of the system with a fuzzy logical controller and neuro-controller are presented. MATLAB — Simulink, Fuzzy Logic Toolbox — was used to build models and rulebases.*

*The method of fuzzy adaptation of parameters for regulator's settings is proposed. Modelling results showed that at the constant parameters of the object of regulation, the system with fuzzy regulators and a neuro-controller has better dynamic performance compared to classical systems. An analysis of the work of the fuzzy regulator has been carried out.*

**Keywords:** *fuzzy PID-regulator, linguistic variable, neuro-controller, fuzzy adaptation block, quality of regulation, transition process.*

*Сформульовано метод синтезу системи керування на основі теорії нечітких множин. Наведено результати моделювання системи з нечітким логічним контролером та нейроконтролером. MATLAB — Simulink, Fuzzy Logic Toolbox — використовувався для побудови моделей та баз правил.*

*Запропоновано метод нечіткої адаптації параметрів для налаштувань регулятора. Результати моделювання показали, що при постійних параметрах об'єкта регулювання система з нечіткими регуляторами та нейроконтролером має кращі динамічні характеристики порівняно з класичними системами. Проведено аналіз роботи нечіткого регулятора.*

**Ключові слова:** *нечіткий PID-регулятор, лінгвістична змінна, нейроконтролер, блок нечіткої адаптації, якість регулювання, перехідний процес.*

### Problem's Formulation

The tasks solved by information systems can in most cases be reduced to a number of typical ones, among which are the following: Classification of images; Approximation of functions; Prediction); Optimization; Regulation — transition and maintenance of the system in the required state.

Regulation is the most complex, and most of the time requires other auxiliary tasks solved. Control systems are, generally, characterized by non-linear dependencies, complex to model dynamics, uncontrollable noises and interferences. The classic Control Theory is based on the idea of linearisation of systems. Hence a more effective approach would be a development of control systems that are based on an adaptive approach, an amalgam of methods from theory of neural networks and fuzzy logic.

Controllers based on this innovative concept are capable of providing higher values of modulation quality in numerous cases in comparison to those of classic controllers. By incorporating fuzzy control algorithm synthesis and technology of neural network building, it is possible to optimise complex control loops without conducting additional comprehensive, mathematical research.

### Analysis of recent research and publications

The use of linear proportional–integral–derivative (PID) regulators in non-linear object management systems often results in a poor regulatory process characterized by high re-regulation values, static error and/or transition time.

Analysis of the literature [1—5] showcased that there is a large number of approaches to the problem of synthesis of non-linear object control systems with random signals, and there is no universal controller yet.

### Formulation of the study purpose

PID controllers are performing poorly when managing non-linear and complex systems, or when information about the object of management is insufficient. Regulators can be improved in some cases by fuzzy logic, neural networks, and genetic algorithms. These methods are referred to around the world as "soft-computing", emphasizing their difference from "hard-computing", which consists of the ability of the method to operate with incomplete and inaccurate data. A variety of methods can be combined in a single controller: fuzzy-PID, neuro-PID, neuro-fuzzy-PID controllers with genetic algorithms. The main disadvantage of fuzzy and neural network controllers is the complexity of their configuration: the compilation of a base of fuzzy rules and the training of a neural network.

The problem of creating a rule base is one of the key challenges in building a fuzzy logical controller. Different methods are used to solve it: either interviewing an experienced operator, or fixing decisions made by the operator in different situations, or tracking the desired trajectory of control based on any type of considerations.

This paper proposes a fuzzy adaptation of parameters of the PID-controller settings, allowing to take into account the non-linear properties of the object and provide the required quality of regulation when using the search algorithms of the Simulink software package also the synthesis of a neuro-controller with prediction implemented using MATLAB.

### Presentation of the main material

An example is the desired trajectory of a closed system with a PID-controller and a third-order object (Fig. 1).

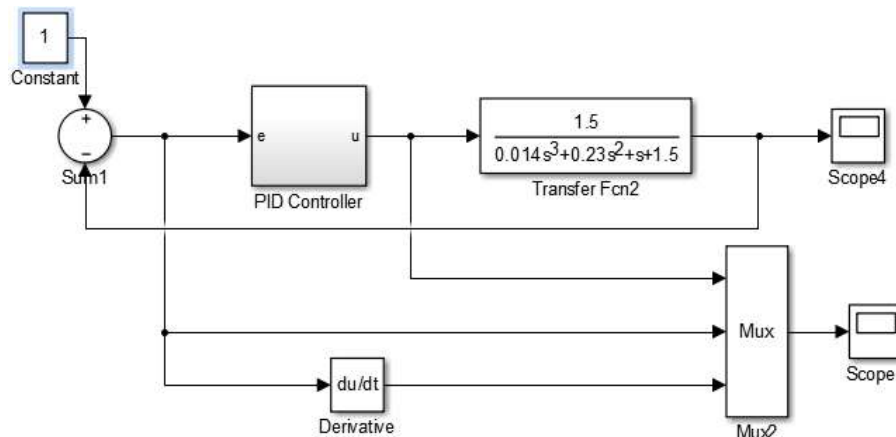


Fig. 1. System with negative feedback and PID-controller

The mathematical model of the system with the PID-controller is researched in terms of transitional processes by "error," "derivative error" and "output" when the task signal jumps and with the constant parameters of the control object (Fig. 2).

Fig. 2 shows transition processes in the system by "error," "derivative error" and "output" (top curve) when the input signal jumps and at the constant parameters of the control object.



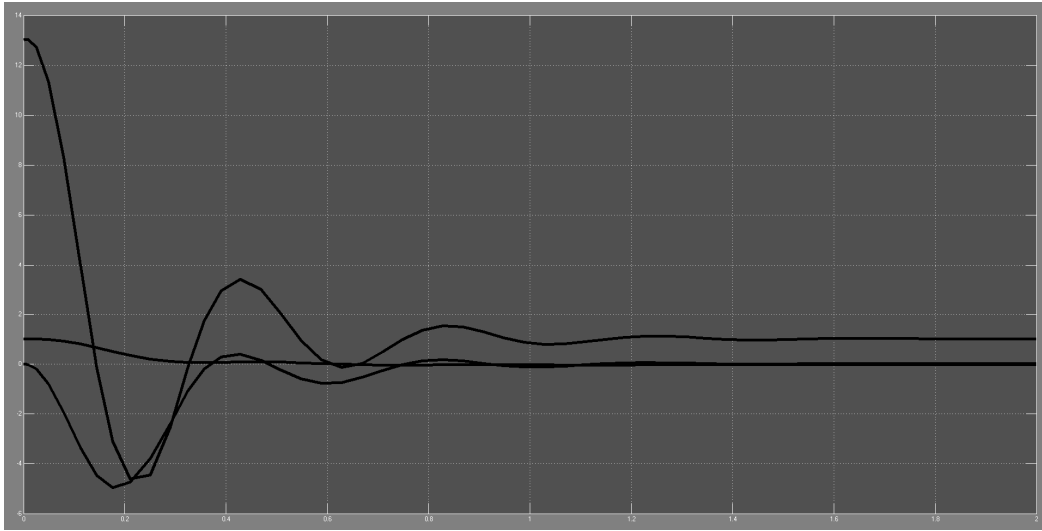


Fig. 2. Transitional processes of the measurable values of input-output of a controller

The fuzzy adaptive PID controller consists of a linear PID controller described by the ratio of

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de}{dt} \quad (1)$$

and a fuzzy adaptation block proportional to  $K_p$ , integral  $K_i$  and differential  $K_d$  coefficients, that contains input fuzzification operations (error  $e = y_0 - y$  and its speed  $de/dt$ ), fuzzy rules, fuzzy output and defuzzification operation of three outputs, those are definitions and refinements  $K_p, K_i, K_d$ . Variables  $e$  and  $e' = de/dt$  vary in a range  $[-3, 3]$ , coefficients:  $K_p$  — in range  $[-0.3, 0.3]$ ;  $K_i$  — in range  $[-0.06, 0.06]$  and accept 7 linguistic values NB, NM, NS, Z, PS, PM, PB (Negative Big, Negative Medium, Negative Small, Zero approaching zero, Positive Small, Positive Medium, Positive Big).

#### **Internal structure of a fuzzy adaptation module**

The main steps of building fuzzy rule groups connecting the error  $e$  and its derivative  $e'$  with three coefficients  $K_p, K_i, K_d$  [1]: 1) if  $e$  is relatively high, then it should be decreased by increasing  $K_p$  and decreasing  $K_d$ , as well as decreasing the impact of the integral; 2) if  $e$  and  $e'$  are acceptable  $K_p$  should be decreased until a certain necessary value that would decrease the amounts of re-adjustment and overall influence on the system is reached; 3) If  $e$  is very small,  $K_p$  and  $K_i$  should be increased, to introduce higher stability to the system  $K_d$  should be changed so, that any jittering is avoided in the system. if  $e$  is too low, we're increasing  $K_d$ , if  $e'$  is too high, we decrease  $K_d$ .

Bases of production rules for coefficients  $K_p, K_i, K_d$  are demonstrated in tabl. 1—3. Fuzzy knowledge base rules, with which the proportional coefficient  $K_p$ , is refined, the integral coefficient  $K_i$ , the differential coefficient  $K_d$  are written in the form

$$R_p^1 : \text{if } e \text{ is NB, } e' \text{ is NB, then } K_p \text{ is PB, } K_i \text{ is PS, } K_d \text{ is NB,}$$

$$R_p^{49} : \text{if } e \text{ is PB, } e' \text{ is PB, then } K_p \text{ есть NB, } K_i \text{ есть PB, } K_d \text{ есть PB.}$$

Table 1. Base of production rules of coefficient  $K_p$ 

$e$ $de/dt$	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
NB	PB	PB	PM	PM	PS	Z	Z
NM	PB	PB	PM	PS	PS	Z	NS
NS	PM	PM	PM	PS	Z	NS	NS
Z	PM	PM	PS	Z	NS	NM	NM
PS	PS	PS	Z	NS	NS	NM	NM
PM	PS	Z	NS	NM	NM	NM	NB
PB	Z	Z	NM	NM	NM	NB	NB

Table 2. Base of production rules of coefficient  $K_i$ 

$e$ $de/dt$	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
NB	PS	NS	NB	NB	NB	NM	PS
NM	PS	NS	NB	NM	NM	NS	Z
NS	Z	NS	NM	NM	NS	NS	Z
Z	Z	NS	NS	NS	NS	NS	Z
PS	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z
PM	PB	NS	PS	PS	PS	PS	PB
PB	PB	PM	PM	PS	PS	PS	PB

Table 3. Base of production rules of coefficient  $K_d$ 

And $the/dt$	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
NB	NB	NB	NM	NM	NS	Z	Z
NM	NB	NB	NM	NS	NS	Z	Z
NS	NB	NM	NS	NS	Z	PS	PS
Z	NM	NM	NS	Z	PS	PM	PM
PS	NM	NS	Z	PS	PS	PM	PB
PM	Z	Z	PS	PS	PM	PB	PB
PB	Z	Z	PS	PM	PM	PB	PB

The rule base was built in the FIS-editor with a fuzzy conclusion on the Mamdani algorithm (Fig. 3).

Closed loop control system in dynamic mode package in a Simulink MATLAB window, containing the fuzzy PID-controller adapter block, as well as a control object with the transfer function (Fig. 1), is shown in Fig. 4. Initial values of the coefficients are  $K_e = 1, K_{de} = 1, K_{p0} = 1, K_{i0} = 1, K_{d0} = 1, K_e = 1$ .

The structure of the PID-controller, presented in fig. 5. To set up a fuzzy PID regulator to optimize and improve the quality of the transition process, you can use the Response Optimization block by triggering the Check Step Response Characteristics optimization window, which sets the necessary parameters to be automatically configured.

In the process of optimizing the "Response Optimization Options" window, you can install and use several search algorithms in succession. Once the optimization is complete, the "Design Optimization" window displays a schedule of the optimal transition process.

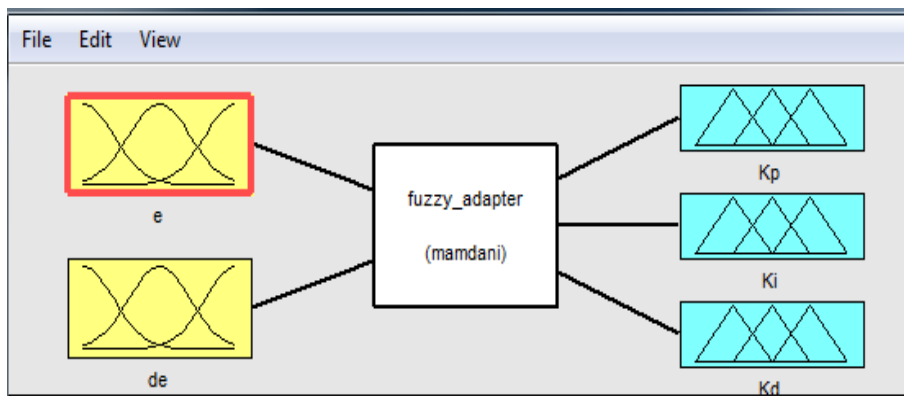


Fig. 3. Upper part of the FIS-editor window

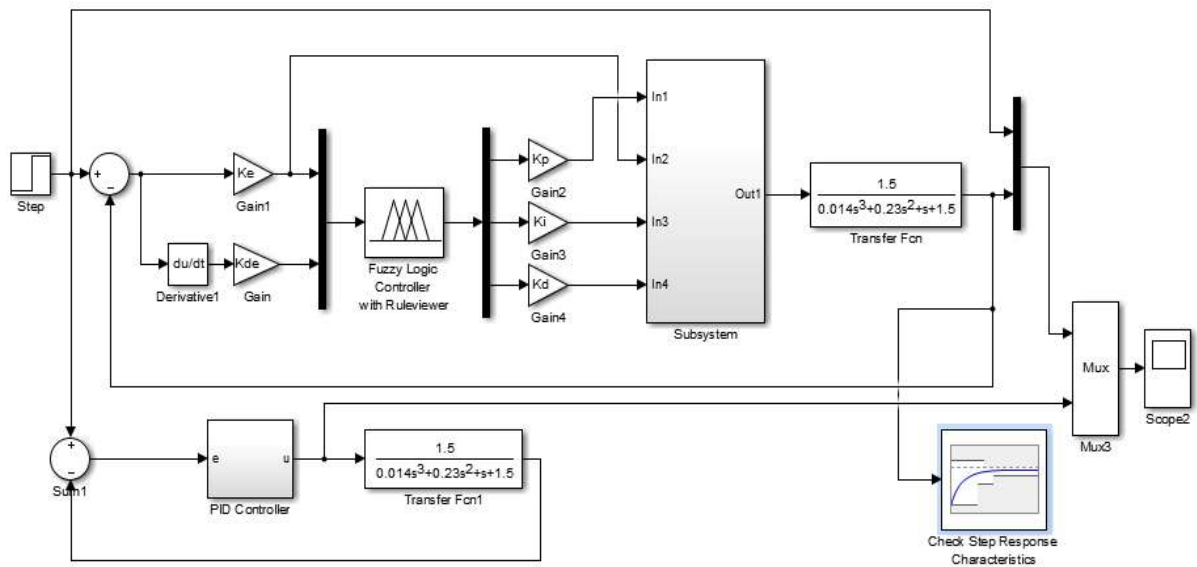


Fig. 4. A system with fuzzy adaptive PID-management and PID-Controller

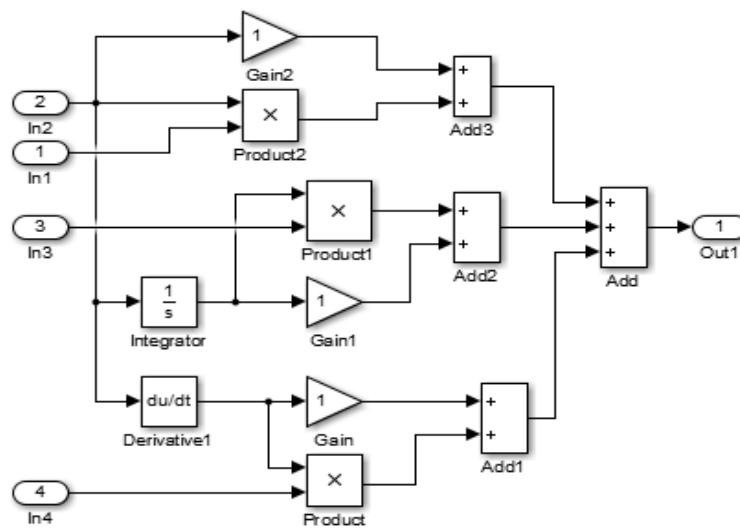


Fig. 5. Customized PID-regulator scheme

### Neural controller design

The work [6] describes three neurocontrollers: NN Predictive Controller; a controller based on the autoregression model with a moving average NARMA — L2 Controller; Model Reference Controller effective controller is the NN Predictive Controller. The regulator uses a model of a non-linear controlled object in the form of a neural network in order to predict its future behavior. The regulator calculates a control signal that optimizes the volume's behavior at a given time interval. The design of the neurocontroller consists of two stages: the stage of identification of a managed object and the stage of synthesis of the control law. During the identification phase, a model of a controlled object in the form of a neural network is developed, which is used for the synthesis of the regulator at the synthesis stage.

Synthesis of the NN Prediction Controller neurocontroller uses files placed in the toolbox/nnet/ncontrol catalog of toolbox/nnet ncontrol the SIMULINK system, which can be broken down into three groups: one-dimensional optimization functions, SIMULINK models, auxiliary functions: Sfunxy2 — a function for output of graphs; Nncontrolutil is a support that enables private functions from the SIMULINK system to be accessed; Nnident.m is a feature used in identifying an object in the private catalog that provides a GUI, a learning sample, and network creation and training.

On fig. 6 shows the structural circuit of the neural network system along with the fuzzy adaptive and classic PID-regulator developed by SIMULINK. This structure includes a controllable process unit and a NN Predictive Controller unit, as well as reference step signal generation units. The NN Predictive Controller is activated by the double click of the left mouse button.

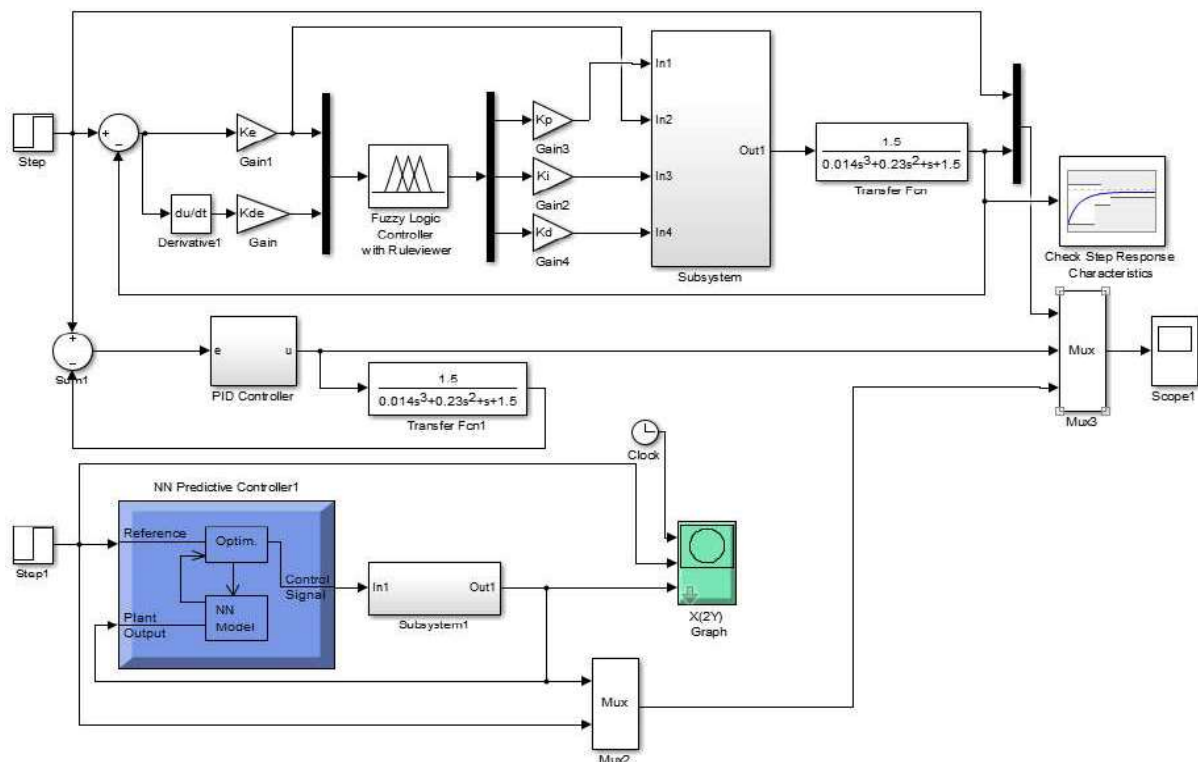


Fig. 6. With a tink-black circuit of a fuzzy adaptive PID-regulator, a neural network regulator and the classic PID-regulator

After the appearance of the user GUI window — Neural Network Predictive Control and set the controller parameters. E. build his neusse-modern model using the plant Identification special procedure.

The identification procedure requires the task of the following parameters: the size of the hidden layer of the detected neurons, the tact of discreteness in seconds, the number of lag elements at

the entrance and exit of the model, the length of the training sequence (the number of points of removal of information), the maximum and minimum values of the input signal, the maximum and minimum values of the output signal.

This window is versatile and can be used to build neural network models for any dynamic object that is described by the Simulink model. In our case, it is a non-linear dynamic model of the third order. n Epochs n function With the Browse button, you can choose any model available. If the model should be used to set up the controller, it should be created before the controller is calculated. You may also need to create a new model of the object if the designed controller is not functioning well.

Choosing the Generate Training Data procedure will result in the launch of a training sequence generation program at 1600 c for the model under study. The program generates training data by impacting a number of random step signals on the Simulink managed process model.

When the training sequence is finished, it is suggested either to accept the data generated (Accept Data) or to abandon it (Reject Data). If the data is accepted, the app returns to the Plant Identification window. Training of the neural network model will begin. After completing the training, the results are displayed on the graphs, where the results are built accordingly on the training and control set.

The current state is marked in the Plant Identification window by "training is complete." You can generate or import new data, continue learning, or save results by selecting OK or Apply buttons. As a result, the parameters of the neural network model of the managed process will be introduced into the NN Predictive Controller block of the Simulink system.

Then they return to the Neural Network Predictive Controller window and set optimization parameters: Gost Horizon is the upper limit in the quality indicator(Nz7, the lower limit is fixed and is 1), the upper clog limit when assessing control power (NNq2), the weight factor for the control power component (z0.05), the one-dimensional search option, setting the threshold for quality reduction (), choosing the one-dimensional search procedure (the csrhbac procedure was chosen — the search with reverse run), the number of iterations per 1 tact of the discrete is equal2.  $\alpha = 0.001$  Introduce the regulator's parameters into the NN Predictive Controller block by pressing the OK or Apply buttons and start modeling by selecting the Start option from the Simulation menu.

From fig. 7 It can be seen that the output of the system control facility with fuzzy adaptive PID control and neurocontroller has less overregulation and the number of fluctuations, i.e. the quality of regulation.

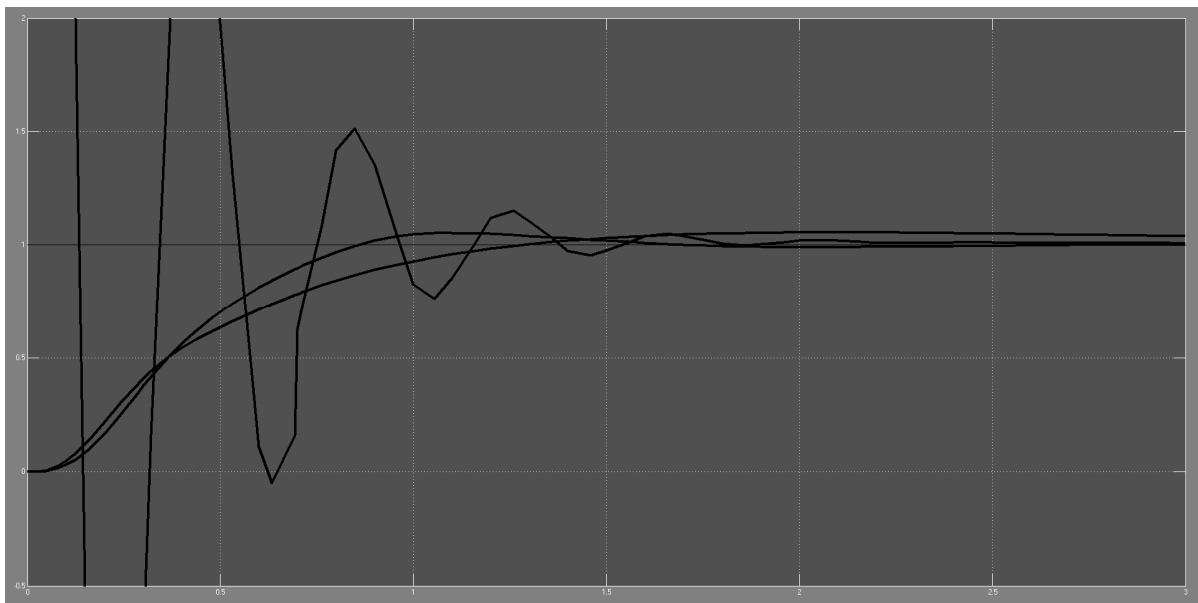


Fig. 7. Transitional processes of output with PID, adaptive fuzzy and neural controller

### Conclusion

This work considers issues of constructing and adjusting a fuzzy adaptive PID-controller, consisting of a block of fuzzy adaptation of fuzzy coefficients of the linear PID-controller, as well as a neurocontroller with prediction. As the results of the simulation showed, at the constant parameters of the object of regulation of the system with fuzzy regulators and neurocontrollers have the best dynamic indicators compared to classical systems. At the same time, both in the classical and in the system with a fuzzy regulator, the time of reaching the output of a given value is about the same.

### References

- [1] Pashchenko F. F., Pashchenko A. F., Durgaryan I.S., Kudinov Y.I., & Kelina A.Y. (2015). On Neuro-Fuzzy Prediction in Matlab. IEEE (ICEA).10-th Conference Industrial Electronics and Applications. Auckland, New Zeland. 1539–1542.
- [2] Karpovich D.S., & Shumsky A. N. (2017). Synthesis of control system with fuzzy control and noise in the input. Process modeling and management in technical systems. WORKS BGTU, 3, 52–57.
- [3] Kuznetsov B.I., Vasilets T. E., & Bartholomew A. A. (2008). Synthesis of the neurocontroller with prediction for the two-mass electromechanical system. Elektrotechnika, (20(3)), 27–32.
- [4] Jin J., Huang H., Sun J., & Pang. Y. (2013). Study on Fuzzy Self-Adaptive PID Control System of Biomass Boiler Drum Water. Journal of Sustainable Bioenergy Systems, 3, 93–98.
- [5] Kudinov Y.I., & Kelina A. Y. Simplified method of determining the parameters of fuzzy PID-regulators. Mechatronics, automation, management, 1, 12–22.
- [6] Medvedev V.S., & Potemkin V.G. (2002). Neural networks. MATLAB 6. Under the general. Ed. Ph.D. V.G. Potemkin. M.: DIALOG-MIFI.

## НЕЧІТКЕ МОДЕЛЮВАННЯ В СИСТЕМАХ УПРАВЛІННЯ

Дранишников Л.В.

### Реферат

Застосування лінійних пропорційно-інтегрально-диференціальних (ПІД) регуляторів у системах управління нелінійними об'єктами найчастіше призводить до низької якості процесу регулювання, що характеризується великими значеннями перерегулювання, статичною помилкою та/або часом перехідного процесу.

Системи управління характеризуються, як правило, нелінійними залежностями, складною для моделювання динамікою, наявністю неконтрольованих шумів та перешкод. Класична теорія управління базуються на ідеї лінеаризації систем. Тому найефективнішою є розробка систем управління на основі адаптивного підходу у поєднанні з методами теорії штучних нейронних мереж та нечіткої логіки.

Регулятори, побудовані з урахуванням цієї інноваційної концепції, часом здатні забезпечити вищі показники якості перехідних процесів проти класичними регуляторами. Застосовуючи технологію синтезу нечітких алгоритмів управління, технологію побудови нейронних мереж можна провести оптимізацію складних контурів регулювання без проведення всебічних математичних досліджень.

У роботі сформульовано методику синтезу системи управління на основі теорії нечітких множин. Наведено результати імітаційного моделювання системи з нечітким логічним контролером та нейроконтролером. При побудові моделей та бази правил були використані засоби MATLAB — Simulink, Fuzzy Logic Toolbox.

Результати моделювання показали, що з постійних параметрах об'єкта регулювання системи з нечіткими регуляторами і нейроконтролером мають кращі динамічні показники проти

класичними системами. Запропоновано метод нечіткої адаптації параметрів налаштування регулятора.

На підставі отриманих результатів моделювання обрано раціональні алгоритми управління для нечіткого регулятора з шумом у вхідному каналі. Виконано аналіз роботи нечіткого регулятора. Розглянуто основні процеси, що відбуваються у нечіткому висновку у нечітких системах управління.

### Література

1. Pashchenko F.F., Pashchenko A.F., Durgaryan I.S., Kudinov Y.I., Kelina A.Y. On Neuro-Fuzzy Prediction in Matlab. IEEE (ICEA).10-th Conference Industrial Electronics and Applications. – Auckland, New Zeland. 2015. P. 1539–1542.
2. Карпович Д.С., Шумский А.Н. Синтез системы управления с нечетким регулятором и шумом во входном канале. Моделирование процессов и управление в технических системах. Труды БГТУ., Серия 3. 2017. С. 52–57.
3. Кузнецов Б.И., Василец Т.Е., Варфоломеев А.А. Синтез нейроконтроллера с предсказанием для двухмассовой электромеханической системы. Електротехніка і електромеханіка. 2008. № 3. С. 27–32.
4. Jin J., Huang H., Sun J., Pang Y. Study on Fuzzy Self-Adaptive PID Control System of Biomass Boiler Drum Water. Journal of Sustainable Bioenergy Systems. 2013. V. 3. P. 93–98.
5. Кудинов Ю.И., Келина А.Ю. Упрощенный метод определения параметров нечетких ПИД-регуляторов. Мехатроника, автоматизация, управление. 2013. № 1. С. 12–22.
6. Медведев В.С., Потемкин В.Г. Нейронные сети. MATLAB 6. Под общ. ред. к.т.н. В.Г. Потемкина. М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2002. 496 с.

DOI: 10.31319/2519-8106.1(46)2022.258342

UDK 519.22

**V. Lytvynenko**, Ph. D., Associate Professor

**S. Marchenko**, Ph. D., Associate Professor

**O. Syanov**, Doctor of Technical Sciences, Professor

Dnipro State Technical University, Kamianske

## STATISTICAL METHODS OF PROCESSING MEASUREMENT DATA ON MEASUREMENT INSTRUMENTS

*The article investigates the application of methods of mathematical statistics in the processing of data on parametric failures of measuring instruments (MI). Calculations and comparative analysis of the method of maximum likelihood and the method of least squares in estimating the parameters and confidence intervals of the functions of the distribution of probability of failure. An expert approach to estimating the parameters of the failure model based on statistical data is proposed.*

**Keywords:** diffusion distributions, models of failures of measuring instruments, method of maximum likelihood, method of least squares.

*В статті досліджено застосування методів математичної статистики при обробці даних про параметричні відмови засобів вимірювань (ЗВ). Проведені розрахунки і порівняльний аналіз методу максимальної правдоподібності і методу найменших квадратів при оцінці параметрів і довірочних інтервалів функцій розподілу ймовірностей виникнення відмов. Запропонований експертний підхід оцінювання параметрів моделі відмов на основі статистичних даних.*

**Ключові слова:** дифузійні розподіли, моделі відмов засобів вимірювань, метод максимальної правдоподібності, метод найменших квадратів.

### Problem's formulation

The practice of using measuring instruments for various purposes has shown that without the installation and conduct of special work to ensure metrological reliability, which is determined by hidden failures, such devices are not effective enough. The peculiarity of hidden (parametric) failures in MI is the hidden nature of their appearance. Probabilistic-physical (diffusion) models of failures are used to mathematically describe the process of hidden failures. Therefore, the task of estimating the parameters of diffusion distributions on the basis of failure statistics in the process of MI operation is relevant.

### Analysis of recent research and publications

The analysis of the results of Monte Carlo modeling of samples from different types of empirical distributions of object developments conducted in [1] shows that for qualitative approximation of failure statistics it is expedient to use DM (diffusion-monotone) and DN (diffusion-nonmonotonic) distributions. In this work, simulations were performed and 1,200 samples with a volume of 100 values of up to (on) failure were processed and a number of statistical tests were performed. As theoretical models of the distribution functions of the failure time were adopted: DM and DN-distribution functions, normal distribution (N), logarithmically normal (LN), Weibull (W). Distribution parameters are evaluated as sample unbiased estimates  $\mu$  and  $\nu$  for the case of the full test plan (NUN) [1].

As we can see, the efficiency of diffusion models is confirmed by the results of statistical modeling. Unfortunately, in real operating conditions, the specialists of the metrological service do not always have a sufficient amount and different origin of information on failure statistics. In this case, the main advantage of DM and DN-models is to take into account a priori information and the nature of the random diffusion process, which leads to the parameter exceeding the allowable limits.

### Formulation of the study purpose

The purpose of the work is to study the methods of processing statistical data on metrological failures of measuring instruments and to develop methods for estimating the parameters of diffusion laws of distribution of failures based on the results of controlled operation.



### Presenting main material

For research we will use statistical data on failures of induction single-phase electricity meters. The term of verification of such electricity meters according to passport data is 16 years, and operation is at least 30 years (for some models at least 40 years). The source of information on the operational characteristics of the MI is the data obtained from the results of controlled operation. Picture 1 shows the points of the empirical distribution function according to the data of controlled operation (NУр plan) of two similar groups of MI. The calculation of ordinal statistics and the corresponding values of the distribution function were performed by the Johnson method. Since the results of data processing of controlled operation of devices during the first 13 years coincide well, and then the data for the calculation of the distribution function are missing in the future we will consider only the first group of devices.

Using the statistics of failures of induction single-phase electricity meters from a sample of  $n = 60$  ( $m = 22$  — refused,  $s = 38$  — not refused) we estimate the parameters of diffusion models of metrological failures by the method of maximum likelihood (MML) and compare with the results obtained for Weibull's law.

For a truncated and censored sample  $n$ , the plausibility function in the case of diffusion distributions takes the form

$$L = \prod_{i=1}^m f(\tau_i) \cdot \prod_{j=1}^s [1 - F(t_j)], \quad (1)$$

where  $f(\tau)$  — the density of the distribution of operating time to failure, and  $F(t)$  — the distribution of the time of failure-free operation (values  $\tau_i$  and  $t_j$  are given in Annex B, Table B.1). The vector of parameters of diffusion distributions  $\Theta = [\mu, \nu]$  at which the function  $L(X, \Theta)$ , or  $\ln L(X, \Theta)$  reaches the point of local optimum (maximum) is the most plausible estimate of the parameters of the theoretical distribution ( $X$  -matrix of random values of developments).

To obtain a numerical solution of the equation  $\frac{\partial L(X, \Theta)}{\partial \Theta} = 0$ , we use the following method.

To find the maximum  $L(X, \Theta)$  using the optimization procedures of the Matlab package, we find the minimum of the likelihood function with the opposite sign ( $-L(X, \Theta)$ ). The search for the minimum was performed using an algorithm that implements the simplex Nelder-Mead method (does not require gradient calculation).

The result of the calculation for the case of DM-distribution showed that the iteration process coincides with the accuracy of the argument of the equal function  $10^{-9}$ . The number of estimates of the objective function — 153, the number of iterations — 75. The most plausible estimates of the parameters  $\tilde{\mu} = 22,0915$  and  $\tilde{\nu} = 0,7630$ . To verify the results of the calculation, we construct the surface (three-dimensional model) of the plausibility function  $Z(\nu, \mu)$  and its projection on the plane of values  $XY = (\nu, \mu)$  (Fig. 1).

For convenience of calculation we will round off values of parameter of scale to tenths  $\mu = 22,1$ , and parameter of form to hundredths  $\nu = 0,76$  (in fig. 2 designations  $\mu = \mu$  and  $\nu = \nu$ ) and we will present their vector-line  $m = [22,1; 0.76]$ . We will change the value  $\mu$  in the range  $[15; 34]$  with a step of 0.1, and  $\nu = 0.1 \dots 2$  with a step of 0,01.

First, we calculate the values of the elements of the matrix  $L$ , which are equal  $L_{i,j} = L(\mu_i, \nu_j, \tau, t)$  to  $i = j = 1..191$ . The result will be a surface matrix of the likelihood function, which is calculated as the ratio  $Z = L(\mu_i, \nu_j, \tau, t) / L(m, \tau, t)$ . As can be seen from fig. 1  $Z = 1$  at a point with coordinates  $X = \nu = 0,76$  and  $Y = \mu = 22,1$  which confirms the reliability of the calculation of estimates of the parameters of the DM-distribution.

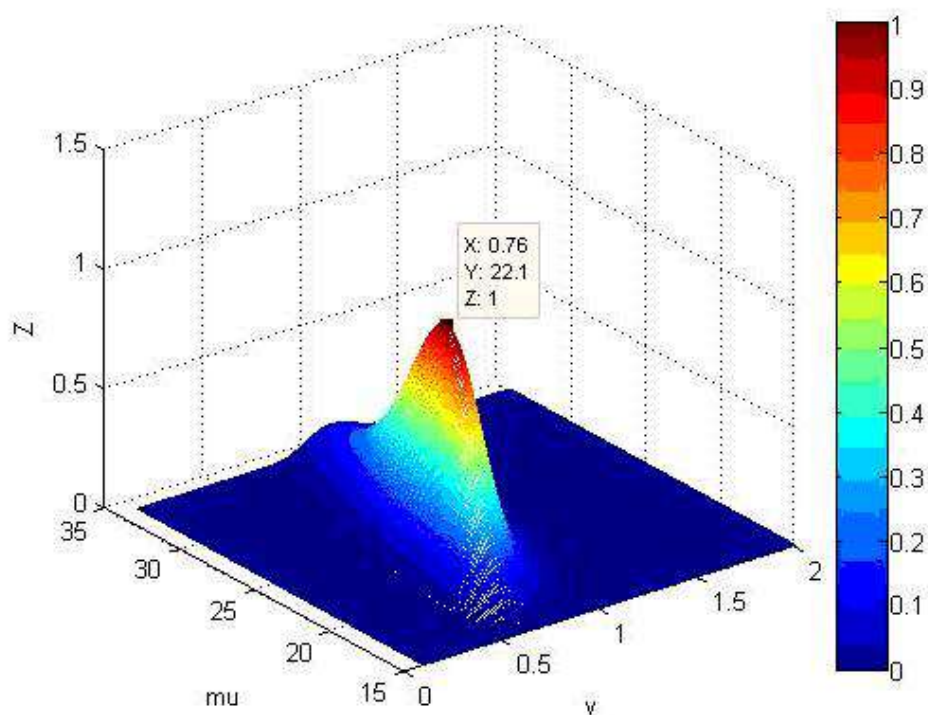


Fig. 1. Graph of the surface of the likelihood function  $Z(v, \mu)$

The interval estimation of the DM-distribution parameters according to the NUr test plan for the lower and upper confidence limits of the parameters  $\mu_H$ ,  $v_H$  and  $\mu_B$ ,  $v_B$  accordingly, is calculated using the expressions given in [1—2]

$$\mu_H = \tilde{\mu} \left[ 1 + \frac{\tilde{v}^2 U_q}{2m} - \frac{\tilde{v} U_q}{2\sqrt{m}} \sqrt{4 + \tilde{v}^2 U_q / m} \right]; \quad (2)$$

$$v_H = \tilde{v} \left[ 1 + \frac{(1 + 2\tilde{v}^2) U_q^2}{4m} - \frac{U_q}{4m} \sqrt{[8m + (1 + 2\tilde{v}^2) U_q^2] (1 + 2\tilde{v}^2)} \right]; \quad (3)$$

$$\mu_B = \tilde{\mu} \left[ 1 + \frac{\tilde{v}^2 U_q}{2m} + \frac{\tilde{v} U_q}{2\sqrt{m}} \sqrt{4 + \tilde{v}^2 U_q / m} \right]; \quad (4)$$

$$v_B = \tilde{v} \left[ 1 + \frac{(1 + 2\tilde{v}^2) U_q^2}{4m} + \frac{U_q}{4m} \sqrt{[8m + (1 + 2\tilde{v}^2) U_q^2] (1 + 2\tilde{v}^2)} \right], \quad (5)$$

where  $q$  — is the reliability of the estimate,  $v$  — the number of recorded failures (in this example  $m = 22$ ),  $U_q$  — the value of the quantile of the normalized normal distribution.

Tabl. 1 presents the calculations of the values of the confidence limits for the values of the parameters of the scale  $\mu$  and  $v$  in the case of DM-distribution for a number of values of reliability  $q$ . To compare the diffusion distributions of failures, similar calculations were performed under the assumption of the law DN-distribution of the occurrence of metrological failure (tabl. 2).

Estimation of the DN-distribution parameters by the MML method gave the following values:  $\tilde{\mu} = 30,1752$  and  $\tilde{v} = 0,8644$ . It should be noted that the sample weighted estimates of the estimated parameters are  $\tilde{\mu}_3 = 20,8675$  and  $\tilde{v}_3 = 0,5046$  and belong to the confidence interval for the parameters of DM and DN-distributions at specified values of reliability  $q$  [3—4].

Table 1. Confidence limits for DM-distribution functions

$q$	$DM$	
0,95	$\mu \in [16,9182; 28,8467]$	$\nu \in [0,5308; 1,0967]$
0,99	$\mu \in [15,1667; 32,1801]$	$\nu \in [0,4580; 1,2710]$
0,999	$\mu \in [13,4317; 36,3344]$	$\nu \in [0,3894; 1,4951]$
0,9999	$\mu \in [12,1713; 40,0971]$	$\nu \in [0,3418; 1,7033]$

Table 2. Confidence limits for DN-distribution functions

$q$	$DN$	
0,95	$\mu \in [22,3095; 40,8142]$	$\nu \in [0,5857; 1,2757]$
0,99	$\mu \in [19,7189; 46,1762]$	$\nu \in [0,5002; 1,4937]$
0,999	$\mu \in [17,2001; 52,9381]$	$\nu \in [0,4207; 1,7761]$
0,9999	$\mu \in [15,4004; 59,1245]$	$\nu \in [0,3662; 2,0404]$

Consider another example of processing and analyzing data on failures of electricity meters. In this case, the number of failures  $r_j$  in the group  $N_j$  with MI in the interval is known  $[0; T_j]$ .

The authors of this monograph propose to calculate the values of the empirical distribution function by the formula  $F_i = 1 - e^{-\lambda_i}$ , where  $\lambda_i = \sum_{j=1}^i \frac{r_j}{N_j}$  the accumulated failure rate is, and to de-

termine the parameters of the theoretical model by the method of least squares. We will use this assessment approach to study the quality of the approximation of failure statistics using diffusion distributions.

The parameters of diffusion failure models are obtained using the least squares method (LSM) by minimizing the objective function of the form  $\Psi(\Theta) = \sum_{j=1}^k (F_2 - F_{DM}(t_j, \Theta)) \Rightarrow \min$ , where  $k$  —

number of options,  $F_2$  — the value of the empirical distribution function,  $\Theta = [\mu, \nu]$  — the parameters of the theoretical model  $F_{DM}$ . The problem of nonlinear programming was solved using numerical methods for optimizing the Matlab environment (modified simplex Nelder-Mead method). As a result, received  $\Theta = [11,5390, 0,4129]$ .

Based on the analysis of the obtained empirical distribution functions and the monotonic nature of random processes of change in time of metrological characteristics MI, it is shown that the DM distribution function better approximates empirical distribution functions based on different sources of statistical information compared to Weibull distribution results (Fig. 2).

Here is one of the possible options for expert evaluation of the parameters of the theoretical model of failures based on statistics of failures of controlled operation and data on the number of failures at a fixed point in time. For example, if the limits of the confidence interval for the parameters of the DM-failure model (truncated sample)  $\mu \in [13,4317; 36,3344]$  and  $\nu \in [0,4207; 1,7761]$  at  $q = 0,999$ , you can choose the parameters of the DM-distribution, which would belong to a given confidence interval and do not contradict the hypothesis in the selection of the theoretical function for data obtained on the basis of the accumulated failure rate. Checking the adequacy of the statistical model in the second case can be assessed using the Kolmogorov agreement criterion and calculations of graphs of distribution functions using a PC (non-parametric statistics method).

In our example, the parameters  $\mu = 13,4318$  and  $\nu = 0,3895$  are within the confidence interval and the selected theoretical model does not contradict the experimental data on the criterion of Kolmogorov's agreement at the level of significance  $\alpha = 0,05$ . The maximum difference between the empirical and theoretical distribution does not exceed 0,1884.

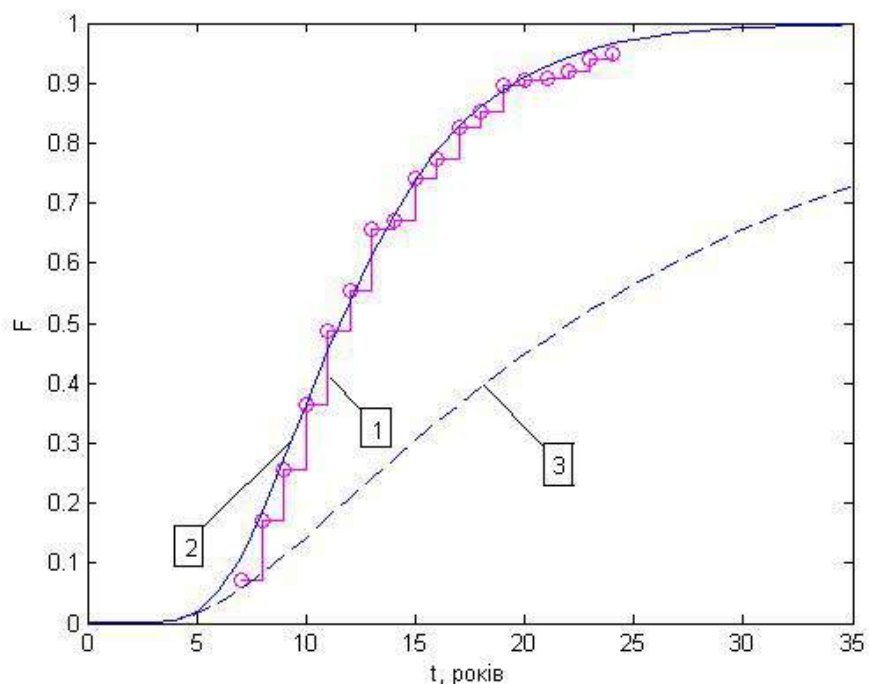


Fig. 2. Approximation of experimental data using DM-distribution: 1 — empirical function of distribution of failures; 2 — approximating curve of DM-distribution (estimation of function parameters was performed by MNC method); 3 — DM-distribution function (estimation of distribution parameters 3 was performed using the MML method)

### Conclusions

The conducted research allowed to choose and substantiate the methods of statistical processing of metrological failures of MI and to set the task of complex application of these methods. The proposed set of methods increases the reliability of the procedure for processing and analysis of failure statistics in assessing the reliability of MI. The methods of mathematical statistics developed in the work expand the results of similar studies of metrological reliability of MI in operation.

### References

- [1] Azarskov, V.N., & Strelnikov, V.P. (2004). *Nadyezhnost system upravleniia i avtomatiki* [Reliability of control systems and automation]. Kyiv: NAU [in Russian]
- [2] Strelnikov, V.P., & Egorov, S.V. (2008). *Isledovanie svoistv statistiki primeniaemoi dlia otsenki veroiatnosti bezotkaznoi raboty* [Investigation of the properties of statistics used to assess the probability of failure-free work]. *Matematychni mashyny i systemy — Mathematical machines and systems*, 3, 147–152 [in Russian]
- [3] Lytvynenko, V.A. (2013). *Analiz pokaznykiv nadiynosti sukupnosti zasobiv vymiriualnoi tekhniki v umovakh shyrokogo promysloвого zastosuvannia* [Analysis of reliability indicators of the set of measuring equipment in terms of wide industrial application]: *Extended abstract of candidate's thesis*. Kyiv: NTUU «KPI» [in Ukrainian]
- [4] Lytvynenko V.A. (2012). *Deiaki pytannia modeliuвання protsesy ekspluatatsii i metrologichnogo obslugovuvannia zasobiv vymiriualnoi tekhniki pry optymizatsii metrologichnogo kontroliu* [Some issues of modeling the process of operation and metrological maintenance of measuring equipment in the optimization of metrological control] *Matematychno modelyuvannia — Mathematical modeling*, 1, 70–75 [in Ukrainian]

## СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ОБРОБКИ ДАНИХ ПРО ВІДМОВИ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАНЬ

Литвиненко В.А., Марченко С.В., С'янов О.М.

### Реферат

Для математичного опису процесу виникнення прихованих відмов застосовують ймовірно-фізичні (дифузійні) моделі відмов. Тому актуальною є задача оцінка параметрів дифузійних розподілів на основі статистики відмов в процесі експлуатації ЗВ.

Мета дослідження полягає в розробці методу статистичної обробки даних папараметричних і раптових відмов. Особливість параметричних відмов полягає в прихованому характеру їх появи. Для математичного опису процесу виникнення прихованих відмов застосовують ймовірно-фізичні (дифузійні) моделі відмов. В роботі проведені розрахунки і порівняльний аналіз методу максимальної правдоподібності і методу найменших квадратів при оцінці параметрів і довірочних інтервалів функцій розподілу ймовірностей виникнення відмов. На основі аналізу отриманих емпіричних функцій розподілу та монотонний характер випадкових процесів зміни в часі метрологічних характеристик ЗВ показано, що функція ДМ-розподілу краще апроксимує емпіричні функції розподілу побудовані на основі різних джерел статистичної інформації в порівнянні з результатами отриманими для розподілу Вейбулла.

Запропонований набір методів підвищує достовірність процедури обробки і аналізу статистики відмов при оцінці показників надійності ЗВ. Розвинуті в роботі методи математичної статистики розширюють результати досліджень в області метрологічної надійності. Дані методи розроблені для спеціалістів метрологічних служб підприємств при виконанні спеціальних робіт по забезпеченню метрологічної надійності в складі автоматизованих систем.

### Література

1. Азарсков В.Н., Стрельников В.П. Надежность систем управления и автоматики : учеб. пособ. Киев : НАУ, 2004. 164 с.
2. Стрельников В.П., Егоров С.В. Исследование свойств статистики, применяемой для оценки вероятности безотказной работы. *Математичні машини і системи*. 2008. № 3. С. 147–152.
3. Литвиненко В.А. Аналіз показників надійності сукупності засобів вимірювальної техніки в умовах широкого промислового застосування: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.01.02. Київ, 2013. 20 с.
4. Литвиненко В.А. Деякі питання моделювання процесу експлуатації і метрологічного обслуговування засобів вимірювальної техніки при оптимізації метрологічного контролю. *Математичне моделювання*. 2012. Вип. 1(26). С. 70–75.

DOI: 10.31319/2519-8106.1(46)2022.258345

УДК 537.86

**М.О. Гнатюк**, к.ф.-м.н., доцент, uv5ekt@gmail.com, ORCID: 0000-0002-1455-5408

**І.С. Гаркавенко**, студент

**А.М. Кононенко**, студент

Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

## МАТРИЧНЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНОГО АЛГОРИТМУ МЕТОДУ ШВАРЦА ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ДИФРАКЦІЙНИХ ЗАДАЧ

*В роботі представлено подальший розвиток ітераційного методу Шварца та методу часткових перетинних областей для розв'язання задач дифракції електромагнітної хвилі у хвилеводних лініях передачі. Запропоновано числові алгоритми, які дозволили підвищити ефективність наведених математичних методів при розв'язанні дифракційних задач за рахунок підвищення їх швидкодії і спрощення процедури алгоритмізації. В якості результату наведено залежність часу чисельного розв'язання тестової задачі в залежності від початкових умов для різних варіантів розглянутих методів.*

**Ключові слова:** ітераційні методи, інтегральні рівняння, векторизація, дифракція.

*The further development of the Schwartz alternating method and the method of overlapping partial domains for solving the electromagnetic wave diffraction problems is presented in this paper. Numerical algorithms, which allow increasing the efficiency of presented mathematical methods by increasing their performance and simplifying the algorithmization procedure, are proposed. As a result, the dependence of the performance time for the different variants of the considered methods is presented.*

**Keywords:** iterative methods, integral equations, vectorization, diffraction.

### Постановка проблеми

Задача дослідження процесу дифракції електромагнітних хвиль методами математичного моделювання відноситься до граничних задач математичної фізики, оскільки призводить до необхідності розв'язування системи диференціальних рівнянь Максвелла, які задовольняють граничним умовам на межах областей [1]. В даний час розв'язування дифракційних задач класичної електродинаміки виконується як з використанням числових сіткових методів, наприклад, методу скінченних елементів і скінченних різниць [2—4], так і різноманітних чисельно-аналітичних методів [5].

При проектуванні та аналізі пристроїв надвисоких частот (НВЧ) часто використовують комерційні програми комп'ютерного моделювання [6, 7]. Такі програми реалізують універсальні числові методи і дозволяють розв'язувати широкий спектр електродинамічних задач, однак, навіть для сучасних ЕОМ процес чисельного моделювання вимагає значних витрат часу, а у відсутності хорошого початкового наближення, найчастіше, взагалі не дозволяють розв'язати поставлену задачу. Таким чином, розвиток чисельно-аналітичних методів аналізу хвилеводних пристроїв є актуальною задачею.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

В останній час увагу дослідників привертають такі методи розв'язання задач математичної фізики, які базуються на розбитті всієї області визначення функції на прості дотичні або перетинні області. Група таких методів отримала назву *domain decomposition methods* (DDM) [8—10]. Ці методи є перспективними з точки зору їх універсальності, а також потенційної їх можливості використання у паралельних обчисленнях [8].

В останнє десятиріччя для розв'язання задач електродинаміки надвисоких частот отримали свого подальшого розвитку перспективні методи з вказаної групи, а саме: ітераційний метод Шварца [11] і похідні від нього методи інтегральних рівнянь часткових перетинних областей (МЧПО) [12] та пронизуючої області (МПО) [13] з використанням апарату функцій Гріна.

В основі цих методів лежить прийом розбиття всієї складної області визначення поля на прості перетинні області, для яких функція Гріна відома або може бути легко побудована. Вихідна задача формулюється у вигляді інтегрального рівняння Фредгольма другого роду або їх системи відносно шуканих полів часткових областей, які розв'язуються ітераційними або проєкційними методами. Очевидними перевагами цих методів, у порівнянні з широко відомим методом часткових областей [14], є автоматичне врахування умов на ребрі та відсутність необхідності знаходження похідної невідомої функції на границях часткових областей [15].

#### Формулювання мети дослідження

У сучасній техніці НВЧ знаходять широке застосування складні хвильоводно-резонаторні системи. Для елементів конструкцій таких хвильоводних пристроїв характерною є стрибкоподібна зміна розмірів поперечного перерізу регулярного хвильоводу. Подібні переходи застосовуються при з'єднанні хвильоводів з різними поперечними розмірами, а також можуть розглядаються як складові частини більш складних пристроїв: фільтрів, перетворювачів типів хвиль, трансформаторів імпедансів і інших пристроїв [16].

У разі застосування методу Шварца до задач дифракції електромагнітної хвилі на східчастих неоднорідностях у хвильоводних пристроях, функції Гріна представляються у вигляді розкладання в нескінченний ряд за повною системою ортогональних власних функцій відповідної часткової області [17]. Чисельна реалізація такого підходу призводить до необхідності послідовного обчислення вкладених сум, кількість членів яких обмежується кінцевою величиною. Збільшення числа врахованих членів ряду призводить до підвищення точності та достовірності результатів, але в той же час, і до значного зростання часу рахунку, що в деяких випадках робить застосування методу Шварца та МЧПО недоцільним у порівнянні з іншими методами. Проте, сучасне програмне і апаратне забезпечення чисельних математичних розрахунків дозволяє [18] значно прискорити алгоритми розрахунків у разі представлення арифметичних операцій над скалярними величинами як операцій над векторами чи матрицями.

Метою даної роботи є подальший розвиток представлених вище методів, який дозволяє підвищити їх швидкодію і спростити алгоритмізацію за рахунок використання апаратних і програмних можливостей сучасної обчислювальної техніки.

#### Виклад основного матеріалу

Розглянемо застосування ітераційного методу Шварца та МЧПО на прикладі розв'язання тестової задачі дифракції електромагнітної хвилі на нескінченній фазованій антенній решітці (ФАР) з прямокутних хвильоводів, розміщених у вузлах прямокутної сітки.

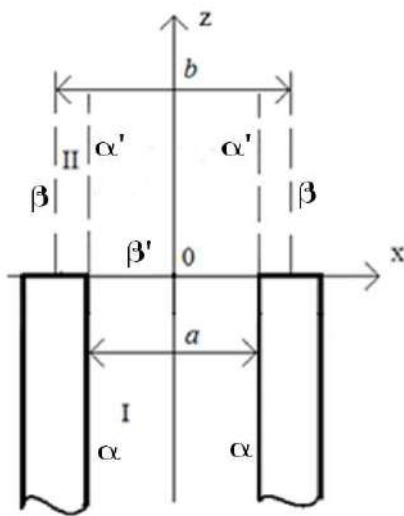


Рис. 1. Одинична комірка нескінченної фазованої решітки з плоскопаралельних хвильоводів

Користуючись моделлю нескінченної антенної решітки і теоремою Флоке [19, 20], обмежимося розглядом поля в межах тільки одного періоду антенної решітки (однієї комірки) і початкову задачу зведемо до задачі про стик двох хвильоводів: хвильоводу решітки та просторового хвильоводу, або комірки Флоке.

На рис. 1 зображено одиничну комірку решітки з хвильоводів, що збуджуються хвилями типу  $H_{10}$ . Вважаємо, що сканування здійснюється в  $H$ -площині і стінки хвильоводів, що перпендикулярні силовим лініям падаючого електричного поля, є нескінченно тонкими. Таким чином, задача стає одновимірною і скалярною [20]. При отриманні інтегральних рівнянь в якості невідомої функції будемо використовувати  $E_y$  компоненту поля, що задовольняє двовимірному рівнянню Гельмгольца, а також граничним умовам для тангенціальних складових вектора електричного поля на металевих стінках і умові випромінювання. Розв'язання цієї задачі методом Шварца полягає в зведенні дифе-

ренціального рівняння в часткових похідних до системи інтегральних рівнянь часткових перетинних областей, яка далі розв'язується методом послідовних наближень [21].

Розділимо всю область визначення поля в вибраній комірці на дві перетинні області (рис. 1). Область I ( $-a/2 \leq x \leq a/2$ ) представляє собою пласкопаралельний хвилевод, продовжений в нескінченність ( $-\infty \leq z \leq \infty$ ). Область II ( $-b/2 \leq x \leq b/2, 0 \leq z \leq \infty$ ) — область випромінювання. В області I при  $z \rightarrow -\infty$  збуджується хвиля  $H_{10}$  пласкопаралельного хвилеводу. Припустимо, що нам відомі функції Гріна областей I і II  $G^I, G^{II}$  [22]. В якості шуканої функції будемо використовувати поле першої області. Тоді, скориставшись другою формулою Гріна і врахувавши граничні умови, отримаємо інтегральне рівняння Фредгольма другого роду відносно поля першої області:

$$E^I(x, z) = E_{ex}(x, z) + \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} E^I(x'', 0) K(x, z; x'', 0) dx''; \quad (1)$$

$$K(x, z; x'', 0) = \sum_{q=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \varphi_q(x) \exp(j\gamma_q z) \psi_m^*(x'') C_{qm}. \quad (2)$$

$$C_{qm} = \sqrt{\frac{2}{ab}} \frac{-q\pi}{2a\gamma_q(\gamma_q + \Gamma_m)} \left[ \exp\left(-j \frac{aU_m}{2b}\right) - \exp\left(j \frac{aU_m}{2b}\right) \cos(q\pi) \right].$$

$$D_{mq_0} = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \varphi_{q_0}(x'') \psi_m^*(x'') dx''.$$

Тут  $E^I$  — невідома функція області I, значення якої шукається на границі  $\beta'$  (площина  $z = 0, -a/2 \leq x \leq a/2$ ),  $\varphi$  та  $\psi$  — власні функції пласкопаралельного і просторового хвилеводів,  $U_m$  — керуючий зсув фаз. Для області I змінні  $x$  та  $z$  є координатами точок спостереження, а  $x'$  та  $z'$  — точок джерел поля. Для області II:  $x'$  та  $z'$  — точки спостереження,  $x''$  та  $z''$  — точки джерел. На частині границі  $\alpha$ , що належить площині  $z \rightarrow -\infty$ , граничні значення визначаються полем падаючої хвилі типу  $H_{10}$ .

Розв'язання цього рівняння відносно невідомої функції  $E^I(x, z)$  в рівнянні (1) будемо знаходити у вигляді суми падаючої та відбитої хвиль:

$$E^I(x, z) = \varphi_1(x) \exp(-j\gamma_1 z) + \sum_{q=1}^{\infty} R_q \varphi_q(x) \exp(j\gamma_q z). \quad (3)$$

Для розв'язання рівняння (1) ітераційним методом підставимо представлення (3) у ліву частину (1), а у якості початкового наближення використаємо поле падаючої хвилі:

$$E_{ex}(x, z) = \varphi_1(x) \exp(-j\gamma_1 z). \quad (4)$$

Далі, скориставшись властивістю ортогональності [23] власних функцій пласкопаралельного хвилеводу  $\varphi_q$  [22], отримаємо значення коефіцієнта відбиття  $R_q^{<0>}$  хвилі  $H_{q0}$  по ітераціях. Наведемо нижче вирази для перших трьох ітерацій:

$$\begin{aligned} R_q^{<1>} &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{qm} D_{m1}; \\ R_{q_2}^{<2>} &= \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} C_{q_2 m_2} D_{m_2 1} + \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} \sum_{q_1=1}^{\infty} \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} C_{q_2 m_2} D_{m_2 q_1} C_{q_1 m_1} D_{m_1 1} = \\ &= R_{q_2}^{<1>} + \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} \sum_{q_1=1}^{\infty} \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} C_{q_2 m_2} D_{m_2 q_1} C_{q_1 m_1} D_{m_1 1}; \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
R_{q_3}^{(3)} &= \sum_{m_3=-\infty}^{\infty} C_{q_3 m_3} D_{m_3 1} + \sum_{m_3=-\infty}^{\infty} \sum_{q_2=1}^{\infty} \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} C_{q_3 m_3} D_{m_3 q_2} C_{q_2 m_2} D_{m_2 1} + \\
&+ \sum_{m_3=-\infty}^{\infty} \sum_{q_2=1}^{\infty} \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \sum_{q_1=1}^{\infty} C_{q_3 m_3} D_{m_3 q_2} C_{q_2 m_2} D_{m_2 q_1} C_{q_1 m_1} D_{m_1 1} = \\
&= R_{q_2}^{(2)} + \sum_{m_3=-\infty}^{\infty} \sum_{q_2=1}^{\infty} \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \sum_{q_1=1}^{\infty} C_{q_3 m_3} D_{m_3 q_2} C_{q_2 m_2} D_{m_2 q_1} C_{q_1 m_1} D_{m_1 1}.
\end{aligned}$$

Як видно з представлених виразів, значення коефіцієнту відбиття у ітерації  $i$ -порядку складається із його значення у ітерації  $(i-1)$  порядку із додаванням уточнюючого коефіцієнту. При цьому, із зростанням кількості ітерацій кількість вкладених сум збільшується на величину  $(2i-1)$ . Таким чином, даний числовий алгоритм не є оптимальним з точки зору універсальності і часу, що витрачається на обчислення.

Перетворимо ітераційну послідовність так, щоб значення коефіцієнту відбиття  $q$ -хвилі в ітерації  $i$ -порядку складалось із суми його значення у першій ітерації та уточнюючого коефіцієнту, який змінюється у кожній ітерації, при цьому отримаємо наступний рекурентний вираз:

$$R_q^{(i)} = R_q^{(1)} + \sum_{q_0=1}^Q \left[ \left( \sum_{m=-M}^M C_{qm} D_{mq_0} \right) \cdot R_{q_0}^{(i-1)} \right]. \quad (5)$$

Тут  $M$  і  $Q$  максимальне число врахованих типів хвиль в областях I і II. Введемо матрицю  $\mathbf{A}$  розміром  $Q \times Q$ , елементи якої визначаються як:

$$A_{qq_0} = \sum_{m=-M}^M C_{qm} D_{mq_0}.$$

Сума за індексами  $m$  у (5) може бути представлена як добуток матриці  $\mathbf{C}$  розміром  $q \times m$  на матрицю  $\mathbf{D}$  з розмірами  $m \times q_0$ . Представимо множину коефіцієнтів  $R_q$  у вигляді матриці-стовпця  $\mathbf{R}$ , а вираз (5) запишемо у вигляді наступного матричного рівняння:

$$\mathbf{R}^{(i)} = \mathbf{R}^{(1)} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{R}^{(i-1)}. \quad (6)$$

Рівняння (6) визначає значення матриці-стовпця  $\mathbf{R}$  в  $i$ -наближенні при його відомому наближенні  $(i-1)$  порядку. Розв'язавши дане рівняння методом послідовних наближень можна отримати величину коефіцієнта відбиття хвилі  $H_{10}$  в ітерації  $i$ -порядку, беручи в якості результату перший елемент матриці-стовпця  $\mathbf{R}$ .

Метод часткових перетинних областей (МЧПО) також використовує інтегральне рівняння (1), але береться до уваги, що ядро (2) інтегрального рівняння для даної задачі при врахуванні обмеженого числа типів хвиль є кінцевою сумою добутків лінійно незалежних функцій. Таким чином, ядро інтегрального рівняння є виродженим, що допускає отримання строгого розв'язку шляхом зведення його до кінцевої системи лінійних алгебраїчних рівнянь [21]. Розв'язок будемо знаходити у вигляді (3). Для цього, підставимо вираз (3) у ліву та праву частину рівняння (1). Тоді, скориставшись властивістю ортогональності функцій  $\varphi_q(x)$  і обмеживши кінцевою величиною число врахованих типів хвиль, перейдемо до наступної системи лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів відбиття  $R_q$ :

$$R_q - \sum_{j=1}^Q R_j \sum_{m=-M}^M C_{qm} D_{mj} = \sum_{m=-M}^M C_{qm} D_{m1}, \quad q=1, 2, \dots, Q. \quad (7)$$

Вкладена сума за індексами  $m$  представляється, як і раніше, у вигляді добутку матриці  $\mathbf{C}$  розміром  $q \times m$  на матрицю  $\mathbf{D}$  з розмірами  $m \times j$ .

Для розв'язання системи (7) введемо матрицю  $\mathbf{\Lambda}$  розміром  $q \times j$ , елементи якої визначаються як:

$$\Delta_{qj} = \delta_{qj} - \sum_{m=-M}^M C_{qm} D_{mj},$$

де  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера. Представивши  $R_q$  у вигляді матриці-стовпця  $\mathbf{R}$  систему рівнянь (7) можна записати у вигляді наступного матричного рівняння:

$$\mathbf{\Delta} \cdot \mathbf{R} = \mathbf{F}.$$

Розв'язання цієї системи рівнянь дозволяє отримати величину коефіцієнта відбиття хвилі типу  $H_{10}$ , яке знаходиться у першому елементі матриці-стовпця  $\mathbf{R}$ .

Для розглянутої дифракційної задачі були складені алгоритми чисельного розрахунку на ПЕОМ величини коефіцієнта відбиття падаючої хвилі в одиничній комірці ФАР із застосуванням методу Шварца і МЧПО. Для порівняння виграшу у швидкодії представленого підходу, числові алгоритми склалися як з використанням матричних арифметичних операцій, так і з використанням вкладених сум за індексами  $m$  та  $q$ . В ході розв'язання задачі фіксувався час, що витрачається на обчислення значення коефіцієнта відбиття падаючої хвилі  $H_{10}$  у хвилеводах при різній величині врахованих типів хвиль та кількості ітерацій при фіксованому значенні величини керуючого зсуву фаз.

Чисельні розрахунки виконувалися на ПЕОМ за допомогою ПЗ Octave 5.2.0 з конфігурацією CPU Intel Core i5-2500K 3,06 GHz, RAM DDR-III 8 Gb ОС Windows 7 SP1. Розрахунок виконувався для ФАР з параметрами  $b/\lambda = 0.5714$ ,  $b = a$ . В табл. 1 показаний середній час розрахунку величини коефіцієнту відбиття у хвилеводі ФАР для фіксованого значення керуючого зсуву фаз  $k \cdot b \cdot \sin\theta$  у діапазоні від 0 до  $1/(2b)$  для числового алгоритму, що використовує вкладені суми.

Таблиця 1. Час рахунку величини коефіцієнту відбиття методом Шварца з використанням вкладених сум

$i$	Час рахунку (с), для величини $M$							
	2	4	6	8	10	12	14	16
2	0.0046674	0.026002	0.076338	0.17034	0.35435	0.59403	1.0041	1.2561
4	0.012667	0.072337	0.31002	0.5037	1.0497	1.9624	2.5865	3.7002
6	0.020334	0.11901	0.37102	0.82571	1.7288	2.9905	4.4576	6.243
8	0.028669	0.16634	0.50703	1.1371	2.3941	4.0846	6.2454	8.6435
10	0.036335	0.21535	0.65237	1.4921	3.2545	5.2963	7.7658	11.226
12	0.045003	0.26435	0.80771	2.0244	3.9522	6.5944	9.5782	13.539
14	0.054337	0.31002	0.95139	2.2905	4.4953	7.6041	10.91	16.014
16	0.064004	0.36202	1.1127	2.8652	5.265	8.8615	12.657	19.581
18	0.070671	0.41136	1.2484	3.0675	5.8497	10.057	14.172	23.059
20	0.079337	0.45369	1.3937	3.4462	6.5954	11.44	15.778	25.633

В табл. 2 показаний середній час розрахунку величини коефіцієнту відбиття для аналогічної структури із застосуванням числового алгоритму, що використовує матричні операції. Як видно з наведених результатів, для алгоритму метода Шварца представлення ітераційної послідовності у вигляді матричного рівняння дозволяє суттєво зменшити час розрахунку величини коефіцієнта відбиття. Так, наприклад, при  $M = 16$  ( $Q = 2M + 1$ ) і кількості ітерацій  $i = 16$  запропонований підхід дозволяє обчислити величину коефіцієнта відбиття за час 0,389 секунди, в той час як алгоритм із застосуванням операцій вкладених сум дозволяє отримати результат за 19,581 секунд. При цьому, збільшення числа  $M$  в два рази збільшує час рахунку для запропонованого алгоритму в 4 рази, а для алгоритму із застосуванням вкладених сум — в 6 разів. Слід зазначити, що для запропонованого числового алгоритму кількість ітерацій слабо впливає на час рахунку, особливо при  $M > 2$ . Таким чином, при збільшенні числа врахованих типів хвиль переваги запропонованого підходу зростають.

Таблиця 2. Час рахунку величини коефіцієнту відбиття методом Шварца з використанням матричного представлення

$i$	Час рахунку (с), для величини $M$							
	2	4	6	8	10	12	14	16
2	0.0086006	0.027602	0.058203	0.099606	0.15241	0.22021	0.29782	0.38062
4	0.0086004	0.028602	0.058203	0.099606	0.15281	0.22261	0.29462	0.38182
6	0.0088006	0.030602	0.057803	0.10021	0.15361	0.22101	0.29482	0.39122
8	0.0080006	0.028002	0.059203	0.099406	0.15601	0.21441	0.29262	0.38622
10	0.0090004	0.028802	0.058203	0.10121	0.15461	0.22041	0.29702	0.38262
12	0.0092005	0.028602	0.060804	0.10081	0.15641	0.21561	0.29602	0.38782
14	0.0094004	0.028602	0.059003	0.10281	0.15421	0.22341	0.30022	0.38842
16	0.0098006	0.028201	0.060803	0.10241	0.15321	0.21681	0.29162	0.38902
18	0.0094006	0.029202	0.061204	0.10121	0.15701	0.21881	0.29202	0.38362
20	0.010001	0.028802	0.059603	0.10441	0.15701	0.22061	0.29722	0.38642

Для числових алгоритмів методу МЧПО перетворення у виразі (7) циклів підсумовування за індексами  $m$  в матричні операції для отримання матриці  $\Delta$  також дозволяє скоротити час рахунку, що показано у табл. 3.

Таблиця 3. Час рахунку для різних варіантів числового алгоритму МЧПО

Вид алгоритму	Час рахунку (с), для величини $M$							
	2	4	6	8	10	12	14	16
Матричні операції	0.0086	0.0262	0.0534	0.0934	0.1446	0.2082	0.2816	0.3760
Вкладені суми	0.0148	0.0458	0.1148	0.2294	0.3918	0.6304	0.9491	1.6449

З табл. 3 видно, що для МЧПО, як і для методу Шварца, збільшення числа врахованих типів хвиль в два рази призводить до збільшення часу рахунку у приблизно 4 рази для алгоритмів з використанням матричних операцій і приблизно 6 разів для алгоритмів з використанням вкладених циклів.

Доцільно провести оцінку впливу числа врахованих типів хвиль на точність результатів, отриманих розглянутими методами. У табл. 4 показані значення модуля і фази коефіцієнта відбиття при  $\sin\theta = 0.05$  для різних значень  $M$ , а також час рахунку цих значень при використанні запропонованих числових алгоритмів. Для методу Шварца кількість ітерацій, необхідна для отримання рішення з точністю  $10^{-5}$ , склала  $i = 15$ .

Таблиця 4. Дослідження збіжності за кількістю врахованих типів хвиль для різних методів

$M$	Метод Шварца			МЧПО		
	Модуль	Фаза (град.)	Час рахунку (с)	Модуль	Фаза (град.)	Час рахунку (с)
2	0.34005	156.23	0.0070	0.34005	156.23	0.0100
4	0.34464	155.70	0.0320	0.34464	155.71	0.0300
6	0.34587	155.65	0.0570	0.34587	155.65	0.0600
8	0.34637	155.66	0.0950	0.34637	155.66	0.1100
10	0.34662	155.68	0.1430	0.34662	155.68	0.1730
12	0.34676	155.70	0.2070	0.34676	155.70	0.2390
14	0.34685	155.72	0.2870	0.34685	155.72	0.3210
16	0.34691	155.73	0.3960	0.34691	155.73	0.4270
18	0.34695	155.74	0.4680	0.34695	155.74	0.4800
20	0.34698	155.75	0.5870	0.34698	155.76	0.5790
22	0.34701	155.76	0.7480	0.34700	155.76	0.7300

Продовження таблиці 4

24	0.34702	155.77	0.8681	0.34702	155.77	0.8951
26	0.34704	155.78	1.1811	0.34704	155.78	1.0061
28	0.34705	155.79	1.2801	0.34705	155.79	1.1801
30	0.34706	155.79	1.4541	0.34706	155.79	1.3391
32	0.34706	155.80	1.5671	0.34706	155.80	1.5351

З табл. 4 видно, що збільшення числа врахованих типів хвиль веде до покращення точності результатів. Час рахунку при цьому пропорційний величині  $M^2$ . Також, в ході чисельного експерименту було встановлено, що при досягненні певного значення подальше збільшення числа врахованих типів хвиль не призводить до підвищення точності результату. Таким чином, доцільно збільшувати число врахованих типів хвиль до тих пір, поки не будуть досягнуті задані вимоги по точності при збереженні прийняттого часу рахунку.

#### Висновки

1. В роботі виконано розвиток методу Шварца та МЧПО, який дозволив підвищити ефективність вказаних методів та спростити їх алгоритмізацію при розв'язанні задач дифракції електромагнітної хвилі на неоднорідностях у хвилеводних пристроях НВЧ.

2. Показано, що представлення ітераційної процедури методу Шварца і операцій із функціями Гріна у вигляді матричних арифметичних операцій дозволяє значно збільшити швидкість алгоритмів чисельного розрахунку для розглянутих методів.

#### Список використаної літератури

1. Свешников А. Г., Могилевский И. Е. Математические задачи теории дифракции: Учебное пособие. М.: Физический факультет МГУ, 2010. 196 с.
2. Deshpande M. D., Reddy C. J., Bailey M. C. Analysis of waveguide junction discontinuities and gaps using finite element method. *Electromagnetics*. 1998. Vol. 18. P. 81–97.
3. Moglie F., Rozzi T., Marozzi P. Wideband matching of waveguide discontinuities by FDTD methods. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 1994. Nov. Vol. 42, No. 11. P. 2093–2098.
4. Jin-fa-Lee, Palandech R., Mittra R. Modeling three-dimensional discontinuities in waveguides using nonorthogonal FDTD algorithm. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 1992. Feb. Vol. 40, No. 2. P. 346–352.
5. Patzelt H., Arndt F. Double-plane step in rectangular waveguides and their application for transformers irises and filters. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* 1982. May. Vol. MTT-30, No. 5. P. 771–776.
6. Swanson D. G., Wolfgang J., Hoefer R. *Microwave Circuit Modeling Using Electromagnetic Field Simulation*. London: Artech House Boston, 2003. 488 p.
7. Sadiku M. *Numerical Techniques in Electromagnetics*. Second edition. Boca Raton, FL: CRC Press, 2001. 750 p.
8. Baronian V., Dhia A. S. B. B., Fliss S., Tonnoir A. Iterative methods for scattering problems in isotropic or anisotropic elastic waveguides. *Wave Motion*. 2016. July. Vol. 64. P. 12–33, 2016.
9. Gander M. J., Zhang H. Optimized Schwarz methods with overlap for the Helmholtz equation. *Domain Decomposition Methods in Sci. and Eng.: proceedings of 21st international conference (Rennes, France, June 25-29, 2012)*. Springer, 2014. P. 207–215.
10. Collino F., Ghameni S., Joly P. Domain decomposition method for harmonic wave propagation: a general presentation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2000. Apr. Vol. 184, Iss. 2–4. P. 171–211.
11. Gnatyuk M. A., Morozov V. M., Sjanov A. M. A Schwarz algorithm for three-dimensional diffraction problems. *Telecommunications and Radio Engineering*. 2015. Vol. 74, Issue 1. P. 1–8.

12. Гнатюк М. А., Морозов В. М., Марченко С. В. Дифракция электромагнитной волны на каскадном соединении прямоугольных волноводов. *Всеукраинский межведомственный научно-технический сборник Радиотехника*. Харьков, 2019. Вып.196. С. 130–137.
13. Марченко С. В., Морозов, В. М. Электродинамический расчет плоской волноводной ФАР методом пронизывающей области. *Вісті вищих учбових закладів. Радіоелектроніка*. 2009. Т.52(9), С. 41–47.
14. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов: Пер. с англ. А. И. Плиса, под ред. Г.В. Воскресенского. М.: Мир, 1974. 327 с.
15. Захарія Й. А. Методи прикладної електродинаміки: Навч. посібник. Львів: «Бескид Біт», 2003. 352 с.
16. Шаров Г. А. Волноводные устройства сантиметровых и миллиметровых волн. Москва: Горячая линия-Телеком, 2016. 639 с.
17. Прохода И.Г., Дмитрюк С. Г., Морозов В.М. Тензорные функции Грина и их приложения в электродинамике СВЧ. Днепропетровск: ДГУ, 1985. 64 с.
18. Boisvert Ronald F. Mathematical software: past, present, and future. *Mathematics and Computers in Simulation*. 2000. Vol. 54, No. 4–5. P. 227–241.
19. Воскресенский Д. И., Гостюхин В. Л., Максимов В. М., Пономарев Л. И. Устройства СВЧ и антенны: Учебное пособие. Москва: Радиотехника, 2006. 376 с.
20. Amitay N., Galindo V., Wu C. Theory and analysis of phased array antennas. New York: Wiley-Interscience, 1972. 461 p.
21. Kantorovich L. V., Krylov V. I. Approximate methods of higher analysis. New York: Wiley-Interscience, 1964. 705 p.
22. Morozov V. M., Gnatyuk M. A. Phased antenna array analysis with Schwartz alternating method. *Вісник Дніпропетровського університету. Серія «Фізика. Радіоелектроніка»*. Дніпропетровськ, 2015. Том 23. Вип. 22. С. 132–141.
23. Математика. Её содержание, методы и значение / редкол.: А. Д. Александров и др. Москва: изд. Академии наук СССР, 1956. Т. 3. 336 с.

### **THE MATRIX REPRESENTATION OF THE SCHWARTZ ALTERNATING METHOD FOR SOLVING DIFFRACTION PROBLEMS** **Gnatyuk M., Garkavenko I., Kononenko A.**

Methods for solving electromagnetic problems are traditionally divided into analytical, direct numerical and numerical-analytical methods. Analytical methods allow obtaining an exact solution of the problem with closed form equations, but are applicable only to a limited class of problems; direct numerical methods are universal with regard to a structure under consideration, but demand significant computational resources. At the same time, numerical-analytical methods combine advantages the first two groups of methods, so their development is of interest.

The aim of this paper is to develop numerical-analytical methods for analyzing the process of electromagnetic wave diffraction in high frequency devices, namely: the Schwartz alternating method and the method of overlapping partial domains.

The application of the Schwartz alternating method and overlapping partial domains method to diffraction problems leads to the calculation of series in the form of sums limited by a finite number of terms of the series, which slows down numerical algorithms for these methods, and sometimes does not allow them to be used effectively. To overcome this limitation, authors propose the representation of operations with infinite series in the form of matrix operations. This approach has significantly reduced the performance time of numerical algorithms for the considered methods. The iterative procedure of the Schwartz method is represented as a recurrent expression with for unknown value of the reflection coefficient. Further, this expression is represented as a matrix equation, which is solved by iterative methods.

Thus, further development of the Schwartz alternating method and the method of overlapping partial domains for solving the electromagnetic wave diffraction problems is presented in this paper. Numerical algorithms, which allow increasing the efficiency of presented mathematical methods by increasing their performance and simplifying the algorithmization procedure, are proposed. As a result, the dependence of the performance time for the different variants of the considered methods is presented. It is shown that the advantages of the proposed approach are more significant in case of increasing the number of considered terms of the series, which can make the analysis of vector problems more efficient.

### References

- [1] Sveshnikov A. G., & Mogilevskij I. E. (2010) *Matematicheskie zadachi teorii difrakcii: Uchebnoe posobie. [Mathematical problems in the theory of diffraction: Textbook.]* Moscow: Fizicheskij fakul'tet MGU. [in Russian]
- [2] Deshpande M. D., Reddy C. J., & Bailey M. C. (1998). Analysis of waveguide junction discontinuities and gaps using finite element method. *Electromagnetics*. 18, 81-97. [in English].
- [3] Moglie F., Rozzi T., & Marozzi P. (1994). Wideband matching of waveguide discontinuities by FDTD methods. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 42(11), 2093–2098. [in English]
- [4] Jin-fa-Lee, Palandech R., & Mittra R. (1992) Modeling three-dimensional discontinuities in waveguides using nonorthogonal FDTD algorithm. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. 40(2), 346–352. [in English]
- [5] Patzelt H., & Arndt F. (1982) Double-plane step in rectangular waveguides and their application for transformers irises and filters. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* 30(5), 771–776. [in English]
- [6] Swanson D. G., Wolfgang J., & Hofer R. (2003) *Microwave Circuit Modeling Using Electromagnetic Field Simulation*. London: Artech House Boston. [in English]
- [7] Sadiku M. (2001) *Numerical Techniques in Electromagnetics. Second edition*. Boca Raton, FL: CRC Press. [in English]
- [8] Baronian V., Dhia A. S. B. B., Fliss S., & Tonnoir A. (2016) Iterative methods for scattering problems in isotropic or anisotropic elastic waveguides. *Wave Motion*. (64), 12–33. [in English]
- [9] Gander M. J., & Zhang H. (2012) Optimized Schwarz methods with overlap for the Helmholtz equation.: Proceedings of: “21st international conference “Domain Decomposition Methods in Sci. and Eng.” (pp. 207–215). Rennes, France: Springer. [in English]
- [10] Collino F., Ghamei S., & Joly P. (2000) Domain decomposition method for harmonic wave propagation: a general presentation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 184 (2–4), 171–211. [in English]
- [11] Gnatyuk M. A., Morozov V. M., & Sjanov A. M. (2015) A Schwarz algorithm for three-dimensional diffraction problems. *Telecommunications and Radio Engineering*. 74(1). 1–8. [in English]
- [12] Hnatiuk M. A., Morozov V. M., & Marchenko S. V. (2019) Difraktsiya elektromagnitnoj volny na kaskadnom sojedinenii pryamougol'nykh volnovodov [The electromagnetic wave diffraction on a cascaded rectangular waveguide junction]. *Vseukrainskij mezhvedomstvennyj nauchno-tekhnicheskij sbornik Radiotekhnika – All-Ukrainian interdepartmental scientific and technical collection of Radio engineering*. 196, 130–137. [in Russian]
- [13] Marchenko S. V., & Morozov V. M. (2009) Elektrodinamicheskij raschet ploskoj volnovodnoj FAR metodom pronizyvayushchej oblasti. [Electrodynamic calculation of a plane waveguide PAA by the penetrating region method.] *Visti vishchih uchbovih zakladiv. Radioelektronika. – News of higher educational institutions. Radio electronics*. 52(9), 41–47. [in Russian]
- [14] Mittra R., Lee S. (1974) *Analiticheskie metody teorii volnovodov [Analytical methods of guided waves]* (A. I. Plis, Trans.) Moscow: Mir. [in Russian]
- [15] Zahariya J. A. (2003) *Metodi prikladnoï elektrodinamiki: Navch. posibnik. [Methods of applied electrodynamics: Textbook]* Lviv: « Beskid Bit ». [in Ukrainian]

- [16] Sharov G. A. (2016) *Volnovodnye ustrojstva santimetrovyh i millimetrovyh voln [Centimeter and Millimeter Wave Waveguide Devices]*. Moscow: Goryachaya liniya-Telekom. [in Russian]
- [17] Prohoda I.G., Dmitryuk S. G., & Morozov V.M. (1985) *Tenzornye funktsii Grina i ih prilozheniya v elektrodinamike SVCH [Tensor Green's functions and their applications in microwave electrodynamics]*. Dnepropetrovsk: DGU. [in Russian]
- [18] Boisvert Ronald F. (2000) Mathematical software: past, present, and future. *Mathematics and Computers in Simulation*. 54(4–5), 227–241. [in English]
- [19] Voskresenskij D. I., Gostyuhin V. L., Maksimov V. M., & Ponomarev L. I. (2006) *Ustrojstva SVCH i anteny: Uchebnoe posobie [Microwave devices and antennas: a textbook]*. Moscow: Radiotekhnika. [in Russian]
- [20] Amitay N., Galindo V., & Wu C. (1972) *Theory and analysis of phased array antennas*. New York: Wiley-Interscience. [in English]
- [21] Kantorovich L. V., & Krylov V. I. (1964) *Approximate methods of higher analysis*. New York: Wiley-Interscience. [in English]
- [22] Morozov V. M., & Gnatyuk M. A. (2015) Phased antenna array analysis with Schwartz alternating method. *Visnik Dnipropetrovs'kogo universitetu. Seriya «Fizika. Radioelektronika». Dnipropetrovs'k – Bulletin of Dnipropetrovsk University. Series "Physics. Radio electronics". Dnipropetrovsk*. 23(22), 132–141. [in English]
- [23] *Matematika. Eyo sodержanie, metody i znachenie. Mathematics. Its content, methods and meaning* (1956). A. D. Aleksandrov (Ed.) Moscow: izd. Akademii nauk SSSR, (Vol. 3). [in Russian]

DOI: 10.31319/2519-8106.1(46)2022.258346

УДК 532.59

**В.В. Наратовий**, к.т.н., доцент, naradvova1986@gmail.com

**Д.С. Харченко**, аспірантка, harcenkodiana5@gmail.com

Центральноукраїнський державний педагогічний університет ім. В. Винниченка,

м. Кропивницький

### ДОСЛІДЖЕННЯ ХВИЛЬОВИХ РУХІВ У ТРИШАРОВІЙ ГІДРОДИНАМІЧНІЙ СИСТЕМІ «ШАР З ТВЕРДИМ ДНОМ – ШАР – ШАР З КРИШКОЮ»

*Досліджується задача поширення хвиль у тришаровій гідродинамічній системі «шар з твердим дном – шар – шар з кришкою». Для першого наближення отримано дисперсійне співвідношення та дві пари коренів. Отримано вирази відношень амплітуд відхилень поверхонь контакту, які відповідають кореням дисперсійного рівняння. Залежності відношень амплітуд від різних фізичних параметрів графічно проілюстровані та проаналізовані.*

**Ключові слова:** відношення амплітуд, хвилі, хвильовий рух.

*The problem of wave propagation in a three-layer hydrodynamic system "layer with a hard bottom - layer - layer with a cover" is investigated. For the first approximation, the variance relation and two pairs of roots are obtained. The expressions of the relations of the amplitudes of the deviations of the contact surfaces, which correspond to the roots of the dispersion equation, are obtained. The dependences of the amplitude relations on different physical parameters are graphically illustrated and analyzed.*

**Keywords:** amplitude ratio, waves, wave motion.

### Постановка проблеми

Дослідження хвильових процесів у рідинах з різним типом стратифікації за густиною проводяться сучасними вченими в натурних умовах та експериментально за допомогою рідинних систем різної структури та за допомогою математичних моделей. Чисельний та фізичний аналіз таких моделей дозволяє не тільки зрозуміти реальні фізичні процеси у Світовому океані, а й слугують теоретичним доповненням для майбутніх експериментів.

Таким чином актуальним є дослідження проблеми поширення слабконелінійних хвильових пакетів у тришаровій гідродинамічній системі «шар з твердим дном – шар – шар з кришкою».

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Дослідження хвильових процесів у стратифікованих рідинах у системах різного типу є предметом багатьох сучасних досліджень гідродинаміки.

У дослідженні [1] у наближенні Буссінеска розглядаються вільні внутрішні хвилі в двовимірному вертикально неоднорідному стратифікованому потоці з урахуванням обертання Землі. Рівняння для амплітуди вертикальної швидкості фіксованої моди внутрішніх хвиль має комплексні коефіцієнти; отже, власна функція і частота хвилі складні. Встановлено, що уявна частина частоти мала і може бути як позитивною, так і негативною. З цієї причини в залежності від хвильового числа і номера моди можливо як слабке затухання, так і слабке посилення хвилі. Потоки імпульсу вертикальної хвилі відмінні від нуля і можуть перевищувати відповідні турбулентні потоки.

У статті [2] досліджується проблема поширення та взаємодії хвиль вздовж поверхонь контакту у гідродинамічній системі «рідкий півпростір – шар – шар з твердою кришкою». Проаналізовано залежність відношення амплітуд хвиль на поверхнях контакту при різних геометричних та фізичних параметрах системи. Досліджено структуру хвильових рухів на поверхнях контакту.

У статті [3] досліджується явище, коли внутрішні хвилі описують (лінійний) відгук нестисливої стабільно стратифікованої рідини на невеликі збурення. Нахил їх групової швидкості щодо вертикалі повністю визначається їх частотою. Доводиться, що в цій критичній геометрії



слабков'язкі і слабонелінійні хвильові рівняння насправді мають розв'язок, який добре апроксимується сумою падаючого хвильового пакета, відображеної другої гармоніки і деяких членів прикордонного шару.

У дослідженні [4] розглянута теорія тришарових стратифікованих за густиною ідеальних рідин з метою її узагальнення на випадок  $n$ -шарів. Основна увага приділяється структурним властивостям, особливо у випадку жорсткого обмеження верхньої кришки. Показано, що довгохвильова бездисперсійна межа являє собою систему квазілінійних рівнянь, що не допускають інваріантів Рімана. Також обговорюються межа Буссінеска і сімейство спеціальних розв'язків, недавно введених де Мело Віріссімо і Мілевським.

У дослідженні [5] розглядається поширення плоских капілярних гравітаційних відокремлених хвиль постійної форми в тришаровій постановці. Проміжна рідина вважається стратифікованою, а верхня і нижня — однорідними і нескінченно глибокими. Одна або обидві границі розділу схильні до капілярності. Дослідження може бути застосоване до випадку двох глибинних рідин, коли одна з них стратифікована поблизу границі розділу. Останнє формулювання має відношення до досліджень капілярних гравітаційних хвиль в перехідній області між морською водою і рідким вуглекислим газом в глибинах океану.

Показано, що в розглянутій постановці капілярно-гравітаційні відокремлені хвилі кінцевої амплітуди підкоряються інтегрально-диференціальному рівнянню, яке містить закони дисперсії Кортевега-де Фріза (KdV) і Бенджаміна-Воно (БВ), а також специфічну нелінійність, що залежить від властивостей стратифікованого шару.

У роботі [6] було експериментально досліджено поширення високих внутрішніх відокремлених хвиль по великому трикутному гребеню в потоці стратифікованої рідини. Характеристики поширення піднесених ISW над гребенем були виміряні за допомогою приладу для вимірювання хвиль в реальному часі і велосіметрії по зображеннях частинок, відповідно.

У статті [7] для взаємодії з жорсткою пористою структурою у вигляді T-образної перегородки в умовах плескання моделюється чисельна модель, що містить стратифіковані по щільності шари рідкої нафти і води в прямокутному резервуарі. Для відстеження еволюції міжфазної і вільної поверхневої хвилі з рівняннями Нав'є-Стокса і Брінкмана, які керують потоком нестисливої рідини і потоком через пористу область відповідно, використовується довільний метод Лагранжа-Ейлера.

Серія випадків установки моделюється для спостереження взаємодії шаруватої рідини і міжфазної хвилі з пористою структурою. Аналізується вплив пористої структури і її ефективність в гасінні пов'язаних хвиль коливання і ударного тиску на стінки резервуара при різних конфігураціях установки.

В статті [8] досліджується поширення одновимірних нестационарних хвиль в насиченому багатшаровому ґрунті з рідким поверхневим шаром. На основі теорії Біо для розробки аналітичних / напіваналітичних рішень використовуються метод розкладання за власними функціями, метод матриці переносу, метод простору станів і метод інтегрування точного тимчасового кроку. На численних прикладах аналізується вплив коефіцієнтів динамічної проникності для рідини на перехідну характеристику моделі, що важливо в додатках для морської сейсміки і акустики океану.

У статті [9] представлено явний точний розв'язок нелінійного основного рівняння з членами Коріоліса і доцентровими членами в модифікованому наближенні екваторіальної бета-площини і на довільній широті. Розв'язок описує хвилі в лагранжеві азимутальній екваторіальній пастці, що поширюються на схід в стратифікованій рідині, що обертається.

У статті [10] в рамках рівнянь Нав'є-Стокса для стратифікованої рідини чисельно досліджені динаміка і енергетика лобового зіткнення внутрішніх відокремлених хвиль першої моди в рідині з двома однорідними шарами, розділеними тонким міжфазним шаром. Було показано, що лобове зіткнення внутрішніх відокремлених хвиль малої і помірної амплітуди призводить до малого фазового зсуву і генерації цуга дисперсійних хвиль, що біжать за минулою відокремленою хвилею.

Фазовий зсув зростає зі збільшенням амплітуд взаємодіючих хвиль. Максимальна амплітуда нахату при зіткненні хвиль досягає значення, що перевищує суму амплітуд падаючих

відокремлених хвиль. Перевищення максимальної амплітуди нахату над сумою амплітуд зустрічних хвиль зростає зі збільшенням амплітуди взаємодіючих хвиль малої і помірної амплітуди, тоді як для зустрічних хвиль великої амплітуди воно зменшується.

У роботі [11] розглянуто актуальні задачі, що виникають в океанографії і пов'язані зі стратифікованими течіями, такими як гравітаційні потоки на континентальному схилі біля Антарктичного півострова, де розташована українська антарктична станція «Академік Вернадський», генерацію та поширення внутрішніх хвиль у морях та океанах та їх вплив на перемішування в шельфових зонах.

У дослідженні [13] за допомогою лагранжевого опису руху рідини вивчаються гравітаційні хвилі стоксового типу в системі двох горизонтальних шарів нев'язкої, стратифікованої рідини, що змішується. Показано, що для того, щоб повний вертикально-інтегрований потік Стокса став рівним нулю, щільність повинна бути неперервною на границі розділу.

У роботі [14] досліджувалася модель поширення хвиль у гідродинамічній системі «рідкий шар з твердим дном – рідкий шар з вільною поверхнею». Показано існування внутрішньої і поверхневої складових хвильового поля та проаналізовано їх взаємодію.

### Формулювання мети дослідження

Метою даної роботи є дослідження проблеми поширення слабконелінійних хвильових пакетів у тришаровій гідродинамічній системі «шар з твердим дном – шар – шар з кришкою». З використанням методу багатомасштабних розвинень отримати першу лінійну задачу та її розв'язки. Отримати вирази для відношень амплітуд відхилень верхньої та нижньої поверхонь контакту, які відповідають кореням дисперсійного рівняння. Отримати графіки залежності відношень амплітуд від таких фізичних параметрів: товщини верхнього та нижнього шарів, хвильового числа. Провести якісний аналіз поведінки відношень амплітуд.

### Виклад основного матеріалу

У даній статті досліджується задача поширення хвильових пакетів у тришаровій гідродинамічній системі «шар з твердим дном – шар – шар з кришкою» (рис. 1).

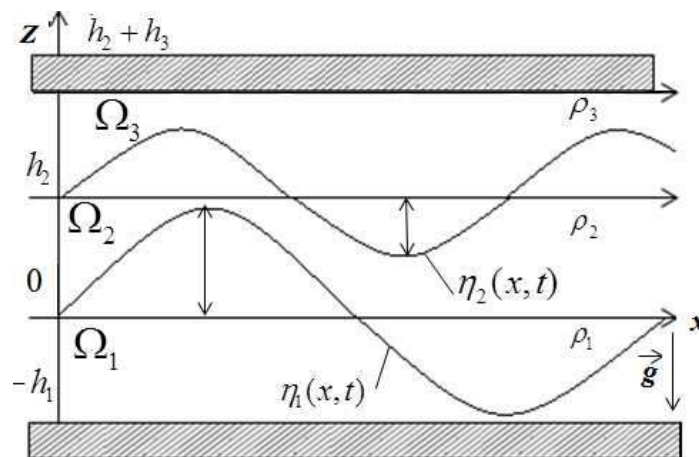


Рис. 1. Постановка задачі

Де  $\Omega_1 = \{(x, z) : |x| < \infty, -h_1 \leq z \leq 0\}$  з густиною  $\rho_1$ ,  $\Omega_2 = \{(x, z) : |x| < \infty, 0 \leq z \leq h_2\}$  з густиною  $\rho_2$ ,  $\Omega_3 = \{(x, z) : |x| < \infty, h_2 \leq z \leq h_2 + h_3\}$  з густиною  $\rho_3$  — нижній, середній та верхній шари відповідно, розділені поверхнями контакту  $z = \eta_1(x, t)$  та  $z = \eta_2(x, t)$ . Верхній шар обмежений кришкою, нижній шар обмежений твердим дном. Сила тяжіння направлена у від'ємному  $z$ -напрямку перпендикулярно до поверхні розподілу.

Математична постановка проблеми виглядає наступним чином: швидкість поширення пакетів

$$\varphi_{j,xx} + \varphi_{j,zz} = 0 \text{ у } \Omega_j, j=1,2,3, \quad (1)$$

кінематичні умови на поверхнях контакту

$$\eta_{1,t} - \varphi_{j,z} = -\varphi_{j,x} \eta_{1,x} \text{ при } z = \eta_1(x, t), \quad j = 1, 2; \quad (2)$$

$$\eta_{2,t} - \varphi_{j,z} = -\varphi_{j,x} \eta_{2,x} \text{ при } z = h_2 + \eta_2(x, t), \quad j = 2, 3, \quad (3)$$

динамічні умови на поверхнях контакту

$$\rho_1 \varphi_{1,t} - \rho_2 \varphi_{2,t} + g(\rho_1 - \rho_2) \eta_1 + \frac{1}{2} \rho_1 (\nabla \varphi_1)^2 - \frac{1}{2} \rho_2 (\nabla \varphi_2)^2 - T_1 \left(1 + (\eta_{1,x})^2\right)^{\frac{3}{2}} \eta_{1,xx} = 0$$

при  $z = \eta_1(x, t)$ ; (4)

$$\rho_2 \varphi_{2,t} - \rho_3 \varphi_{3,t} + g(\rho_2 - \rho_3) \eta_2 + \frac{1}{2} \rho_2 (\nabla \varphi_2)^2 - \frac{1}{2} \rho_3 (\nabla \varphi_3)^2 - T_2 \left(1 + (\eta_{2,x})^2\right)^{\frac{3}{2}} \eta_{2,xx} = 0$$

при  $z = h_2 + \eta_2(x, t)$ , (5)

умова непроникливості на дні

$$\varphi_{1,z} = 0 \text{ при } z = -h_1, \quad (6)$$

умова непроникливості на кришці

$$\varphi_{3,z} = 0 \text{ при } z = h_2 + h_3, \quad (7)$$

де  $\varphi_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) потенціали швидкості частинок в  $\Omega_j$ ,  $\eta_1, \eta_2$  — відхилення поверхонь контакту,  $T_1, T_2$  — коефіцієнти поверхневого натягу на поверхнях контакту,  $g$  — прискорення вільного падіння.

За допомогою методу багато масштабних розвинень, функції відхилення поверхонь контакту та потенціали швидкостей представлено у вигляді

$$\eta_j(x, t) = \sum_{n=1}^3 \alpha^{n-1} \eta_{jn}(x_0, x_1, x_2, t_0, t_1, t_2) + O(\alpha^3), \quad j = 1, 2; \quad (8)$$

$$\varphi_j(x, t, z) = \sum_{n=1}^3 \alpha^{n-1} \varphi_{jn}(x_0, x_1, x_2, z, t_0, t_1, t_2) + O(\alpha^3), \quad j = 1, 2, 3. \quad (9)$$

Задача першого наближення має вигляд

$$\begin{aligned} \varphi_{j1, x_0 x_0} + \varphi_{j1, z z} &= 0 \text{ у } \Omega_j, \quad j = 1, 2, 3; \\ \eta_{11, t_0} - \varphi_{j1, z} &= 0 \text{ на } z = 0, \quad j = 1, 2; \\ \eta_{21, t_0} - \varphi_{j1, z} &= 0 \text{ на } z = h_2, \quad j = 2, 3; \\ \varphi_{11, t_0} - \rho_2 \varphi_{21, t_0} + (1 - \rho_2) \eta_{11} - T_1 \eta_{11, x_0 x_0} &= 0 \text{ на } z = 0; \\ \rho_2 \varphi_{21, t_0} - \rho_3 \varphi_{31, t_0} + (\rho_2 - \rho_3) \eta_{21} - T_2 \eta_{21, x_0 x_0} &= 0 \text{ на } z = h_2; \\ \varphi_{11, z} &= 0 \text{ на } z = -h_1; \\ \varphi_{31, z} &= 0 \text{ на } z = h_2 + h_3. \end{aligned} \quad (10)$$

Наступні дві задачі лінійні задачі наведені у роботі [12].

Для задачі першого наближення виведене дисперсійне співвідношення:

$$\begin{aligned} \frac{\rho_2^2 \omega^4}{\text{sh}^2(kh_2)} - \left( (1 - \rho_2)k + T_1 k^3 - \omega^2 (\text{cth}(kh_1) + \rho_2 \text{cth}(kh_2)) \right) \times \\ \times \left( (\rho_2 - \rho_3)k + T_2 k^3 - \omega^2 (\rho_2 \text{cth}(kh_2) + \rho_3 \text{cth}(kh_3)) \right) = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Отримане дисперсійне співвідношення має дві пари коренів

$$\omega_1^2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad \omega_2^2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad (12)$$

де

$$a = \frac{\rho_2^2}{\text{sh}^2(kh_2)} - (\rho_2 \text{cth}(kh_2) + \rho_3 \text{cth}(kh_3)) (\text{cth}(kh_1) + \rho_2 \text{cth}(kh_2));$$

$$b = (\rho_2 \operatorname{cth}(kh_2) + \rho_3 \operatorname{cth}(kh_3))((1 - \rho_2)k + T_1 k^3) + (k(\rho_2 - \rho_3) + T_2 k^3)(\operatorname{cth}(kh_1) + \rho_2 \operatorname{cth}(kh_2));$$

$$c = -(k(\rho_2 - \rho_3) + T_2 k^3)((1 - \rho_2)k + T_1 k^3). \quad (13)$$

Для  $\omega_1$

$$\varphi_{11}^{(1)} = \frac{2\omega_1}{k \operatorname{sh}(kh_1)} \operatorname{ch}(k(h_1 + z)) A \sin(kx - \omega_1 t);$$

$$\varphi_{21}^{(1)} = - \left( \frac{2\omega_1 \operatorname{ch}(k(h_2 - z))}{k \operatorname{sh}(kh_2)} + \frac{2((1 - \rho_2)k + T_1 k^3 - \omega_1^2 \operatorname{cth}(kh_1) - \rho_2 \omega_1^2 \operatorname{cth}(kh_2)) \operatorname{ch}(kz)}{\rho_2 \omega_1 k} \right) A \sin(kx - t\omega_1);$$

$$\varphi_{31}^{(1)} = \frac{2 \operatorname{sh}(kh_2)((1 - \rho_2)k + T_1 k^3 - \omega_1^2 \operatorname{cth}(kh_1) - \rho_2 \omega_1^2 \operatorname{cth}(kh_2)) \operatorname{ch}(k(h_2 + h_3 - z))}{\rho_2 \omega_1 k \operatorname{sh}(kh_3)} A \sin(kx - t\omega_1);$$

$$\eta_{11}^{(1)} = 2A \cos(kx - \omega_1 t);$$

$$\eta_{21}^{(1)} = - \frac{\operatorname{sh}(kh_2)((1 - \rho_2)k + T_1 k^3 - \omega_1^2 \operatorname{cth}(kh_1) - \rho_2 \omega_1^2 \operatorname{cth}(kh_2))}{\omega_1^2 \rho_2} 2A \cos(kx - \omega_1 t). \quad (14)$$

Для  $\omega_2$

$$\varphi_{11}^{(2)} = - \frac{2\rho_2 \omega_2^3 \operatorname{ch}(k(h_1 + z)) B \sin(kx - \omega_2 t)}{k \operatorname{sh}(kh_1) \operatorname{sh}(kh_2)((1 - \rho_2)k + T_1 k^3 - \omega_2^2 \operatorname{cth}(kh_1) - \rho_2 \omega_2^2 \operatorname{cth}(kh_2))};$$

$$\varphi_{21}^{(2)} = \left( \frac{\operatorname{ch}(k(h_2 - z)) \rho_2 \omega_2^2}{\operatorname{sh}(kh_2)((1 - \rho_2)k + T_1 k^3 - \omega_2^2 \operatorname{cth}(kh_1) - \rho_2 \omega_2^2 \operatorname{cth}(kh_2))} + \operatorname{ch}(kz) \right) \frac{2\omega_2 B \sin(kx - \omega_2 t)}{k \operatorname{sh}(kh_2)};$$

$$\varphi_{31}^{(2)} = - \frac{2\omega_2 \operatorname{ch}(k(h_2 + h_3 - z)) B \sin(kx - \omega_2 t)}{k \operatorname{sh}(kh_3)};$$

$$\eta_{11}^{(2)} = - \frac{2B \cos(kx - \omega_2 t) \omega_2^2 \rho_2}{\operatorname{sh}(kh_2)((1 - \rho_2)k + T_1 k^3 - \omega_2^2 \operatorname{cth}(kh_1) - \rho_2 \omega_2^2 \operatorname{cth}(kh_2))};$$

$$\eta_{21}^{(2)} = 2B \cos(kx - \omega_2 t). \quad (15)$$

Де  $\eta_{21}^{(1)}$  — хвиля-відгук на хвилю  $\eta_{11}^{(1)}$  з частотою  $\omega_1$  та амплітудою  $A$  на нижній поверхні контакту. А  $\eta_{21}^{(2)}$  є хвилею-відгуком на хвилю  $\eta_{11}^{(2)}$  з частотою  $\omega_2$  та амплітудою  $B$  на верхній поверхні контакту.

Проведемо аналіз модуля відношення амплітуд відхилень нижньої та верхньої поверхонь контакту  $\eta_{11}(x, t)$  та  $\eta_{21}(x, t)$ , що відповідають  $\omega_1^2$  та  $\omega_2^2$  для першої лінійної задачі. Дані модулі відношень позначимо наступним чином

$$a_1 = \left| \frac{\operatorname{sh}(kh_2)((1 - \rho_2)k + T_1 k^3 - \omega_1^2 \operatorname{cth}(kh_1) - \rho_2 \omega_1^2 \operatorname{cth}(kh_2))}{\rho_2 \omega_1^2} \right|;$$

$$a_2 = \left| \frac{\rho_2 \omega_2^2}{\operatorname{sh}(kh_2)((1 - \rho_2)k + T_1 k^3 - \omega_2^2 \operatorname{cth}(kh_1) - \rho_2 \omega_2^2 \operatorname{cth}(kh_2))} \right|, \quad (16)$$

де  $a_1$  та  $a_2$  характеризують внесок хвилі з частотою  $\omega_1$  та  $\omega_2$  відповідно у хвильовий рух на поверхнях контакту.

На рис. 2, 3 представлені графіки залежності величин  $a_1$  та  $a_2$  від товщини нижнього шару  $h_1$  при різних значеннях  $h_3$  та фіксованих параметрів густин середнього та верхнього шарів. Інші параметри набувають таких значень:  $T_1 = 0, T_2 = 0, h_2 = 1, k = 1$ . З малюнків видно, що якісна поведінка відхилення амплітуд однакова. Також видно, що для всіх трьох випадків для кожного значення  $h_3$  існують граничні значення, до яких наближаються абсолютні величини  $a_1$  та  $a_2$ . При чому, зі збільшенням товщини верхнього шару від 1 до 10 граничні значення

величин  $a_1$  та  $a_2$  зменшуються. При цьому, зміна відношення густин якісно не впливає на поведінку відношення амплітуд.

З точки зору збільшення густини верхнього шару, граничні значення величин  $a_1$  та  $a_2$  збільшуються. Збільшення товщини верхнього шару якісно не впливає на поведінку відношень  $a_1$  та  $a_2$ . При  $\rho_2 = 0.95, \rho_3 = 0.9$  (рис. 2в, рис. 3в) граничне значення, до якого наближаються абсолютні величини  $a_1$  та  $a_2$  однакове.

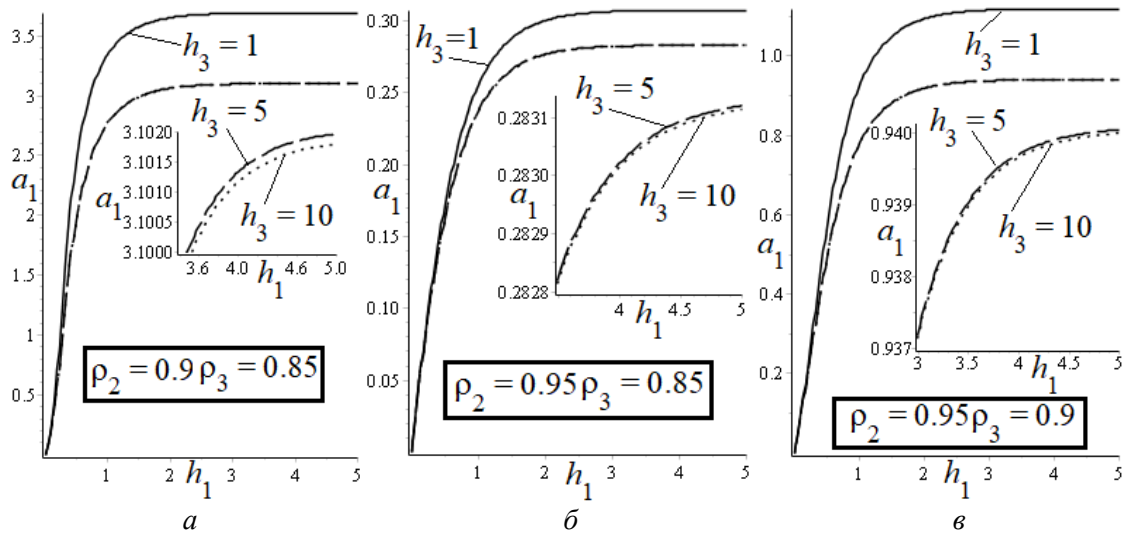


Рис. 2. Залежність відношення амплітуд  $a_1$  від товщини нижнього шару:

$a$  —  $\rho_2 = 0.9, \rho_3 = 0.85$     $б$  —  $\rho_2 = 0.95, \rho_3 = 0.85$     $в$  —  $\rho_2 = 0.95, \rho_3 = 0.9$

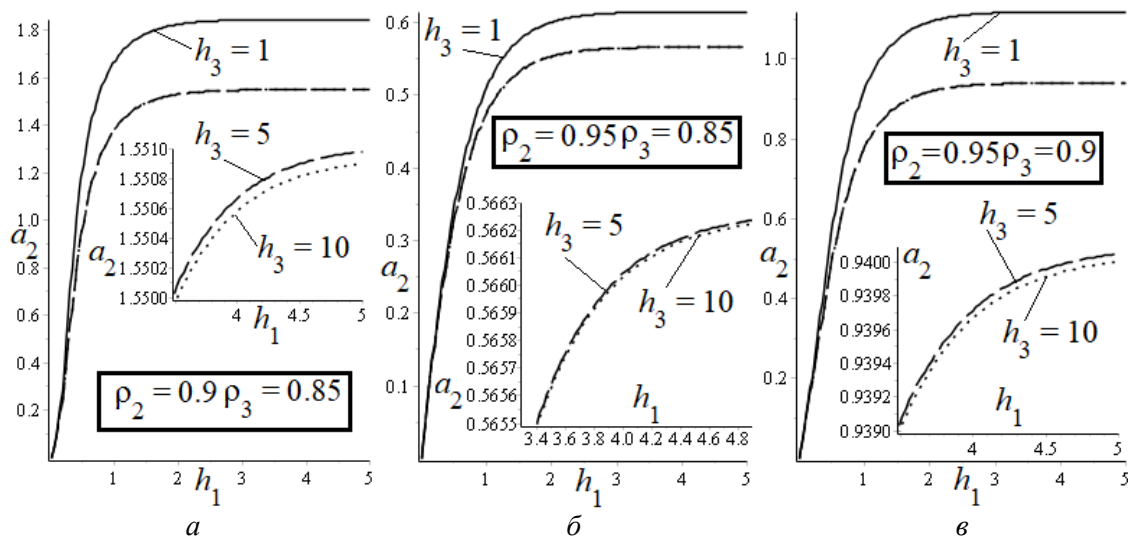


Рис. 3. Залежність відношення амплітуд  $a_2$  від товщини нижнього шару:

$a$  —  $\rho_2 = 0.9, \rho_3 = 0.85$     $б$  —  $\rho_2 = 0.95, \rho_3 = 0.85$     $в$  —  $\rho_2 = 0.95, \rho_3 = 0.9$

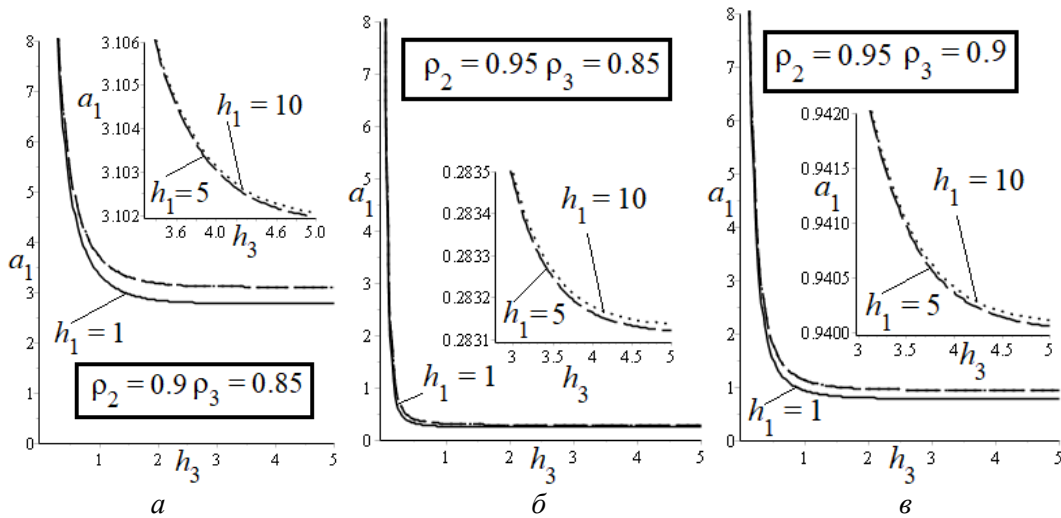


Рис. 4. Залежність відношення амплітуд  $a_1$  від товщини верхнього шару:

$a$  —  $\rho_2 = 0.9, \rho_3 = 0.85$     $\text{б}$  —  $\rho_2 = 0.95, \rho_3 = 0.85$     $\text{в}$  —  $\rho_2 = 0.95, \rho_3 = 0.9$

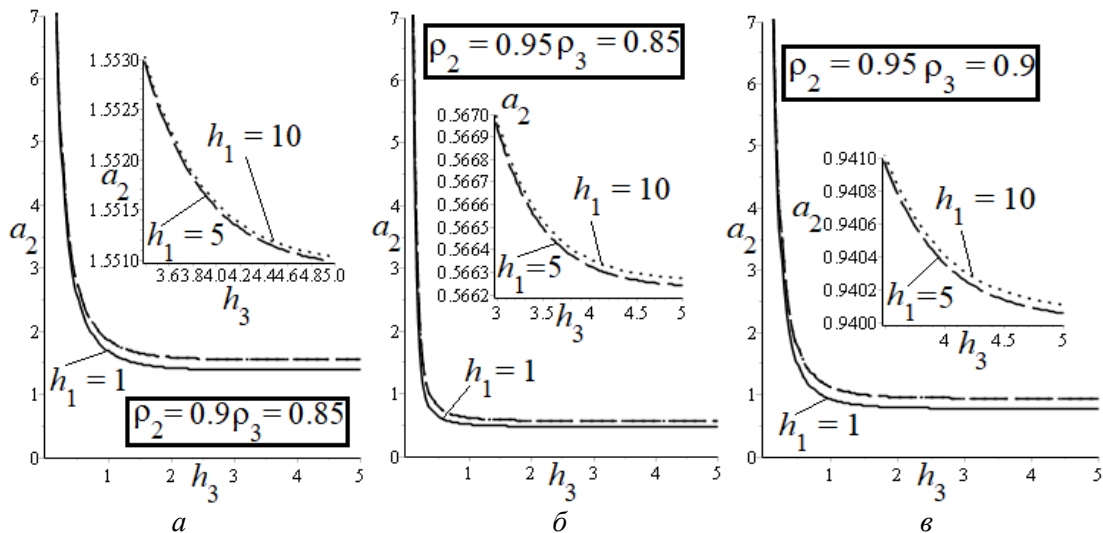


Рис. 5. Залежність відношення амплітуд  $a_2$  від товщини верхнього шару:

$a$  —  $\rho_2 = 0.9, \rho_3 = 0.85$     $\text{б}$  —  $\rho_2 = 0.95, \rho_3 = 0.85$     $\text{в}$  —  $\rho_2 = 0.95, \rho_3 = 0.9$

На рис. 4, 5 представлені графіки залежності величин  $a_1$  та  $a_2$  від товщини верхнього шару  $h_3$  для різних значеннях  $h_1$  при фіксованих значеннях густин  $\rho_2$  та  $\rho_3$ . При збільшенні товщини  $h_3$  значення абсолютних величин зменшуються. Для кожного значення товщини нижнього шару  $h_1$  існують відповідні граничні значення, до яких наближаються абсолютні величини  $a_1$  та  $a_2$ . У всіх випадках збільшення товщини нижнього шару призводить до збільшення відповідних граничних значень величин  $a_1$  та  $a_2$ . Зміна густин середнього та верхнього шарів якісно не впливає на поведінку відношень  $a_1$  та  $a_2$ .

При дослідженні зміни товщини  $h_1$  зі збільшенням густини  $\rho_3$  граничні значення обох абсолютних величин також збільшуються. Якісної зміни в поведінці графіків не відбувається. Аналогічно до попереднього випадку при  $\rho_2 = 0.95, \rho_3 = 0.9$  (рис. 4 в, рис. 5 в) граничні значення відношень  $a_1$  та  $a_2$  співпадають.

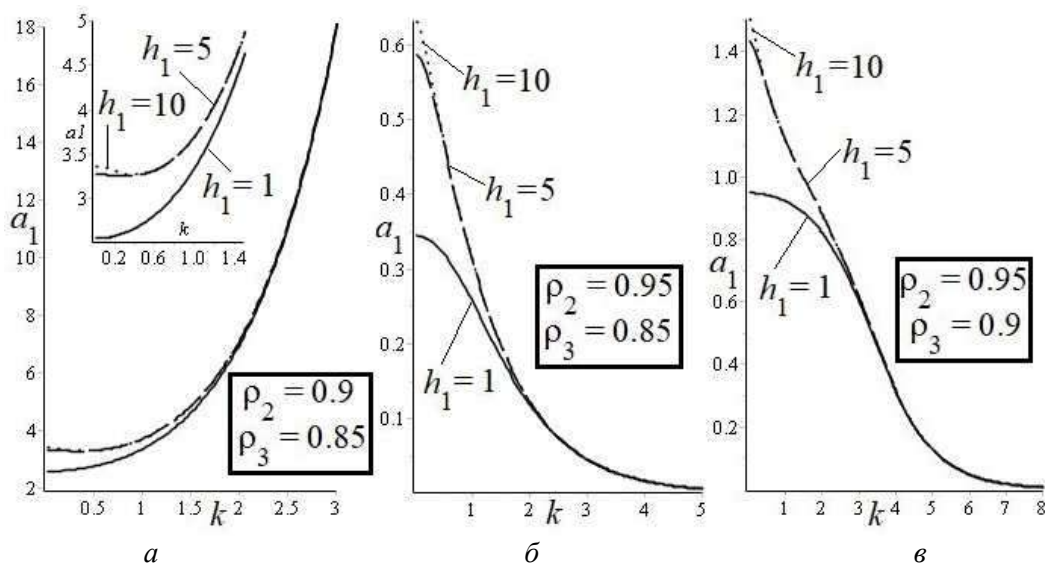


Рис. 6. Залежність відношення амплітуд  $a_1$  від хвильового числа:  
 $a$  —  $\rho_2 = 0.9, \rho_3 = 0.85$      $б$  —  $\rho_2 = 0.95, \rho_3 = 0.85$      $в$  —  $\rho_2 = 0.95, \rho_3 = 0.9$

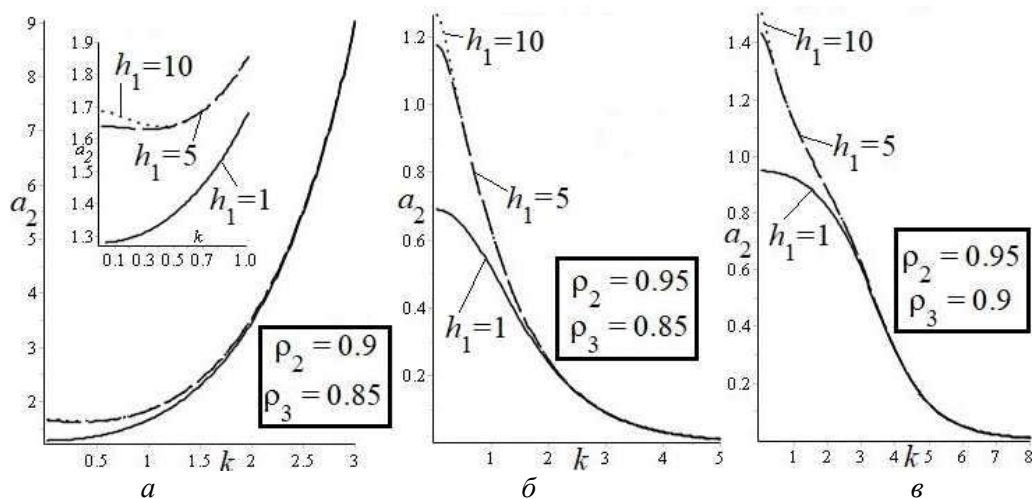


Рис. 7. Залежність відношення амплітуд  $a_2$  від хвильового числа:  
 $a$  —  $\rho_2 = 0.9, \rho_3 = 0.85$      $б$  —  $\rho_2 = 0.95, \rho_3 = 0.85$      $в$  —  $\rho_2 = 0.95, \rho_3 = 0.9$

На рис. 6 та 7 наведена залежність відношень  $a_1$  та  $a_2$  від хвильового числа  $k$  для різних значень товщини  $h_1$ . У випадку  $6a$  та  $7a$  (коли  $\rho_2 = 0.9, \rho_3 = 0.85$ ) для гравітаційних та капілярних хвиль зі збільшенням хвильового числа значення величин  $a_1$  та  $a_2$  збільшуються. В інших випадках зі збільшенням хвильового числа значення відхилень амплітуд  $a_1$  та  $a_2$  зменшуються, наближаючись до граничного значення, близького до нуля. Чим більша товщина нижнього шару  $h_1$  тим більше початкове значення абсолютних величин  $a_1$  та  $a_2$ . У відповідних випадках зміни густин  $\rho_2$  та  $\rho_3$  поведінка відхилень амплітуд  $a_1$  та  $a_2$  є аналогічною. У випадках  $6в, 7в$  також спостерігається рівність абсолютних величин для капілярних та гравітаційних хвиль.

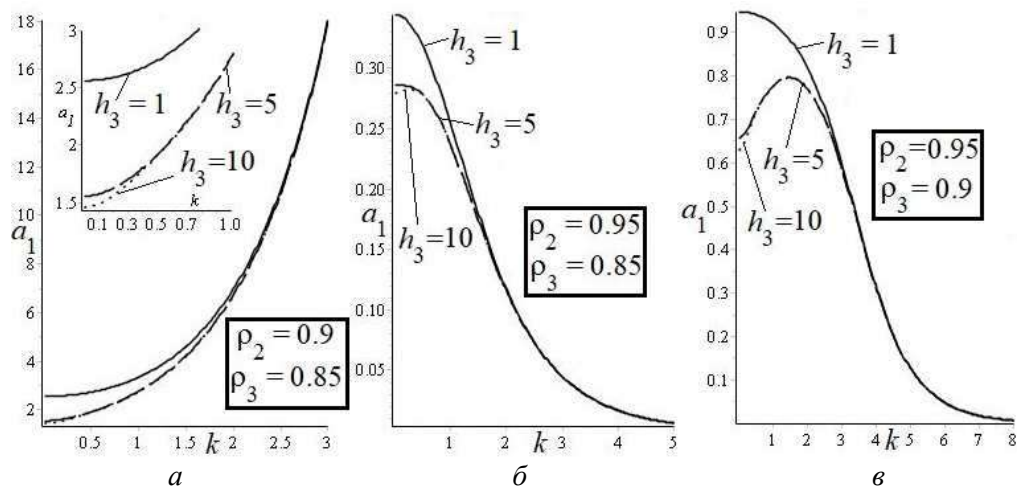


Рис. 8. Залежність відношення амплітуд  $a_1$  від хвильового числа:  
 $a$  —  $\rho_2 = 0.9, \rho_3 = 0.85$     $б$  —  $\rho_2 = 0.95, \rho_3 = 0.85$     $в$  —  $\rho_2 = 0.95, \rho_3 = 0.9$

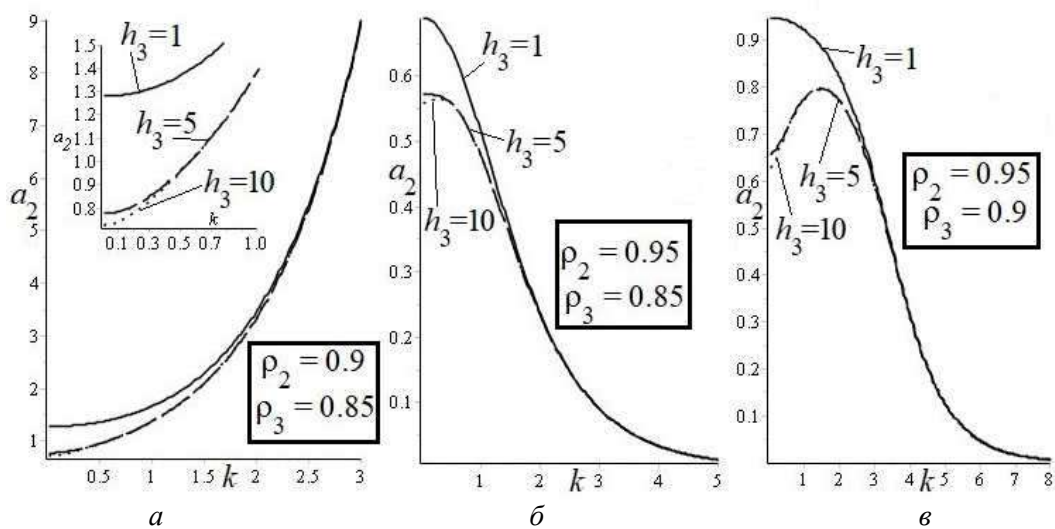


Рис. 9. Залежність відношення амплітуд  $a_2$  від хвильового числа:  
 $a$  —  $\rho_2 = 0.9, \rho_3 = 0.85$     $б$  —  $\rho_2 = 0.95, \rho_3 = 0.85$     $в$  —  $\rho_2 = 0.95, \rho_3 = 0.9$

На рис. 8, 9 представлено залежність абсолютних величин  $a_1$  та  $a_2$  від хвильового числа для різних значень товщини верхнього шару  $h_3$  для різних фіксованих значень  $\rho_2$  та  $\rho_3$ . При  $\rho_2 = 0.9, \rho_3 = 0.85$  величини  $a_1$  та  $a_2$  зростають зі збільшенням хвильового числа для гравітаційних та капілярних хвиль, в інших випадках зміни густин  $\rho_2$  та  $\rho_3$  — починаючи з деякого значення хвильового числа зменшуються, наближаючись до нуля. Більше значення товщини верхнього шару відповідає меншому початковому значенню величин  $a_1$  та  $a_2$  (для гравітаційних хвиль). Поведінка відхилень амплітуд у відповідних випадках зміни густин середнього та верхнього шарів аналогічна. При  $\rho_2 = 0.95, \rho_3 = 0.9$  (рис. 8в, рис. 9в) має місце рівність абсолютних значень  $|a_1| = |a_2|$ . Зі збільшенням значення  $\rho_3$  (рис. 8б—в, рис. 9б—в) відповідні максимальні значення абсолютних величин  $a_1$  та  $a_2$  збільшуються.



### Висновки

Досліджувалася задача поширення хвиль у тришаровій системі «шар з твердим дном – шар – шар з кришкою». Для задачі першого наближення виведено дисперсійне співвідношення та дві пари коренів. Отримано вирази відношень амплітуд відхилень поверхонь контакту, які відповідають кореням дисперсійного рівняння. Графічно проілюстрована та проаналізована залежність відношень амплітуд від різних фізичних параметрів (товщини верхнього та нижнього шарів, хвильового числа) при зміні товщини нижнього і верхнього шарів та густин середнього та верхнього шарів.

Графіки залежності відношень амплітуд  $a_1$  та  $a_2$  від  $h_1$  та  $h_3$  у всіх випадках прямують до певного граничного значення не залежно від зміни густин середнього та верхнього шарів. Проте при залежності відношень амплітуд  $a_1$  та  $a_2$  від  $h_1$  величини  $a_1$  та  $a_2$  збільшуються до граничного значення, при залежності відношень амплітуд від  $h_3$  — зменшуються.

Графіки залежності  $a_1$  та  $a_2$  від хвильового числа показують, що у випадку, коли  $\rho_2 = 0.9, \rho_3 = 0.85$  при різних значеннях товщини нижнього шару значення відношень амплітуд збільшуються зі зменшенням довжини хвилі, в інших випадках зміни густин значення  $a_1$  та  $a_2$  зменшуються, наближаючись до певного граничного значення.

При зміні товщини верхнього шару  $h_3$  значення величин  $a_1$  та  $a_2$  при  $\rho_2 = 0.9, \rho_3 = 0.85$  також зростають для капілярних і гравітаційних хвиль. В інших випадках після деякого числа  $k$  значення величин  $a_1$  та  $a_2$  зменшуються і в області капілярних хвиль при великих значеннях хвильового числа  $k > 8$  графіки для відповідних значень товщини  $h_3$  співпадають, наближаючись до нуля.

Також виявлено випадки рівності абсолютних значень величин  $|a_1| = |a_2|$ .

### Список використаної літератури

1. Ankudinov N.O., Slepyshev A.A. Vertical Momentum Transfer Induced by Internal Waves in a Two-Dimensional Flow. *Fluid dynamics*. 2021. Vol. 56, No. 3, P. 343–352.
2. Avramenko O., Lunyova M., Naradovyi V. Wave propagation in a three-layer semi-infinite hydrodynamic system with a rigid lid. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2017. Vol. 5, No. 5, P. 58–66.
3. Bianchini R., Dalibard A.L., Saint-Raymond L. Near-critical reflection of internal waves. *Analysis & PDE*. 2021. Vol. 14, No. 1, P. 205–249.
4. Camassa R., Falqui G., Ortenzi G., Pedroni M., Ho T. T. V. Hamiltonian Aspects of Three-Layer Stratified Fluids. *Journal of nonlinear science*. 2021. Vol. 31, No. 4, P. 70.
5. Derzho O.G. Large amplitude capillary-gravity solitary waves in a stratified fluid sandwiched between two deep homogeneous layers. *CHAOS*. 2021. Vol. 31, No. 6, 063104.
6. Du H., Wang S.D., Wang X.L., Xu J.N., Guo H.L., Wei G. Experimental investigation of elevation internal solitary wave propagation over a ridge. *Physics of fluids*. 2021. Vol. 33, No. 4, 042108.
7. Kargbo O., Xue M.A., Zheng J.H., Yuan X.L. Multiphase sloshing dynamics of a two-layered fluid and interfacial wave interaction with a porous T-shaped baffle in a tank. *Ocean engineering*. 2021. Vol. 229, 108664.
8. Shan Z.D., Jing L.P., Zhang L., Xie Z.N., Ling D.S. Transient wave propagation in a multi-layered soil with a fluid surface layer: 1D analytical/semi-analytical solutions. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*. 2021. Vol. 45, No. 13, P. 2001–2015.
9. Su D. Exact azimuthal equatorially trapped waves with centripetal force in modified equatorial beta-plane approximation and at arbitrary latitude. *Monatshefte für mathematik*. 2021.
10. Terletska K., Jung K.T., Maderich V., Kim K.O. Frontal collision of internal solitary waves of first mode. *Wave Motion*. 2018. Vol. 77, P. 229–242.

11. Terletska K.V. Modeling of gravity currents in oceans and inland reservoirs. *According to the materials of scientific report at the meeting of the Presidium of NAS of Ukraine: Visn. Nac. Akad. Nauk Ukr.*, Kyiv, 11 September 2019., Kyiv, P. 31–37.
12. Naradovyi V., Kharchenko D. Investigation of the energy of wave motions in a three-layer hydrodynamic system. *Waves in Random and Complex Media*, 2019. Vol. 31, No. 6, P. 1729–1748.
13. Weber J.E. H., Christensen K.H. On the singular behavior of the Stokes drift in layered miscible fluids. *Wave motion*. 2021. Vol. 102, 102712.
14. Наратовий В.В., Селезов І.Т., Авраменко О.В., Гуртовий Ю.В. Нелінійна взаємодія внутрішніх і поверхневих гравітаційних хвиль у двошаровій рідині з вільною поверхнею. *Математичні методи та фізико-механічні поля*. 2016. № 52(1), 72–83.

### INVESTIGATION OF WAVE MOVEMENTS IN THE THREE-LAYER HYDRODYNAMIC SYSTEM "LAYER WITH HARD BOTTOM – LAYER – LAYER WITH COVER"

Naradovyi V., Kharchenko D.

#### Abstract

Modeling of wave motions in stratified liquids of different types makes it possible to study similar wave processes in the ocean and predict their behavior.

The aim of this article is to study the problem of propagation of weakly nonlinear wave packets in a three-layer hydrodynamic system "layer with a hard bottom – layer – layer with a cover".

Using the method of multiscale developments, the first linear problem is obtained, the variance relation and two pairs of roots are derived. Expressions for the relations of amplitudes of deviations of contact surfaces corresponding to the roots of the dispersion equation are obtained. The dependence of amplitude relations on different physical parameters (thickness of upper and lower layers, wave number) when changing the thickness of lower and upper layers and densities of middle and upper layers is graphically illustrated and analyzed.

Graphs of the dependence of the ratios of the amplitudes  $a_1$  and  $a_2$  on  $h_1$  and  $h_3$  in all cases go to a certain limit value, regardless of changes in the densities of the middle and upper layers. However, if the ratios of the amplitudes  $a_1$  and  $a_2$  depend on  $h_1$ , the values of  $a_1$  and  $a_2$  increase to the limit value, and if the ratios of the amplitudes depend on  $h_3$ , they decrease.

Graphs of the dependence of  $a_1$  and  $a_2$  on the wave number show that in the case when  $\rho_2 = 0.9, \rho_3 = 0.85$  at different values of the thickness of the lower layer, the values of the amplitude ratios increase with decreasing wavelength. In other cases density changes values  $a_1$  and  $a_2$  decrease, approaching a certain limit value.

When the thickness of the upper layer  $h_3$  changes, the values of  $a_1$  and  $a_2$  at  $\rho_2 = 0.9, \rho_3 = 0.85$  also increase for capillary and gravitational waves. In other cases, after a certain number  $k$ , the values of  $a_1$  and  $a_2$  decrease, and in the region of capillary waves at large values of the wave number  $k > 8$ , the graphs for the corresponding values of the thickness  $h_3$  coincide, approaching zero. There are also cases of equality of absolute values of  $|a_1| = |a_2|$ .

The results of the study can be applied in oceanography, hydrodynamics, biomechanics, in some branches of shipbuilding.

**References**

- [1] Ankudinov N.O., Slepyshev A.A. (2021). Vertical Momentum Transfer Induced by Internal Waves in a Two-Dimensional Flow. *Fluid dynamics*. 56(3), 343-352. doi: 10.1134/S0015462821030022
- [2] Avramenko O., Lunyova M., Naradovyi V. (2017). Wave propagation in a three-layer semi-infinite hydrodynamic system with a rigid lid. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 5(5), 58-66. doi: 10.15587/1729-4061.2017.111941
- [3] Bianchini R., Dalibard A.L., Saint-Raymond L. (2021). Near-critical reflection of internal waves. *Analysis & PDE*. 14(1), 205–249. doi: 10.2140/apde.2021.14.205
- [4] Camassa R., Falqui G., Ortenzi G., Pedroni M., Ho T. T. V. (2021). Hamiltonian Aspects of Three-Layer Stratified Fluids. *Journal of nonlinear science*. 31(4), 70. doi: 10.1007/s00332-021-09726-0
- [5] Derzho O.G. (2021). Large amplitude capillary-gravity solitary waves in a stratified fluid sandwiched between two deep homogeneous layers. *CHAOS*. 31(6), 063104. doi: 10.1063/5.0047032
- [6] Du H., Wang S.D., Wang X.L., Xu J.N., Guo H.L., Wei G. (2021). Experimental investigation of elevation internal solitary wave propagation over a ridge. *Physics of fluids*. 33(4), 042108. doi: 10.1063/5.0046407
- [7] Kargbo O., Xue M.A., Zheng J.H., Yuan X.L. (2021). Multiphase sloshing dynamics of a two-layered fluid and interfacial wave interaction with a porous T-shaped baffle in a tank. *Ocean engineering*. 229, 108664. doi: 10.1016/j.oceaneng.2021.108664
- [8] Shan Z.D., Jing L.P., Zhang L., Xie Z.N., Ling D.S. (2021). Transient wave propagation in a multi-layered soil with a fluid surface layer: 1D analytical/semi-analytical solutions. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*. doi: 10.1002/nag.3253
- [9] Su D. (2021). Exact azimuthal equatorially trapped waves with centripetal force in modified equatorial beta-plane approximation and at arbitrary latitude. *Monatshefte für mathematik*. doi: 10.1007/s00605-021-01565-1
- [10] Terletska K., Jung K.T., Maderich V., Kim K.O. Frontal collision of internal solitary waves of first mode. *Wave Motion*. 2018. 77: 229. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.wavemoti.2017.12.006>
- [11] Terletska K.V. (2019). Modeling of gravity currents in oceans and inland reservoirs. *According to the materials of scientific report at the meeting of the Presidium of NAS of Ukraine: Visn. Nac. Akad. Nauk Ukr.*, 11 September 2019., P. 31–37.
- [12] Naradovyi V., Kharchenko D. (2019). Investigation of the energy of wave motions in a three-layer hydrodynamic system. *Waves in Random and Complex Media*, 31(6), 1729–1748. doi: 10.1080/17455030.2019.1699674
- [13] Weber J. E. H., Christensen K.H. (2021). On the singular behavior of the Stokes drift in layered miscible fluids. *Wave motion*. 102, 102712. doi: 10.1016/j.wavemoti.2021.102712
- [14] Naradovyi, V.V., Selezov, Y.T., Avramenko, O.V., & Hurtovyi, Yu. V. (2016). Neliniina vziaemodiia vnutrishnikh i poverkhnevnykh hravitatsiinykh khvyl u dvosharovii ridyny z vilnoiu poverkhneiu [Nonlinear interaction of internal and surface gravitational waves in a two-layer liquid with a free surface]. *Matematychni metody ta fizyko-mekhanichni polia - Mathematical methods and physical and mechanical fields*, 52(1), 72–83 [in Ukrainian].

DOI: 10.31319/2519-8106.1(46)2022.258352

UDK 519.664

V. Lytvynenko, Ph. D., Associate Professor

O. Ryazancev, Ph. D., Associate Professor

M. Gnatyk, Ph. D., Associate Professor

Dnipro State Technical University, Kamianske

## NUMERICAL METHODS OF INTEGRATING FUNCTIONS OF METROLOGICAL RELIABILITY OF MEASURING INSTRUMENTS

*The methods used in the integration of discrete-continuous functions of metrological reliability of measuring instruments (MI) are determined. The mathematical apparatus of recursive reliability functions is given, the peculiarities of integration of these functions are determined. Algorithms for implementing and estimating the accuracy of quadrature functions in calculating the metrological reliability of MI are considered.*

**Keywords:** metrological reliability, recursive functions, methods of numerical integration, accuracy of quadratures.

*Визначаються методи які застосовуються при інтегруванні дискретно-безперервних функцій метрологічної надійності засобів вимірювань (ЗВ). Приводиться математичний апарат рекурсивних функцій надійності, визначаються особливості інтегрування даних функцій. Розглядаються алгоритми реалізації і оцінки точності функцій квадратур при обчисленні метрологічної надійності ЗВ.*

**Ключові слова:** метрологічна надійність, рекурсивні функції, методи чисельного інтегрування, точність квадратур.

### Problem's formulation

The main mathematical apparatus of the theory of metrological reliability is the theory of random functions, probability theory and mathematical statistics. In the a priori analysis of reliability allow fully defined probabilistic characteristics of reliability. Establishing an analytical expression for the distribution of random variables allows you to determine the required reliability. The choice of theoretical model of failures determines the accuracy of quantitative estimates of reliability indicators. The distribution function, which is used as a model of failures, solves the following problem — the calculation of failure rates. The classical method of calculating the reliability of systems is to determine the characteristics of indicators of system reliability based on the use of fundamental theorems of probability theory. The probabilistic-physical method is based on the use of the probabilistic-physical model and considers many states of the system with continuous time. At the same time there is a problem of integration of discrete-continuous functions of metrological reliability.

### Analysis of recent research and publications

Mathematical and physical (in the sense of statistical distributions) failure distribution functions are universal and have an advantage over the classical integral distribution laws, but due to the fact that these functions are expressed through the Laplace integral and the integral of the form  $\int e^{-t^2} dt$  is not expressed through elementary functions, there are difficulties in obtaining both accurate and approximate analytical solution of a definite integral for functions  $p_{-,m,k}(t)$  — probability of MI operation without metrological failure and  $p_{,m,k}(t)$  — work of MI with metrological refusal at calculation  $t_1$  — time of faultless work. Application of some standardized approximations [1] of the func-

tion  $\Phi(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz$  allows you to approximate these functions in a limited range of values. Decomposition into a McLaren series, or trigonometric series, and finding the partial sum of a series,

finding the initial approximating function, and applying the integration apparatus in parts lead to cumbersome and inefficient calculations. Therefore, these techniques cannot be used to solve this class of problems. For example, the decomposition of the function  $f(x) = 0.5 \cdot (1 + \operatorname{erf}(x))$  in the McLaren series allows to approximate the studied function in a limited range of values  $x \in [-2, 2]$  in the neighborhood  $x = 0$ .

The use of polynomial approximation methods does not allow to approximate the function with high accuracy  $f(x)$  (Fig.1), but the superposition (convolution) of the product  $\{(1 - F_{DM_M}(t))R_A(t)\}$  of the subintegral function can be approximated with the minimum deviation (Fig. 2).

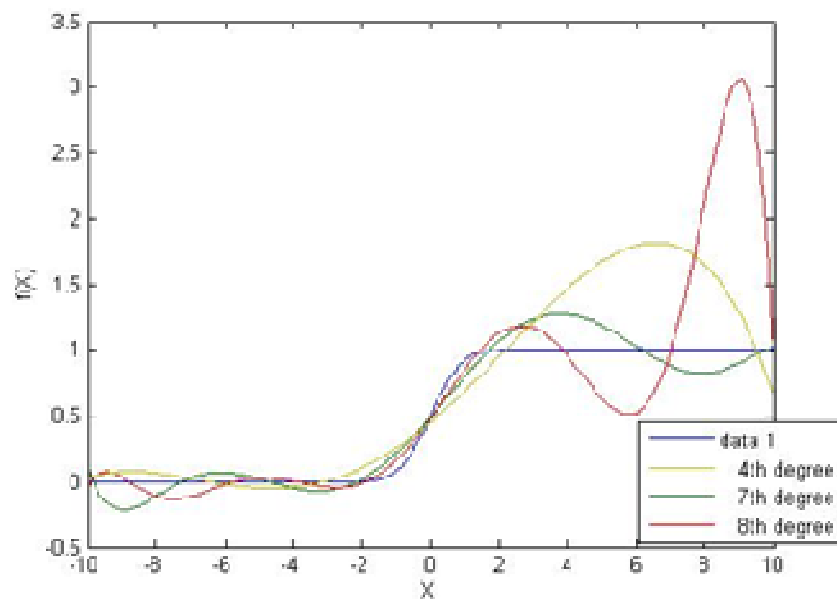


Fig. 1. Polynomial approximation by polynomials of 4th, 7th, 8th degree

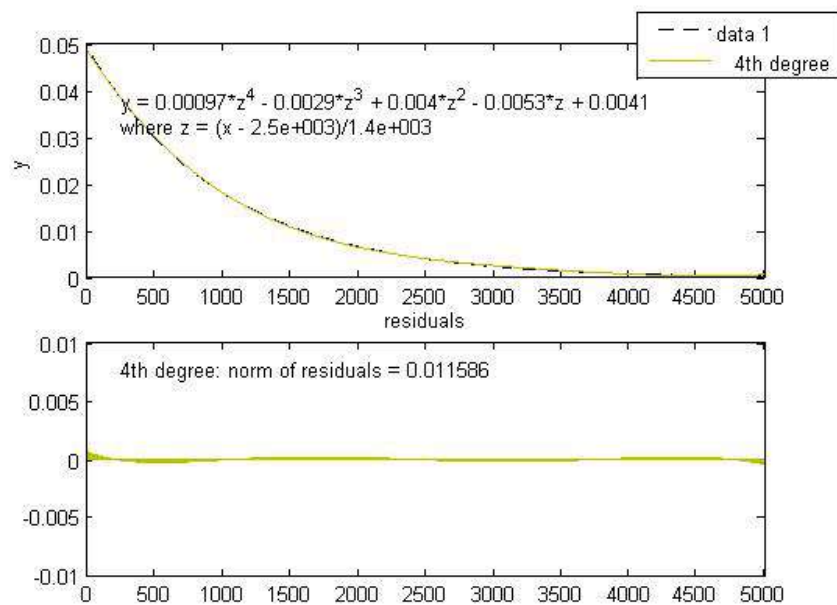


Fig. 2. Results of approximation of subintegral function  $\{(1 - F_{DM_M}(t))R_A(t)\}$  by polynomial of the 4th order and norm of deviation of result

The ineffectiveness of these approaches is explained as follows. These expressions are functions of many variables that depend on both time and the parameters of the metrological control which in turn are parameters of the laws of distribution of probability of failure (and some are set by the target production system); when varying these parameters, the shape of the approximating functions changes and it is necessary to calculate new polynomial coefficients for each case and obtain an approximate analytical solution of the integral to find the mathematical expectation of the total metrological control time without failures.

### Formulation of the study purpose

The aim of the article is to define analytical expressions for recursive functions of metrological reliability of MI. Taking into account the peculiarities of the subintegral function of the faultless operation of the MI, the substantiation of the choice and comparison of numerical integration methods, as well as the calculation of the accuracy of the algorithms for the implementation of quadrature functions.

### Presenting main material

We write the expressions for the functions  $p_{-m,k}(t)$  and  $p_{m,k}(t)$ , for the diffusion monotone distribution of the probabilities of metrological failures and for the exponential model of explicit failures in the following form

$$\left. \begin{aligned} p_{-m,k}(t)_{DM} &= p_{1DM,k} \cdot (1 - F_{DM,m}(t))R_{\mathcal{R}}(t); \\ p_{m,k}(t)_{DM} &= [p_{2DM} + p_{1DM,k} \cdot F_{DM,m}(t)]R_{\mathcal{R}}(t). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

where  $F_{DM,m}(t), R_{\mathcal{R}}(t)$  — the functions of the probabilities of metrological failure and work without explicit failures of the metrological control in the time interval  $\tau_n + kT_n \leq t < \tau_n + (k+1)T_n$ , respectively (verification time, verification number, verification period).

Recursive functions of probabilities of finding MI in states 1 and 2 (1 — MI is workable and used for its intended purpose; 2 — MI is used with metrological refusal) after  $k$  — its verification

$$\left. \begin{aligned} p_{1DM,k+1} &= p_{1DM,k} \cdot (1 - F_{DM,m}(T_n))R_{\mathcal{R}}(T_n)(1 - \alpha_n); \\ p_{2DM,k+1} &= [p_{2DM,k} + p_{1DM,k} \cdot F_{DM,m}(T_n)]R_{\mathcal{R}}(T_n)\beta_n. \end{aligned} \right\}; \quad (2)$$

for zero verification:

$$\left. \begin{aligned} p_{1DM,0} &= (1 - \beta_p)(1 - F_{DM,m}(\tau_n))R_{\mathcal{R}}(\tau_n)(1 - \alpha_n); \\ p_{2DM,0} &= [\beta_p + (1 - \beta_p)F_{DM,m}(\tau_n)]R_{\mathcal{R}}(\tau_n)\beta_n. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

(probability of error of the 1st kind, probability of error of the 2nd kind).

For convenience of calculations we will enter the following relative sizes:  $x = \frac{t}{T_m}$ ,  $x_n = \frac{T_n}{T_m}$ ,  $x_\tau = \frac{\tau_n}{T_m}$  (work on metrological refusal). Let's denote by  $Z_t = \frac{x-1}{v\sqrt{x}}$ ,  $Z_n = \frac{x_n-1}{v\sqrt{x_n}}$ ,  $Z_\tau = \frac{x_\tau-1}{v\sqrt{x_\tau}}$  (coefficient of variation). As a result, the following relations are valid for expressions (1—3)

$$\left. \begin{aligned} F_{DM,m}(t) &= \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{Z_t}{\sqrt{2}} \right) \right]; F_{DM,m}(T_n) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{Z_n}{\sqrt{2}} \right) \right]; \\ F_{DM,m}(\tau_n) &= \frac{1}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf} \left( \frac{Z_\tau}{\sqrt{2}} \right) \right]; R_{\mathcal{R}}(t) = e^{-\frac{t}{T_{\mathcal{R}}}}; R_{\mathcal{R}}(T_n) = e^{-\frac{T_n}{T_{\mathcal{R}}}}; R_{\mathcal{R}}(\tau_n) = e^{-\frac{\tau_n}{T_{\mathcal{R}}}}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

The parameter is the time for explicit refusal.

According to formula (4) we write the expression  $t_1$  for the DM-distribution of operating time on the metrological failure. To do this, introduce the following substitutions: denote by  $U_t = \frac{1-x}{v\sqrt{x}}$ ,

then the multiplier  $(1 - F_{DM.M}(t)) = \dot{\Phi}(U_t) = R_{DM.M}(t)$  — the probability of MI operation without metrological failures at the time  $t$ .

Given the behavior of reliability functions depending on the parameters of the metrological control and the results of the integration procedures of the above quadratures as the optimal algorithm

for calculating the function:  $f(t)_D = \int_{\tau_n + T_n}^{T_n + kT_n} (R_{D.M}(t)R_{\mathcal{R}}(t))dt$ , which is valid for both diffusion mod-

els (index D) the adaptive Gauss-Lobatto quadrature is chosen with an accuracy of  $10^{-6}$ .

To verify the validity of the obtained solutions using numerical integration methods to calculate the value  $t_1$ , we compared the results obtained for the adaptive Simpson and Gauss-Lobatto quadrature in the input diffusion models of metrological failures. Studies conducted for different values of metrological control parameters using a discrete-continuous operation model have shown the advantages of quadrature of Gaussian algebraic accuracy (reliability parameters for DM-distribution)  $T_{\mathcal{R}} = T_M = 10000\text{год.}$ ,  $v_M = 1$ .

In the process of research and configuration of the computational procedure of the MI reliability analysis module, a library of numerical quadrature programs was created. It includes the adaptive Simpson algorithm (degree of accuracy) and programs that implement three-point and ten-point Gauss-Legendre methods. Initially, these algorithms were implemented and tested as Matlab file functions for comparison with standard Matlab numerical integration procedures, which are based on algorithms developed by computer mathematics specialists Prof. Walter Gautschi and Walter Gander [2].

When choosing a quadrature method in addition to the behavior of this function, you need to consider the accuracy and speed of numerical solutions. Since this function is quite smooth and has (albeit cumbersome) expressions for high-order derivatives, we explore the possibility of applying quadratures based on the Gauss-Legendre method.

On the basis of the algorithms given in the works carried out in [3—5], adaptive quadratures based on 3 and 10-point interpolation of the Gaussian method are implemented. It is proposed to choose the following recursive algorithm as a basis for software implementation

$$S(X, Y, f) = \text{abs} \left( \frac{[Gauss(X, Z, f) + Gauss(Z, Y, f)] - Gauss(X, Y, f)}{Gauss(X, Y, f)} \right)$$

$$\text{gauss\_}m(X, Z, f) = [S(X, Y, f) < D \rightarrow Gauss(X, Y, f),$$

$$\text{else}$$

$$\text{gauss\_}m(X, Z, f) + \text{gauss\_}m(Z, Y, f);],$$

where  $G(X, Y, f)$  is the function for calculating the approximate value of the integral  $\int_X^Y f(x)dx$ ,

$m$  — selected quadrature method,  $D$  — integration threshold; first calculated  $G(X, Y, f)$ ,  $G(X, Z, f)$  and  $G(Z, Y, f)$ , where  $Z = 0,5(X + Y)$ .

The results of calculations and comparison of the accuracy of numerical integration functions for a set of test algebraic functions by Gauss-Lobatto (quadl) and adaptive Simpson quadrature (quad) — standard Matlab 7 functions, and author-modified procedures that implement three-point (gauss\_3) and ten ) Gauss-Legendre method. The criterion of accuracy (given relative error) in these examples is  $10^{-6}$ .

Comparison of the results of calculation of reliability indicators using Gauss-Legendre and Gauss-Lobatto algorithms showed that for engineering calculations it is recommended to use algorithms based on 3 and 10-point Gauss-Legendre method, and for Gauss-Lobatto research (tabl. 1, 2) [5].

Table 1. Comparison of the accuracy of quadrature algorithms

Quadrature functions	Test results on control examples		
	$I_1 = \int_0^4 13(x - x^2)e^{-\frac{3x}{2}}$	$I_2 = \int_1^6 2 + \sin(2\sqrt{x})dx$	$I_3 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 + x + 1)\cos(x)dx$
quadl	-1.548788372527948	8.183479207654349	2.038197427572023
quad	-1.548788476684941	8.183479195675837	2.038197433763133
gauss_3	-1.548788002258859	8.183479974070949	2.038198170813146
gauss_10	-1.548788422369362	8.183478567673465	2.038198060499660

Table 2. Comparison of the accuracy of Gaussian quadratures in calculating the integral

Coefficient of variation $v_M$	$T_n + kT_n$ $I = \int_{\tau_n + T_n} R_D(t)R_R(t)dt$	
	DM – metrological failure model	
	$\varepsilon_{m.gauss\_3}$	$\varepsilon_{m.gauss\_10}$
0,2	5.2189e-004	2.7016e-007
0,4	-0.0033	2.6547e-007
0,7	5.3990e-004	3.9050e-007
1,2	-0.0033	6.0549e-007

### Conclusions

The study of the accuracy of quadratures was carried out taking into account the change in the behavior of the function at possible values of the coefficient of variation, which allows to assess the accuracy and reliability of the developed algorithms when calculating reliability. To reduce the errors of the numerical result, it is recommended to increase the accuracy of the integration threshold and the limits of calculation of recursive series of the discrete-continuous model.

### References

- [1] Lytvynenko, V.A. (2013). Analiz pokaznykiv nadiynosti sukupnosti zasobiv vymiriuvanoi tekhniki v umovath shirokogo promyslovogo zastosyvania [Analysis of reliability indicators of the set of measuring equipment in terms of wide industrial application]: *Extended abstract of candidate's thesis*. Kyiv:NTUU «KPI» [in Ukrainian]
- [2] Kiusaless, J. (2005). Numerical methods in engineering with Matlab. New York: Cambridge University Press.
- [3] Kalechman, M. (2009). Practical Matlab applications for engineers. New York: Published by Pearson Education Inc. CRC Press.
- [4] Gander, W., & Gautschi, W. (2000). Adaptive quadrature — revisited. *BIT*, Vol.40, pp. 84–101.
- [5] Lytvynenko V.A. (2012). Deiaki pytania modeliuvania protsesy ekspluatatsii i metrologichnogo obslugovuvania zasobiv vymiriuvanoi tekhyky pry optymizatsii metrologichnogo kontroliu [Some issues of modeling the process of operation and metrological maintenance of measuring equipment in the optimization of metrological control] *Matematychno modelyvania — Mathematical modeling*, 1, 70–75. [in Ukrainian]



## ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ ІНТЕГРУВАННЯ ФУНКЦІЙ МЕТРОЛОГІЧНОЇ НАДІЙНОСТІ ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАНЬ

Литвиненко В.А., Рязанцев О.В., Гнатюк М.О.

### Реферат

Математичним апаратом теорії метрологічної надійності є теорія випадкових функцій, теорія ймовірності і математична статистика. Встановлення аналітичного виразу функцій розподілення випадкових величин дозволяє визначити необхідні показники надійності. Вибір теоретичної моделі відмов визначає точність кількісних оцінок показників надійності. Функція розподілу, яка застосовується в якості моделі відмов вирішує наступну задачу – розрахунок показників безвідмовності. Метод розрахунку надійності систем полягає в визначенні характеристик показників надійності систем заснований на використанні фундаментальних теорем теорії ймовірності. Ймовірнісно-фізичний метод заснований на використанні ймовірнісно-фізичної моделі і розглядає множину станів системи з безперервним часом. При цьому виникає проблема інтегрування дискретно-безперервних функцій метрологічної надійності.

В статті розглянуті обчислювальні методи інтегрування дискретно-безперервних функцій метрологічної надійності. Приведено рекурсивні функції математичної теорії надійності і методи інтегрування даних функцій. Розроблені алгоритми і проведено порівняльний аналіз з оцінкою точності функцій квадратур з врахуванням зміни поведінки функції при можливих значеннях коефіцієнта варіації. При цьому враховується швидкість операцій чисельного розв'язку. Для зменшення похибок чисельного результату рекомендується збільшувати точність порогу інтегрування і границі обчислення рекурсивних рядів дискретно-безперервної моделі. Для інженерних розрахунків рекомендується застосовувати алгоритми на основі методу Гаусса-Лежандра, а для наукових досліджень Гаусса-Лобатто.

### Література

1. Литвиненко В.А. Аналіз показників надійності сукупності засобів вимірювальної техніки в умовах широкого промислового застосування: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.01.02. Київ, 2013. 20 с.
2. Kiusaless J. Numerical methods in engineering with Matlab: New York. Cambridge University Press, 2005. 421 p.
3. Kalechman M. Practical Matlab applications for engineers : Published by Pearson Education Inc. New York : CRC Press, 2009. 671 p.
4. Gander W., Gautschi W. Adaptive quadrature — revisited. *BIT*, Vol.40, 2000, pp. 84–101.
5. Литвиненко В.А. Деякі питання моделювання процесу експлуатації і метрологічного обслуговування засобів вимірювальної техніки при оптимізації метрологічного контролю. *Математичне моделювання*. 2012. Вип. 1(26). С. 70–75.

DOI: 10.31319/2519-8106.1(46)2022.258353

УДК 519.233, 519.245

**В.І. Авраменко**, к.т.н., доцент, avicx@i.ua

**В.О. Стросьва**, к.ф.-м.н., доцент, vikastroeva@ukr.net

Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

## СТАТИСТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ СТЕПЕНЕВИХ РОЗПОДІЛІВ

*З використанням методів статистичного моделювання досліджено параметри розподілу випадкових променів над прямою та площиною. Показано, що введені степеневі розподіли дозволяють більш точно врахувати особливості розподілу джерела чи властивостей середовища.*

**Ключові слова:** випадкові промені, степеневі розподіли.

*Using the methods of statistical modeling, the parameters of distribution of random rays over the line and plane were studied. It is shown that the power distributions introduced allow you to more accurately take into account the peculiarities of the distribution of the source or properties of the environment.*

**Keywords:** random rays, power distributions.

### Постановка проблеми

Задачі про розподіл випадкових променів і хорд часто розглядалися в різній інтерпретації [1, с.39, с.107], що приводило неодноразово до “парадоксів” [2]. В той же час для чітко сформульованих моделей можна отримати однозначні результати. Для простих геометричних тіл нами раніше отримані аналітичні чи статистичні розподіли параметрів — для сфери [3] і кубу [4]. Нижче розглянуто особливості розподілу випадкових променів в загальному випадку розташування джерела променів над віссю і над площиною.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Для моделі точкового джерела з рівномірним на інтервалі  $(-\pi/2, \pi/2)$  розподілом променів отримано вираз розподілу абсцис перетину випадкового променів з прямою у вигляді розподілу Коші з параметром  $a$  [5, с. 73]. Нами раніше було розширено клас розподілів від точкового джерела до розподілу Стьюдента з дробовим аргументом [7] і досліджено властивості сімейства  $a$ -розподілів. В подальшому групу степеневих розподілів було поширено на випадок джерела над площиною [9]. Введення груп степеневих розподілів було виконано з чисто формальних позицій. На основі цього з'явився інтерес провести дослідження законів розподілу випадкових променів з точкового джерела при різних властивостях джерела чи середовища, через яке проходять промені. Нижче методами статистичного моделювання показано, що конкретним моделям відповідають степеневі розподіли з різними параметрами.

### Формулювання мети дослідження

Метою роботи є дослідження статистичними методами параметрів розподілу координат перетину випадкових променів з екраном від точкового джерела шляхом використання введених раніше розподілів із щільністю виду  $f(x) = C_{k,a} \cdot (1 + x^2/a^2)^{-k}$  на осі і над площиною  $f(x,y) = C_{k,h} \cdot (1 + x^2/h^2 + y^2/h^2)^{-k}$ . Отримані результати узгоджуються з теоретичними викладками для розглянутих моделей.

### Виклад основного матеріалу

**Група  $a$ -розподілів.** При введенні розподілу Коші з параметром  $a$  було зроблено припущення про рівномірний закон розподілу кутів променів з джерела на інтервалі  $(-\pi/2, \pi/2)$ . При цьому припускається, що інтенсивність джерела є рівномірною і енергія джерела досить велика або середовище, через яке проходять промені, є абсолютно прозорим. В інших випадках закон розподілу проєкцій променів буде дещо іншим. Введене в роботі [7] розширення групи степеневих розподілів може врахувати ці обмеження, що робить  $a$ -розподіли більш універсальними.

Аналітичний вираз щільності розподілу для групи  $a$ -розподілів записується у вигляді

$$f(x) = \frac{c_k}{a} (1 + (x/a)^2)^{-k} \quad a > 0, k > 0,5, \quad -\infty < x < \infty, \quad (1)$$

де оцінений статистично множник  $c_k = 0,0336 + 0,6577 \cdot \ln(k + 0,500)$ ,  $R^2 = 0,996$ . При рівномірному на інтервалі  $(-\pi/2, \pi/2)$  розподілі променів з джерела  $k = 1$ ,  $c_k = 1/\pi$  і має місце розподіл Коші. На рис. 1 наведені графік приведених відносних частот розподілу Коші, обчислений за інтегральною функцією розподілу [5], і гістограма результатів статистичного моделювання, параметр  $a = 1$ . Результати статистичного моделювання адекватні теоретичній кривій. В подальшому при порівнянні різних моделей наводяться обвідні статистичних гістограм як більш інформативні, ніж гістограми.

При відмінному від рівномірного законі розподілу кутів променів з джерела і незмінному параметрі  $a$  закон розподілу абсцис перетину променів з прямою суттєво міняється. На рис. 2 наведені графіки відносних частот, коли промені розподілені на інтервалі  $(-\pi/2, \pi/2)$ , але за нормальним законом розподілу Гауса з параметрами  $(0, \pi/4)$  та  $(0, \pi/6)$  (тут і далі  $a = 1$ ). Апроксимація методом найменших квадратів (МНК) отриманих статистичних розподілів степеневими показала, що з коефіцієнтом детермінації  $R^2 = 0,98$  модельні і регресійні криві практично співпадають. Значення параметру  $k$  можна оцінити як по максимальному значенню відносної частоти  $w(0)$  за формулою  $k_1 = \exp\left(\frac{w(0) - 0,0336}{0,6577}\right) - 0,5$ , так і з використанням всіх значень приведених відносних частот на інтервалі  $(-3, 3)$ , коли величина  $k_2$  визначається МНК при фіксованому  $a$ . Зокрема, для розподілу променів за законом Гауса з параметрами  $(0, \pi/4)$  отримані значення  $k_1 = 1,50$  і  $k_2 = 1,49$ , для розподілу променів з параметрами  $(0, \pi/6)$  отримано  $k_1 = 2,34$ ,  $k_2 = 2,36$ . В той же час апроксимація статистичних розподілів нормальним не дозволяє отримати коефіцієнт детермінації  $R^2$  більшим за 0,50, що є мало прийнятним.



Рис. 1. Порівняння розподілів

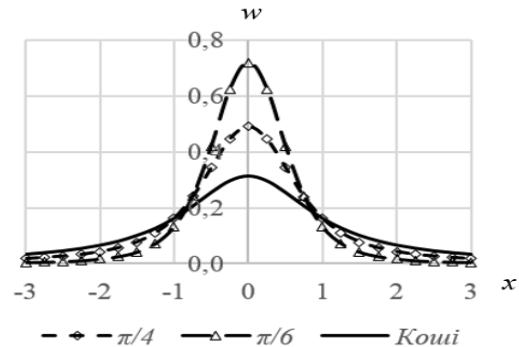


Рис. 2. Розподіли при нерівномірній щільності джерела

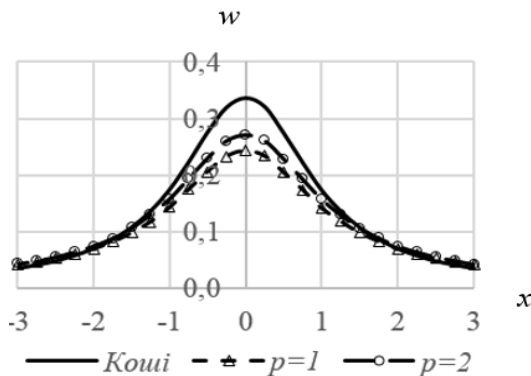


Рис. 3. Розподіли при антимодальній щільності джерела

Отже, можна зробити висновок, що при збільшенні локалізації розподілу променів з джерела параметр  $k$  апроксимуючого степеневого розподілу збільшується. Ця властивість підтверджується моделями з “антимодальним” розподілом напрямків променів з джерела (симетричний розподіл, щільність якого має вид  $f(x) = c_{p,q}(p + qx^2)$  з мінімумом при  $x = 0$ ). Результати наведені на рис. 3,  $q = 1$ . Модельна крива більш згладжена у порівнянні з розподілом Коші, і отримані такі значення: при  $p = 1$   $k_1 = 0,875$  ( $k_2 = 0,89$ ), при  $p = 2$   $k_1 = 0,93$  ( $k_2 = 0,96$ ), тобто в обох випадках  $k < 1$ .

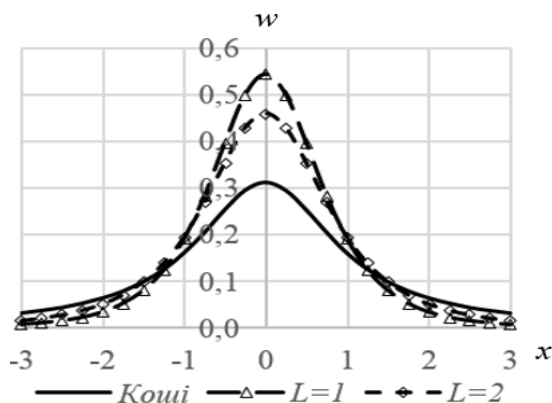


Рис. 4. Розподіли при непрозорому середовищі

Інше припущення при введенні розподілу Коші з параметром  $a$  — абсолютна прозорість середовища, коли всі промені досягають екрану. Було розглянуто модель рівномірного розподілу напрямків променів на інтервалі  $(-\pi/2, \pi/2)$ , коли довжина променів розподілена за показниковим законом  $f(l) = \lambda \cdot \exp(-\lambda \cdot l)$   $0 < l < \infty$  з середнім значенням  $L = 1/\lambda$ . На рис. 4 наведені результати моделювання, всі графіки статистичних частот більш локалізовані у порівнянні з розподілом Коші. Апроксимація степеневими розподілами показала, що при  $L = 2$  величини параметру розподілу  $k_1 = 1,41$  ( $k_2 = 1,44$ ) і при  $L = 1$   $k_1 = 1,67$  ( $k_2 = 1,71$ ). Таким чином, чим менше прозорість середовища, тим більше розподіли проекцій променів відрізняються від розподілу Коші.

**Група степеневих  $h$ -розподілів на площині.** Степеневі розподіли променів над площиною були введені за аналогією з  $a$ -розподілами, без розгляду конкретної моделі. Для щільності розподілу абсцис точок перетину випадкових променів з площиною від джерела на відстані  $h$  від площини запропоновано формулу

$$f(x, y) = \frac{k-1}{\pi \cdot h^2} \cdot \left(1 + \left(\frac{x}{h}\right)^2 + \left(\frac{y}{h}\right)^2\right)^{-k} \quad k > 1, \quad -\infty < x, y < \infty. \quad (2)$$

При статистичному моделюванні рівномірного у півпросторі  $z < 0$  розподілу променів є кілька можливих алгоритмів. Можна вважати розподіл рівномірним у півпросторі, якщо він забезпечує однакову ймовірність на кожному елементі поверхні сфери  $\Delta s = \Delta u \cdot \Delta v$  радіусу, для визначеності,  $R = 1$ , де  $\Delta u$  — довжина дуги по горизонталі (“по паралелі”),  $\Delta v$  — розмір дуги по вертикалі (“по меридіану”). Рівномірність розподілу значень  $\Delta u$  забезпечується рівномірним розподілом на інтервалі  $(-\pi, \pi)$  полярного кута  $\varphi$ , для чого достатньо генерувати послідовності незалежних  $x$  і  $y$ , рівномірно розподілених на інтервалі  $(-1, 1)$  і враховувати тільки ті пари чисел точки  $N$ , які задовольняють умові  $x_N^2 + y_N^2 < 1$ .

Дещо складніше забезпечити однакову ймовірність влучення на інтервал  $\Delta v$ . Площа поверхні шарового поясу пропорційна його висоті  $\Delta h$ , яка пов'язана з елементом поверхні сфери  $\Delta v$  формулою  $\Delta h = \Delta v \cdot \sin \theta$ , де  $\theta$  — широта елемента  $\Delta s$ , тобто полярний кут  $\theta$  між віссю апікат і напрямом на елемент  $\Delta s$ ,  $\theta \in (0, \pi/2)$ . Усі промені виходять з центру сфери (джерела променів), і моделі можуть відрізнятися між собою алгоритмом вибору точки  $M$ , через яку проходять промені. Якщо точки  $M$  вибирати на перетині променів з рівномірно розподіленими кутами  $\theta$  з поверхнею сфери, то не враховується нелінійність залежності між  $\Delta h$  та  $\Delta v$ . Якщо координати точки  $M$  вибирати на поверхні сфери з координатами  $z_M = \sqrt{1 - (x_N^2 + y_N^2)}$ , то за результатами статистичного моделювання отримано, що щільність розподілу кута  $\theta$  описується формулою  $f(\theta) = \sin(2\theta)$ ,  $0 < \theta < \pi/2$ . Нарешті, якщо точки  $M$  заповнюють весь об'єм сфери, то отримано розподіл кутів  $\theta$  зі щільністю  $f(\theta) = \sin \theta$ ,  $0 < \theta < \pi/2$ . Саме таке співвідношення відповідає залежності між висотою шарового поясу  $\Delta h$  та елементом поверхні сфери  $\Delta v$ . Тому такий алгоритм був використаний при статистичному моделюванні.

Моделювався розподіл точок  $M$  у півкулі радіусом  $R = 1$  з центром в точці джерела променів,  $x_N$  і  $y_N$  є випадкові числа, рівномірно розподілені на інтервалі  $(-1, 1)$ , а  $z_M$  рівномірно розподілено на інтервалі  $(0, 1)$ . Використовуються тільки ті трійки координат, які задовольняють умові  $z_M^2 + x_N^2 + y_N^2 < 1$ . Через ці точки проводились промені з центру півкулі і обчислювались координати  $(x_i, y_i)$  їх перетину з площиною на відстані  $h$  від джерела. Результати моделювання засвідчили, що максимальне значення частоти, у відповідності до формули (2), обе-

рнено пропорційно квадрату величини  $h$ , а відносні частоти обернено пропорційні квадрату величини кроку обчислення гістограм.

Не було очевидним, яке значення матиме параметр  $k$  при рівномірному розподілі променів з джерела. Аналіз результатів статистичного моделювання  $h$ -розподілів дозволив оцінити значення параметру  $k$  для прийнятої моделі рівномірного розподілу променів з джерела.

В табл. 1 для різних величин  $h$  наведені значення  $k_1$ , отримані з використанням максимального значення  $k_1 = 1 + w(0,0) \cdot \pi \cdot h^2$ , і значення  $k_2$ , отримані МНК з використанням приведених статистичних частот  $w(x, 0)$  на осьовому перетині на інтервалі  $(-3, 3)$ . Дані статистично стабільні і можна прийняти, що розподілу координат перетину променів при рівномірному в півпросторі розподілі променів відповідає значення параметру  $k = 1,50 = 3/2$  у формулі (2).

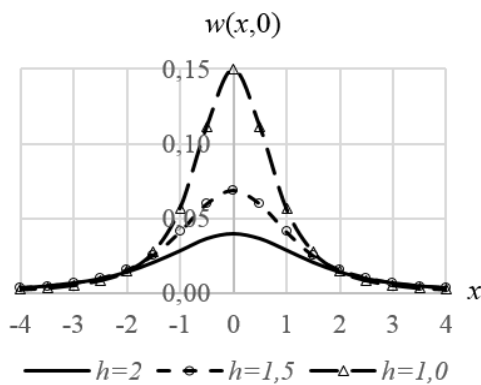


Рис. 5. Графіки осьових перетинів при рівномірному розподілі

статистичному моделюванні та з використанням інтегральної функції  $F(x, y)$  для степеневого  $h$  — розподілу (при виведенні формули прийнято  $k=1,5$ ).

$$F(x, y) = \frac{1}{2\pi} \left( \arctan \frac{x \cdot y}{h\sqrt{h^2 + x^2 + y^2}} + \arctan \frac{x}{h} + \arctan \frac{y}{h} \right) + \frac{1}{4} \quad -\infty < x, y < \infty. \quad (3)$$

Можна відмітити дещо незвичне положення графіків відносно один до одного: для одновимірних розподілів площі під графіками відносних частот повинні бути однаковими, в той час як для двовимірних симетричних розподілів мають бути однаковими об'єми конічних тіл з твірною  $w(x, 0)$ . Дійсно, суми всіх відносних частот на площині на інтервалі  $-10 < x < 10$ ,  $-10 < y < 10$  для кожної моделі близькі до 1.

Для степеневих  $h$ -розподілів також актуальним є питання про залежність параметрів розподілу від впливу нерівномірності розподілу з джерела чи обмеженої прозорості середовища.

На рис. 6, 7, 8 наведені графіки осьових перетинів приведеної статистичної щільності розподілів для різних моделей розподілу променів з джерела, у всіх випадках  $h = 2$ , крок фіксації значень частоти  $\Delta x = 0,5$ .

При нормальному двовимірному розподілі променів з джерела (рис. 6) криві більш локалізовані в порівнянні з рівномірним розподілом і отримані такі значення параметру  $k$ :

при  $S_x = S_y = 0,8$  величини  $k_1 = 1,65$  ( $k_2 = 1,64$ );

при  $S_x = S_y = 0,5$  величини  $k_1 = 1,96$  ( $k_2 = 1,91$ ).

(Нагадаємо, що для рівномірного у півпросторі джерела значення  $k$  близькі до 1,50). Слід відмітити, що при нормальному розподілі променів з джерела розподіл координат суттєво відрізняється від двовимірного нормального розподілу, коефіцієнт детермінації  $R^2$  не перевищує 0,60, в той час як при апроксимації  $h$ -розподілом  $R^2 = 0,995$ .

Таблиця 1. Значення параметру  $k$  для різних  $h$

$h$	1	1,5	2	3	4	5
$k_1$	1,492	1,486	1,493	1,498	1,503	1,503
$k_2$	1,494	1,492	1,495	1,499	1,501	1,499

На жаль, графічне зображення поверхонь  $w(x, y)$  не є ілюстративним, тому обмежимося графіками приведеної статистичної частоти по осьовому перетину. На рис. 5 наведені такі графіки при рівномірному розподілі променів з джерела для різних  $h$ . Обчислені значення  $k$  наведені в табл. 1. Про адекватність прийнятої моделі, яка представляє рівномірний розподіл променів у півпросторі, свідчить повне співпадіння частот, обчислених при статистичному моделюванні та з використанням інтегральної функції  $F(x, y)$  для степеневого  $h$  — розподілу (при виведенні формули прийнято  $k=1,5$ ).

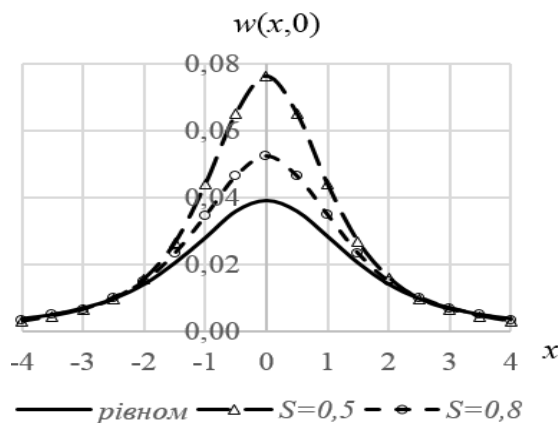


Рис. 6. Осьові перетини при нормальному розподілі променів

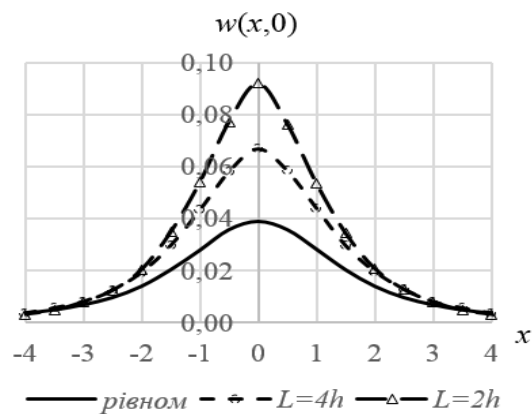


Рис. 7. Осьові перетини при різній довжині променів

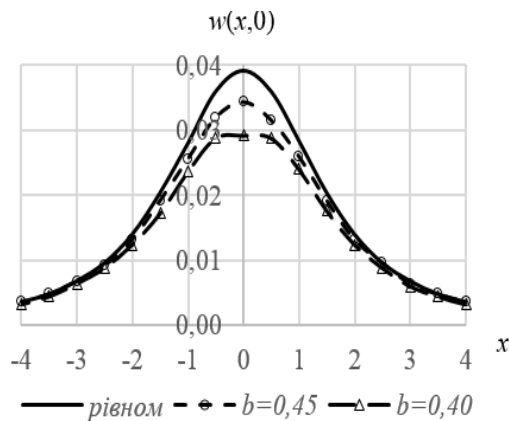


Рис. 8. Осьові перетини для джерела з антимодальним розподілом

при  $b = 0,45$  величини  $k_1 = 1,43$  ( $k_2 = 1,44$ );  
 при  $b = 0,40$  величини  $k_1 = 1,37$  ( $k_2 = 1,39$ ).

В той же час виконана МНК обробка результатів статистичного моделювання при одночасному знаходженні обох параметрів розподілу —  $k$  і  $h$  (як і  $k$  та  $a$ ) — показала, що коефіцієнт детермінації завжди зростає і складає  $R^2 \approx 0,99$ , однак внаслідок особливостей рельєфу цільової функції результативні значення параметрів  $a$  та  $h$  важко піддаються інтерпретації.

### Висновки

В цілому методами статистичного моделювання підтверджено, що степеневі розподіли можуть краще відображати особливості розподілів променів з джерела для різних моделей. Оцінено степінь залежності параметрів розподілу від моделей — чим більша локалізація, тим більше значення показника степеню  $k$  при фіксованому  $h$  чи  $a$ .

Окремої уваги заслуговує в подальших дослідженнях факт аналогії математичних формул, які описують розподіл координат перетину випадкових променів з екраном і розподіл значень вертикальної складової сили тяжіння як для плоскої, так і для просторової моделей.

Аналогічна картина має місце для непрозорого середовища, коли не всі промені досягають екрану (рис. 7). Як і для  $a$ -розподілів, використана модель рівномірного у півпросторі розподілу променів, довжини яких мають показниковий розподіл з середнім значенням  $L$  (нагадаємо, розглядаються моделі  $h = 2$ ). За результатами статистичного моделювання розподіли більш локалізовані і для параметру  $k$  отримані такі значення:

при  $L = 4h$  величини  $k_1 = 1,73$  ( $k_2 = 1,83$ );  
 при  $L = 2h$  величини  $k_1 = 2,16$  ( $k_2 = 2,12$ ).

На рис. 8 наведені графіки осьових перетинів для джерела з антимодальним розподілом  $f(r) = C_b(b + (1 - 2b) \cdot r)$ , де  $r \in (0, 1)$ . Як і для  $a$ -розподілів, криві статистичних частот більш згладжені у порівнянні з розподілом для рівномірного джерела, а параметр  $k$  розподілу менше стандартного  $k = 1,5$ :

### Список використаної літератури

1. Сборник задач по математике для вузов. Специальные курсы. / Э. А. Вуколов, А. В. Ефимов, В. Н. Земсков и др. М.: Наука, 1984. 608 с.
2. Секей Г. Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике. / Г. Секей, пер. с англ. М.: Мир, 1990. 240 с.
3. Строева В. О., Авраменко В. І. Дослідження розподілу випадкових хорд у сфері. *Математичне моделювання*, № 2 (39), Кам'янське, Україна, 2018. С. 30–36.
4. Строева В. О., Авраменко В. І. Куб у полі випромінювання. *Математичні проблеми технічної механіки та прикладної математики* : зб. тез доп. наук.-практ. конф., м. Дніпро, Кам'янське, Україна. 2019. С. 29–31.
5. Теория вероятностей и математическая статистика. / И. И. Гихман, А. В. Скороход, М. И. Ядренко – 2-е изд. К.; Высш. шк. 1988. 439 с.
6. Авраменко В. І., Карімов І. К. Теорія ймовірностей і математична статистика: навч. посіб. Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2009. 254 с.
7. Авраменко В.І., Строева Г.В. Властивості сімейства  $a$ -розподілів. *Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем (МПЗІС-2020)*. Дніпро, Україна, 2020. 288 с.
8. Михайлов Г. А., Войтишек А. В. Численное статистическое моделирование: методы Монте-Карло. М.: 2006. – 212 с.
9. Авраменко В.І., Строева Г.В. Властивості степеневих розподілів на площині. *Проблеми математичного моделювання*. Матеріали всеукр. наук.-метод. конф. Кам'янське, Україна, 2021. С. 59–61.

### STATISTICAL STUDY OF THE PROPERTIES OF POWER DISTRIBUTIONS

**Avramenko V., Stroieva V.**

#### **Abstract**

The laws of distribution of random rays to the screen from a point source are investigated by statistical methods. The previously introduced [1, 2] distributions from the group of power species were used  $f(x) = C_{k,a} \cdot (1 + x^2/a^2)^{-k}$  and  $f(x, y) = C_{k,h} \cdot (1 + x^2/h^2 + y^2/h^2)^{-k}$  for the case on the axis and on the plane, respectively.

It has been shown that the use of power distributions allows more accurately describing the laws of distribution of projection coordinates for different models of ray distribution from the source or properties of the environment through which rays pass.

For a source over a line in the case of uniform distribution of rays from the source, the law of the Cauchy distribution ( $k = 1$ ) is true, for more complex models it is proposed to use  $a$ -distributions. They can be considered an extension of the Student distribution, including fractional values of parameters.

For sources above the plane,  $h$ -distributions of the power type are entered. It is shown that even in half the space of ray distribution from the source corresponds to the distribution of the coordinates of rays in the plane at a distance of  $h$  with a power of  $k = 1.5$ .

Statistical modeling methods estimated that in cases of distribution more localized compared to uniform, during approximation of statistical distribution significantly increases the value of the parameter  $k$  power distribution. Similar conclusions are obtained for the case of a not quite transparent environment, when not all rays reach the screen: the shorter the rays, the greater the parameter  $k$  of the appraising distribution.

**Referencer**

- [1] Vukolov, E.A., Efimov, A.V., Zemskov, V.N., Zolotariov, I.U.G., Karakulin, A.F., Pospelov, A.S., et al. (1984). *Sbornik zadach po matematike dlia vtuzov. Specialnie kursi [Collection of problems in mathematics for higher education institutions. Special courses]*. M.: Nauka, [in Russian].
- [2] Sekey G. (1990). *Paradoksi v teorii veroiatnostej i matematicheskoj statistike [Paradoxes in probability theory and mathematical statistics]*. / trans. from English. M.: Mir, [in Russian].
- [3] Stroieva V.O., Avramenko V.I. (2018). Doslidshennia rozpodilu vipadkovih hord v koli. [Research of distribution of random chords in the sphere]. *Matematichne modeljuvannja – Mathematical Modeling*, № 2 (39), Kamyanske, Ukraine, 30–36 [in Ukrainian].
- [4] Stroieva V.O., Avramenko V.I. (2019). Kub v poli viprominjuvannja [Cube in the field of radiation]. *Matematichni problem tehnicnoi mehaniki ta prikladnoi matematiki – Mathematical problems of technical mechanics and applied mathematics*. Conference materials. (p.p. 29–31), Dnipro, Kamyanske, [in Ukraine].
- [5] Gikhman, I.I., Skorokhod, A.V., Yadrenko, M.I. (1988). *Teorija verojatnostej i matematicheska ja statistika [Probability theory and mathematical statistics]*. 2nd out. – K.; Vyshcha shk. [in Russian].
- [6] Avramenko V.I., Karimov I.K. (2009). *Teorija imovirnosti i matematichna statistika [Probability theory and mathematical statistics]*. Textbook. manual. Dniprodzerzhynsk: DSTU, [in Ukraine].
- [7] Avramenko V.I., Stroieva G.V. (2020). Vlastivosti simejstva  $a$ -rozpodiliv [Properties of the family of  $a$ -distributions]. *Matematichne i programne zabezpechennja intelektualnih sistem – Mathematical and software of intelligent systems (MPZIS-2020)*. (pp.19-20). Dnipro. [in Ukraine].
- [8] Mikhailov G.A., Voytyshek A.V. (2006). *Chislennoe statisticheskoe modelirovanie: metodi Monte-Karlo [Numerical statistical modeling: Monte Carlo methods]*. M. [in Russian].
- [9] Avramenko V.I., Stroieva G.V. (2021). Vlastivosti stepenevih rozpodiliv na ploschini [Properties of power distributions on the plane]. *Problemi matematichnogo modeljuvannja – Problems of mathematical modeling – Materials all-Ukrainian scientific method conf.* (pp. 59–61) Kamyanske, Ukraine. [in Ukraine].



# МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ В ТЕХНОЛОГІЇ КОНСТРУКЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ



DOI: 10.31319/2519-8106.1(46)2022.258355

УДК 621.391

**О.В. Рязанцев**, к.ф.-м.н., доцент, oryazancev@dstu.dp.ua, ORCID: 0000-0002-7253-5966

**М.В. Кулик**, к.т.н., доцент, kulik@internic.ua, ORCID: 0000-0002-5375-7168

**О.М. С'янов**, д.т.н., професор, alexandr.sianov@gmail.com, ORCID: 0000-0003-4120-4926

Дніпровський державний технічний університет, м. Кам'янське

## ІМПУЛЬСНЕ ТРАКТУВАННЯ ЕФЕКТІВ ДОПPLERA СТОСОВНО РАДІОЛОКАЦІЇ

*У роботі вирішена актуальна наукова задача, яка полягає в розробці математичної моделі розрахунку ефекту Допплера з використанням принципу збереження обсягу імпульсної послідовності в різних системах відліку «об'єкт — радіолокаційна станція». Отримано перетворення Лоренца, як геометричне середнє для наближення та віддалення об'єкта від радіолокаційної станції, а також отримана геометрична інтерпретація взаємозв'язку поперечного та поздовжнього ефекту Допплера. Запропонована методика дозволяє визначати не тільки радіальну, а і повну швидкість руху об'єктів відносно радіолокаційної станції.*

**Ключові слова:** радіолокаційна станція, ефект Допплера, спеціальна теорія відносності, імпульсна послідовність.

*The work has solved an urgent scientific problem, which consists in the development of a mathematical model of Doppler effect with use of the principle of preservation of volume of pulse sequence in various reference systems "object — radar station". The Lorentz transformation is obtained as a geometric mean for approaching and moving the object away from the radar station, and a geometric interpretation of the relationship between the transverse and longitudinal Doppler effects is obtained. The proposed method allows to determine not only the radial but also the total speed of objects relative to the radar station.*

**Key words:** radar station, Doppler effect, special theory of relativity, pulse sequence.

### Постановка проблеми

Активні радіолокаційні системи (РЛС) дозволяють визначати швидкість руху об'єктів за допомогою ефекту Допплера (ЕД). При цьому зазвичай визначається радіальна компонента швидкості, що збігається за напрямком з радіус-вектором, проведеним від РЛС до об'єкту, а відповідний ЕД називають поздовжнім. Для отримання виразу доплерівського частотного зсуву в разі електромагнітних хвиль зазвичай користуються рівнянням плоскої хвилі і формалізмом спеціальної теорії відносності (СТВ), причому, як і для пружних хвиль, фактором, що викривляє інформацію в каналі зв'язку «РЛС-об'єкт» є відносна швидкість їх руху. Тому актуальною науковою проблемою є одночасне визначення радіальної та тангенціальної компонент луна-сигналу.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Зондувальний сигнал РЛС і, відповідно, луна-сигнал найчастіше мають вигляд коротких радіоімпульсів, тому представляє інтерес розглянути зміну параметрів саме таких сигналів при переходах між системами відліку спостерігача (наприклад, РЛС) і об'єкта. Крім того, як буде показано нижче, такий розгляд дозволяє просто і наочно проявити суть ЕД обох типів — поздовжнього і поперечного не вдаючись до використання СТВ ( см. наприклад [1, 2]).

В даному випадку зручно ввести радіус-вектор  $\vec{R}$ , проведений від центру координат до джерела випромінювання, тоді вектор швидкості джерела, за визначенням  $\vec{v} = d\vec{R}/dt$ , і якщо радіус-вектор представити як добуток його модуля на власний орт, тобто  $\vec{R} = R \cdot \vec{e}_R$ , то отримаємо

$$\vec{v} = \frac{d}{dt} \left( R \cdot \vec{e}_R \right) = \frac{dR}{dt} \cdot \vec{e}_R + R \cdot \frac{d\vec{e}_R}{dt}. \quad (1)$$

Перший доданок визначає швидкість деформації радіус-вектора, а в нашому випадку — зміни відстані між випромінювачем і приймачем. Друге ж містить похідну від орта за часом, а так як орт (одичний вектор) за визначенням не деформується, то його похідна за часом може бути обумовлена тільки обертанням і так як  $\vec{e}_R$  збігається за напрямком з радіус-вектором  $\vec{R}$ , то другий доданок визначає швидкість зміни орієнтації приймача на випромінювач. Перший доданок зазвичай називають радіальною компонентою швидкості, а другий — кутовою або тангенціальною, тобто  $\vec{v} = v_R + v_\tau$ , причому  $v_\tau \perp v_R$  [3, 4].

#### Формулювання мети дослідження

Метою даної роботи є отримання виразу доплерівського зсуву частоти за допомогою принципу збереження обсягу імпульсної послідовності в системах відліку (РЛС — об'єкт) для поздовжнього і поперечного ЕД, встановлення взаємозв'язку обох типів ЕД в геометричній інтерпретації.

#### Виклад основного матеріалу

Розглянемо спочатку поздовжній ЕД, тобто ситуацію, коли вектор швидкості джерела випромінювання (об'єкта) щодо спостерігача (приймач) збігається з прямою, що проходить через об'єкт і приймач. Припустимо, що об'єкт налітає на приймач з деякою швидкістю  $v_O$  щодо приймача випромінюючи короткі  $\delta$ -видні імпульси з частотою проходження  $f_I$  в системі відліку (СВ) самого об'єкта. Будемо, також, виходити з того, що швидкість поширення цих імпульсів залежить тільки від виду збурення (пружна, електромагнітна) і відповідних властивостей середовища в якій дане імпульсна збурення поширюється [5, 6]. Оскільки в РЛС використовуються електромагнітні імпульси, то слід врахувати, що  $v_O \ll c$ , де  $c \approx 3 \cdot 10^8$  м/с — швидкість поширення електромагнітного збурення в вакуумі (повітря). Тоді, для деякого моменту часу, що характеризується відстанню  $R$  від випромінювача до приймача, утворюється ланцюжок імпульсних збурень, що рухаються один за одним з інтервалом  $l$ , як показано на рис. 1.

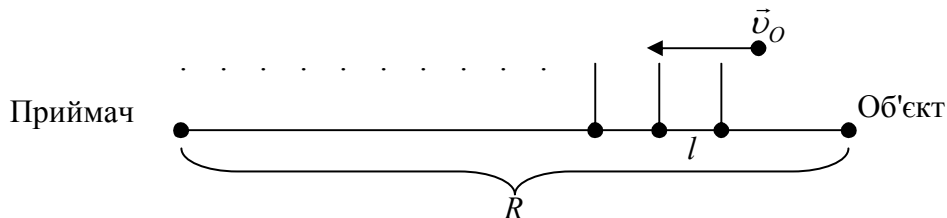


Рис. 1. Ілюстрація до поздовжнього ЕД

Очевидно, що якби об'єкт був нерухомий щодо приймача, то величина інтервалу між імпульсами становила б  $l_0 = c \cdot T_O$ , де  $c$  — швидкість імпульсів, а  $T_O$  — період випромінювання імпульсів в СВ об'єкта. Якщо ж об'єкт рухається, то відповідно до припущень цей інтервал скоротиться на величину  $\Delta l = v_O \cdot T_O$ , так що  $l = T_O(c - v_O)$ . Саме ця величина буде реєструватися спостерігачем, який має право подати її у вигляді  $l = c \cdot T_{ПР}$ , де  $T_{ПР}$  — період проходження прийнятих імпульсів в СВ спостерігача (РЛС). Визначимо приймальну частоту

$$T_{\text{ПП}} = \frac{l}{c}, \quad f_{\text{ПП}} = \frac{c}{l} = \frac{c}{T_O(c - v_O)}. \quad (2)$$

представимо (2) у вигляді  $f_{\text{ПП}} = \frac{c}{T_O} \cdot \frac{c + v_O}{(c - v_O)(c + v_O)}$  і врахуємо, що  $\frac{1}{T_O} = f_I$  — частота випромінювання імпульсів в СВ об'єкта.

Тоді отримуємо  $f_{\text{ПП}} = f_I \cdot \frac{c \cdot (c + v_O)}{c^2 - v_O^2}$  і нехтуючи  $v_O^2$  в порівнянні з величиною  $c^2 (v_O \ll c)$  отримуємо

$$f_{\text{ПП}} = f_I \frac{c^2 + cv_O}{c^2} = f_I \cdot \left(1 + \frac{v_O}{c}\right), \quad (3)$$

де  $f_I \cdot \frac{v_O}{c} = f_D$  — доплерівське зрушення частоти для даної ситуації. Очевидно, що якщо описати таким чином ситуацію видалення об'єкта від приймача, то (4) придбало б вигляд

$$f_{\text{ПП}} = f_I \cdot \left(1 - \frac{v_O}{c}\right), \text{ тобто } f_{\text{ПП}} = f_I - f_D.$$

Іншими словами, просторові інтервали для спостерігача (СВ РЛС) в першому випадку стискаються, а приймається частота імпульсів зростає, у другому навпаки — інтервали розтягуються, а фіксується частота зменшується. Тобто спотворення величини випромінюваної об'єктом частоти в каналі зв'язку обумовлено саме рухом об'єкта відносно спостерігача, але дане спотворення використовується в РЛС для визначення швидкості руху об'єкта.

Такі ж результати можна отримати, якщо ввести своєрідний закон збереження кількості імпульсів. Цей закон відображає досить очевидні припущення про те, що кількість імпульсів, випромінюваних об'єктом за певний проміжок часу, дорівнює кількості імпульсів зареєстрованих приймачем за цей же проміжок. Іншими словами, імпульси що випромінюються не можуть накопичуватися або зникати в просторі між випромінювачем і приймачем. Тоді, для деякого моменту часу, ілюстрованим рис. 1. маємо  $N_{\text{ПП}} = N_O + N_I$ , де  $N_O$  — початкова кількість імпульсів на відстані  $R$  в даний момент часу,  $N_I$  — кількість імпульсів, випромінених об'єктом за час що минув від початкового моменту до моменту зіткнення об'єкта з приймачем. Визначимо тепер детально  $N_O$  і  $N_I$ .

$$\text{Очевидно, що } N_O = \frac{R}{l}, \text{ де } l = \frac{c - v_O}{f_I}, \text{ як показано раніше, тобто } N_O = \frac{R \cdot f_I}{c - v_O}.$$

Величина  $N_I = f_I \cdot t$ , де  $f_I$  — частота випромінювання імпульсів в СВ об'єкта, а  $t$  — час руху об'єкта до приймача  $\frac{R}{v_O}$ . Таким чином,  $N_I = f_I \cdot \frac{R}{v_O}$ , тоді  $N_{\text{ПП}}$  має дорівнювати величині

$$N_{\text{ПП}} = \frac{R \cdot f_I}{c - v_O} + \frac{R \cdot f_I}{v_O} = R \cdot f_I \cdot \left(\frac{1}{c - v_O} + \frac{1}{v_O}\right).$$

Для нерухомого спостерігача (РЛС) кількість прийнятих імпульсів за цей проміжок часу  $N_{\text{ПП}} = f_{\text{ПП}} \cdot t = f_{\text{ПП}} \cdot \frac{R}{v_O}$ , тоді закон збереження кількості випромінюваних і прийнятих імпульсів отримає вигляд

$$f_{\text{ПП}} \cdot \frac{R}{v_O} = R \cdot f_I \cdot \left(\frac{1}{c - v_O} + \frac{1}{v_O}\right), \text{ чи } f_{\text{ПП}} = v_O \cdot f_I \cdot \left(\frac{1}{c - v_O} + \frac{1}{v_O}\right). \quad (4)$$

Перетворимо (4) таким чином:  $f_{\text{ПР}} = f_I \cdot \left(1 + \frac{1}{c - v_O}\right)$ , а другий доданок в дужках —  $\frac{v_O}{c - v_O} = \frac{v_O(c + v_O)}{c^2 - v_O^2} \approx \frac{v_O(c + v_O)}{c^2} \approx \frac{c \cdot v_O}{c^2} = \frac{v_O}{c}$ .

В результаті отримали  $f_{\text{ПР}} = f_I \cdot \left(1 + \frac{v_O}{c}\right)$ , тобто за умови  $v_O \ll c$ , що завжди задовольняється при функціонуванні РЛС, опис позовжнього ЕД можливий в формі (3) з обліку знаків  $f_{\text{Д}}$ .

Крім того, оскільки в активних РЛС використовується власне випромінювання, то доплерівське зміщення частоти сигналу подвоюється, тобто маємо величину  $2f_I \cdot \frac{v_O}{c}$ . В цьому випадку ЕД проявляється двічі — для сигналу падаючого на об'єкт і відбитого від об'єкта.

Принцип збереження кількості випущених об'єктом і прийнятим нерухомим спостерігачем (РЛС) імпульсів виявляється досить універсальним. Причому, якщо розглядати пакет імпульсів з деяким об'ємом  $N$ , то величина  $N$  повинна зберігатися в рухомій СВ, і в СВ з нерухомою РЛС. У свою чергу, величина  $N$  характеризується часом реєстрації і просторовим розміром, які самі по собі не зберігаються при переході з однієї СВ в іншу. Так, наприклад, довжина пакета імпульсів реєстрованого РЛС для об'єкта що наближається  $L_{\text{П.ПР.}} = N \cdot l = N \cdot \frac{l_O(c - v_O)}{c}$ , де  $l_O$  — відстань між сусідніми імпульсами в СВ об'єкта. Для об'єкта що віддаляється  $L_{\text{П.ВД.}} = N \cdot \frac{l_O(c + v_O)}{c}$ .

Для пакета в СВ об'єкта  $L_{\text{П.О.}} = N \cdot l_O$ . Тоді обсяг пакета  $N$ , який є інваріантом, можна висловити так

$$N = \frac{L_{\text{П.ПР.}} \cdot c}{l_O(c - v_O)} = \frac{L_{\text{П.ВД.}} \cdot c}{l_O(c + v_O)} = \frac{L_{\text{П.О.}}}{l_O}. \quad (5)$$

Розглянемо тепер особливу точку на траєкторії об'єкта, що пролітає над РЛС, якій відповідає прямий кут між напрямком (радіус-вектором «РЛС — об'єкт») і вектором швидкості об'єкта. Очевидно, що в даній точці позовжній ЕД зникає, а при переході через цю точку наближення змінюється видаленням або навпаки (зміна знака перед  $v_O$  в (5)). Від впливу знака легко позбутися ввівши середнє геометричне від  $L_{\text{П.ПР.}}$  і  $L_{\text{П.ВД.}}$ :  $\bar{L}_{\text{П.СР.}} = \sqrt{L_{\text{П.ПР.}} \cdot L_{\text{П.ВД.}}}$ .

Тоді  $N^2 = \frac{L_{\text{П.ПР.}} \cdot L_{\text{П.ВД.}} \cdot c^2}{l_O^2(c^2 - v_O^2)} = \frac{L_{\text{П.О.}}^2}{l_O^2}$ , звідки відразу отримуємо  $\bar{L}_{\text{П.СР.}} = L_{\text{П.О.}} \cdot \sqrt{1 - \frac{v_O^2}{c^2}}$  —

перетворення Лоренца для довжин відрізків, а в даному випадку вираз для поперечного ЕД, яке проявляється у зазначеній особливій точці в чистому вигляді, без позовжньої компоненти ЕД — в цій точці об'єкт не наближається в РЛС і не віддаляється від неї. Такий же результат отримано в [7] для часових інтервалів і частоти. Іншими словами, виходить, що поперечний ЕД можна інтерпретувати як геометричне середнє від позовжнього ЕД для наближення і видалення, а принцип збереження кількості імпульсів можна використовувати замість вимоги інваріантності просторово-часового континууму.

У свою чергу, поняття геометричного середнього відображає наступні властивості прямокутного трикутника — будь-який з катетів трикутника є геометричним середнім від суми і різниці довжини гіпотенузи й іншого катета. У нашому випадку, для поперечного ЕД роль такого трикутника грає трикутник швидкостей з катетами  $c_R$ ,  $v_\tau = v_O$  і гіпотенузою  $c$ , тобто співвідношення  $c^2 = c_R^2 + v_O^2$  можна записати відразу, без використання поняття уявної подовженої траєкторії. Фізично це означає, що для хвиль поперечного типу поперечний ЕД виникає в

результаті деякого повороту хвильового вектора відносного напрямку «об'єкт — РЛС» і відповідного повороту через фазової поверхні хвилі (для нерухомого спостерігача). При цьому швидкість хвилі в радіальному напрямку від об'єкта до РЛС  $c_R$  виявляється менше  $c$ , тобто

$$c_R = c \cdot \sqrt{1 - \frac{v_O^2}{c^2}}. \text{ Зауважимо, що для хвиль поздовжнього типу поперечний ЕД відсутній.}$$

Всі отримані вище результати, які використовують уявлення про імпульсних послідовностях справедливі для сигналів будь-якої форми, в тому числі гармонійних, причому, вираз для поздовжнього ЕД в цьому випадку виходить максимально просто і не вимагає ніяких припущень. Для цього досить використовувати рівняння, наприклад, плоскої хвилі  $a(x, t) = A \cdot \cos(\omega_I \cdot t - k \cdot x)$ , де  $x$  — відстань від джерела випромінювання (об'єкта) до спостерігача (РЛС),  $k$  — хвильове число  $2\pi/\lambda_I$ . Тоді похідна від фази по часу дає частоту прийнятих коливань і якщо джерело рухається, наприклад, наближається до спостерігача, то  $\omega_{IP} = \omega_I + k \frac{dx}{dt}$  —

відстань  $x$  скорочується, тобто  $\frac{dx}{dt} < 0$ . З огляду на те що  $\frac{dx}{dt} = v_O$ , одержуємо

$$\omega_{IP} = \omega_I + \frac{2\pi}{\lambda_I} v_O = \omega_I + \frac{2\pi}{c \cdot T_I} v_O = \omega_I + 2\pi f_I \frac{v_O}{c} = \omega_I \left( 1 + \frac{v_O}{c} \right).$$

### Висновки

1. Показано, що вирази для поздовжнього і поперечного ефекту Доплера можна отримати використовуючи принцип збереження обсягу імпульсної послідовності в різних системах відліку (об'єкт — радіолокаційна станція).

2. Отримано перетворення Лоренца, як геометричне середнє для наближення та віддалення об'єкта від РЛС, а також отримана геометрична інтерпретація взаємозв'язку поперечного та поздовжнього ефекту Доплера.

### Список використаної літератури

1. Чердынцев В.А. Радиотехнические системы: Учебное пособие для Вузов. Минск.: Выш. школа, 1988. стр. 369.
2. J. Zhang, K. Zhang, R. Grenfell, R. Deakin “Short note: on the relativistic Doppler effect for precise velocity determination using GPS” // Journal of Geodesy. 2006, v. 80, Issue 2. pp. 104–110.
3. Schuster P. Moving the Stars. Christian Doppler, His Life, His Works and Principle and the World After. – Living Edition Publishers, 2005, 232 с.
4. Giordano, Nicholas. College Physics: Reasoning and Relationships / Cengage Learning, 2009. P. 421–424. ISBN 978-0534424718.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. Издание 7-е, исправленное. М.: Наука, 1988. С. 158–159. («Теоретическая физика», том II). ISBN 5-02-014420-7.
6. Kozyrev, Alexander B.; van der Weide, Daniel W. (2005). Explanation of the Inverse Doppler Effect Observed in Nonlinear Transmission Lines. / Physical Review Letters. 94 (20):203902.
7. Рязанцев О.В. Об эффекте Доплера в радиолокации / С. В. Марченко, М. В. Кулик // Всеукраїнський міжвідомчий науково-технічний збірник. «Радіотехніка». 2021. № 204. С.93–98. ISSN0485-8972 DOI:10.30837/rt.2021.1.204.10. Режим доступа: <http://rt.nure.ua/article/view/238571>

## PULSE INTERPRETATION OF DOPPLER EFFECTS ON RADAR

Ryazantsev O., Kulik M., S'yanov O.

The work has solved an urgent scientific problem, which consists in the development of a mathematical model of Doppler effect with use of the principle of preservation of volume of pulse sequence in various reference systems "object – radar station". The Lorentz transformation is obtained as a geometric mean for approaching and moving the object away from the radar station, and a geometric interpretation of the relationship between the transverse and longitudinal Doppler effects is obtained. The proposed method allows to determine not only the radial but also the total speed of objects relative to the radar station.

The main results of the work can be obtained by introducing a kind of law of conservation of the number of pulses. This law reflects a fairly obvious assumption that the number of pulses emitted by the object for a certain period of time is equal to the number of pulses registered by the receiver for the same period. In other words, the emitted pulses cannot accumulate or disappear in the space between the emitter and the receiver.

The principle of preserving the number of pulses emitted by the object and received by a stationary observer (for example, a radar station) is quite universal. Thus, in turn, the concept of geometric mean reflects the following properties of a right triangle – any of the legs of the triangle is the geometric mean of the sum and difference of the lengths of the hypotenuse and the other leg. Physically, this means that for waves of the transverse type, the transverse ED occurs as a result of some rotation of the wave vector of the relative direction "object – radar" and the corresponding rotation through the phase surface of the wave (for a stationary observer).

### References

- [1] Cherdyntsev V.A. (1988) Radiotekhnicheskie sistemy: Uchebnoe posobie dlya vuzov [Radio engineering systems: textbook for universities]. – Minsk.: Vysh. School. p. 369.
- [2] J. Zhang, K. Zhang, R. Grenfell, R. Deakin (2006) Short note: on the relativistic Doppler effect for precise velocity determination using GPS / Journal of Geodesy, v. 80, Issue 2. pp.104–110.
- [3] Schuster P. Moving the Stars. Christian Doppler, His Life, His Works and Principle and the World After. Living Edition Publishers, 2005. P. 232.
- [4] Giordano, Nicholas. College Physics: Reasoning and Relationships / Cengage Learning, 2009. P. 421–424. ISBN 978-0534424718.
- [5] Landau L.D., Lifshic E. M. Teoriya polya. Teoreticheskaya fizika [Field theory. Theoretical physics.] / Vol. II, izdanie 7, ispravlennoe. M.: Nauka, 1988. P. 158–159. ISBN 5-02-014420-7.
- [6] Kozyrev, Alexander B.; van der Weide, Daniel W. (2005). Explanation of the Inverse Doppler Effect Observed in Nonlinear Transmission Lines. / Physical Review Letters. 94 (20):203902.
- [7] Ryazantsev, O., Marchenko S., & Kulik, M. (2021). Ob effekte Dopplera v radiolokacii [On the Doppler effect in radar]. / All-Ukrainian interdepartmental scientific and technical collection. "Radio Engineering". 1(204), 93–98. <https://doi.org/10.30837/rt.2021.1.204.10> ISSN0485-8972 DOI:10.30837/rt.2021.1.204.10. Access mode: <http://rt.nure.ua/article/view/238571>

DOI: 10.31319/2519-8106.1(46)2022.258357

UDC 621.771.2

**O. Maksimenko**, Doctor of Tech. Sc., Professor, O.maks1940@gmail.com

**A. Nikulin**, Cand. of Tech. Sc., Associate Professor, av\_nikulin@ukr.net

**V. Samokhval**, Cand. of Tech. Sc., Associate Professor, volsamokhval@gmail.com

**A. Pryimak**, specialist, personalrav\_@ukr.net

Dniprovsk State Technical University, Kamianske

## KINETIC SIMULATION OF ROD ROLLING IN A WIRE BLOCK

*Rolling of round billet in the system of calibers "oval-round" in wire blocks is the main method of modern production of wire rod. However, due to the lack of much experimental data in the corresponding development of the theory of high-speed rolling, simulation is relevant. To build a kinetic model of the high-speed rolling process, the calculation algorithms are taken into account the longitudinal stability of the process. The adequacy of the model is assessed by the results of the calculation of the calibration of the rolls for the stands of the wire block when rolling the wire rod with a diameter of 5.5 mm, which correspond to the proprietary materials of the design documentation.*

**Keywords:** high-speed rolling; kinetic model of wire rod rolling; longitudinal stability of rolling; calibration of rolls.

*Прокатка круглої заготовки в системі калібрів «овал-круг» у дротяних блоках є основним методом сучасного виробництва катанки. Однак у зв'язку з відсутністю багатьох експериментальних даних при відповідному розвитку теорії високошвидкісного прокатування актуальне імітаційне моделювання. Для побудови кінетичної моделі процесу високошвидкісного прокатування до алгоритмів розрахунків додається врахування поздовжньої сталості процесу. Адекватність моделі оцінюється за результатами розрахунку калібровки валків для клітей дротяного блоку при прокатуванні катанки діаметром 5,5 мм, які відповідають фірмовим проектним матеріалам.*

**Ключові слова:** високошвидкісне прокатування; кінетична модель прокатування катанки; поздовжня сталість прокатки; калібровка валків.

### Problem's Formulation

In modern wire rod manufacturing with the use of wire blocks, it is important to avoid an unstable process, which is expressed in slips of workpiece in the rolls, leads to equipment failures and reduced productivity of the technological process. When improving the technological process, system analysis involves the study of material flows from the source material to the final product. Analysis of the production of small-grade rolled metal allows us to present the process of forming and transportation of metal as a set of operations to which the material of the initial workpiece in the process of its transformation into marketable products. We obtain a scheme in the form of a linear flow process for technological specialization of both its stages and individual operations. By stages, the technological process of production the products is one-line. Moreover, in the analysis of the operative process during the steps also has a pronounced single-line flow character. However, even for such a simple scheme in the design and control should use a scientific approach based on mathematical modeling and simulation.

### Analysis of recent research and publications

According to the tasks of rolling production technology, plastic deformations of the processed material are first subject to modeling. Known methods for calculating the modes of reduction and calibration of rolls in the rolling of profile products, including the production of wire rod, set out in the fundamental works [2—5]. In modern rolling mills during the production of round profiles use a system of oval-round gauges [2, 3, 6, 7]. This system allows for a smooth transition from one cross-sectional shape to another in the rolling. When calculating the modes of reduction and calibration the rolls of the wire block, fundamental difficulties are caused by the exact determination of the ratio between longitudinal and transverse deformation, as well as the choice of the friction coefficient, espe-

cially in high-speed stands, since experimental and calculated analytical data in the literature are absent. The systems approach focuses on the simulation of high-speed working processes, taking into account their various aspects.

### Formulation of the study purpose

First of all, the aim of this work is to develop a kinetic model of wire rod rolling in a wire block, which, along with the law of constancy of seconds volumes (process kinematics), would take into account the equilibrium conditions of metal in the rolls with the presence of forward and rear tension rolling on all stands of the wire block (dynamics of process).

### Presenting main material

Modern mathematical models in rolling production can be divided into three classes. The first includes descriptive models: regression and other empirically established quantitative dependencies that do not claim to reveal the mechanism of the process being analyzed. They are usually used to describe separated dependencies and are included as fragments in simulation models. These include most of the calculation formulas for determining the extension.

The second – qualitative models, which are built to determine the dynamic mechanism of the studied process, are able to reproduce the dynamic effects observed in the behavior of systems, such as changes in stress in the deformation center. To do this, you can use the solution of the boundary value problem with the equation of T. Karman or energy methods. Usually these models are subjected to quantitative research using analytical and computer methods.

The third class – simulation models of specific technological systems that take into account all available information about the object of production. The purpose of building such models is a detailed prediction of the behavior of complex systems or solving the optimization problem of their operation. Calculations of longitudinal stability in rolling the profiles should be included in the methods of technological calculations.

The kinetic model is applicable to the analysis of the rolling process the wire rod with a diameter of 5.5 mm in the wire block of the mill 400/200 of PJSC "DMC". Taking into account the thermal expansion and half the minus tolerance in terms of the corresponding strip, the final transverse dimensions of the strip after rolling in the tenth stand will be  $h_{1(10)} \times b_{1(10)} = 4.87 \times 4.87$  mm. Let us set the lead value  $S_{(10)} = 0.05$ . Taking into account the real linear speed of the rolls  $v_{B(10)} = 98$  m/s, we determine the speed of the wire rod exit from the last stand

$$v_{1(10)} = (1 + S_{(10)}) v_{B(10)} = 1.05 \cdot 98 = 102.9 \text{ m/s.}$$

As a result, the second volume of metal will be

$$V_{\text{sec}} = 4.87 \cdot 4.87 \cdot 102.9 = 2440.5 \text{ mm}^2 \cdot \text{m/s.}$$

Further, proceeding from the law of constancy of second volumes, we determine the kinematic value of the angle of the neutral section

$$\gamma_{p10} = \sqrt{\frac{S_{(10)} \cdot h_{10}}{R_{10}}},$$

where  $R_{10}$  is the rolling radius the rolls in stand 10.

After substitution of values ( $R_{10} = 104,36$  mm)

$$\gamma_{p10} = \sqrt{\frac{0,05 \cdot 4,87}{104,36}} = 0,048.$$

We numerically solve the differential equation of T. Karman [8] with the known parameters  $R_{10}$ ,  $h_y$ ,  $f_y$  ( $f_y = 0.26$  is the friction coefficient obtained from the conditions of longitudinal stability of the strip in rolls [9]) taking into account the front and rear tensions.

Assume

$$q_{010} = \frac{\sigma_{010}}{2k_{cp10}} = 0.05; \quad q_{110} = \frac{\sigma_{110}}{2k_{cp10}} = 0.0,$$

where  $q_{110}$  and  $q_{010}$  are front and rear tensions in 10 stand,  $2k_{cp10}$  is the average deformation resistance.



With the specified parameters, we find such an angle of rolling  $\alpha_{y10}$ , at which the angle  $\gamma_{10}$ , obtained from the equilibrium conditions by the results of solving the Karman equation, would be equal to the neutral angle  $\gamma_{p10}$ . The solution results in the form of graphs are shown in Fig. 1 for the case of  $\alpha_{y10} = 0.145$  at absolute reduction  $\Delta h_{10} = 2.2$  mm. Then the initial thickness  $h_{010} = 7.07$  mm. To determine the initial width of the profile in the tenth pass  $b_{010}$ , it is necessary to determine the final dimensions of the roll in the 8th pass. To do this, asking ourselves  $S_8 = 0.05$ , we will find the final speed of the strip in this pass.

Taking into account that  $v_{B8} = 63.21$  m/s, we have

$$v_{18} = 1.05 \cdot 63.21 = 66.37 \text{ m/s.}$$

Then

$$h_{18} = b_{18} = \sqrt{\frac{V_{\text{sec}}}{v_{18}}} = \sqrt{\frac{2440.8}{66.37}} = 6.06 \text{ mm.}$$

Hence it follows that  $h_{09} = b_{09} = 6.06$  mm. Determine the kinematic and geometric parameters in the 9th pass. As before, we set advancing  $S_8 = 0.06$  and take into account value  $v_{B8} = 79.6$  m/s. We find  $v_{19} = 1.06 \cdot 79.6 = 84.38$  m/s.

Considering that  $b_{19} = h_{010} = 7.07$  mm, we find the final metal thickness in the ninth pass:

$$h_{19} = \frac{V_{\text{sec}}}{v_{19} \cdot b_{19}} = \frac{2440.8}{84.38 \cdot 7.07} = 4.09 \text{ mm.}$$

$$\Delta h_9 = 6.06 - 4.09 = 1.97 \text{ mm; } \alpha_{y9} = \sqrt{\frac{1.97}{104.7}} = 0.137; R_9 = 104.6 \text{ mm.}$$

Let us determine  $\gamma_{p9} = \sqrt{\frac{0.06 \cdot 4.09}{104.7}} = 0.0483$ , for  $q_{09} = 0.06$  and  $q_{19} = 0.055$  by the indi-

cated calibration parameters  $\gamma_9 = \gamma_{p9}$ , i.e. the equilibrium conditions of the metal in the ninth stand are consistent with the law of constancy of second volumes. In this case, the broadening of the metal in this passage is equal to  $\Delta b_9 = 7.07 - 6.06 = 1.01$  mm.

Considering that  $b_{010} = h_{19} = 4.09$  mm, we get the broadening of the roll in the tenth pass  $\Delta b_{10} = 4.87 - 4.09 = 0.78$  mm. According to the results of calculations, the deformation modes and kinematic parameters in stands 9 and 10 are determined.

We continue calculating the parameters in the eighth stand. Find the neutral angle

$$\gamma_{p8} = \sqrt{\frac{0.05 \cdot 6.06}{103.88}} = 0.054.$$

Numerical solution of the differential equation of equilibrium at  $h_{18} = 6.06$  mm;  $f_y = 0.26$ ;  $R_8 = 103.88$  mm;  $q_{18} = 0.06$  and  $q_{19} = 0.055$ ;  $\alpha_8 = 0.191$  gives  $\gamma_8 = \gamma_{p8} = 0.054$ . Next, we determine  $\Delta h_8 = 103.88 \cdot 0.191^2 = 3.8$  mm and  $h_{08} = 6.06 + 3.8 = 9.86$  mm. The value  $b_{08}$  is calculated in the same way as for stand 10. The final dimensions of the roll in the sixth stand are preliminarily determined, which corresponds to the initial dimensions  $h_{07}$  and  $b_{07}$ . We use  $b_{17} = h_{08} = 9.86$  mm. Then, acting in the same way as in the 9th passage, we find  $h_{17}$ ,  $\Delta h_7$ ,  $\alpha_{y7}$  and  $\Delta b_7$ . Geometric and kinematic parameters for rolling in 4, 5 and 6 stands are calculated by the same way. Further, in accordance with the algorithm, calculations continue until the first pass. For the convenience of analysis, the data and results of calculations of technological parameters during rolling the corresponding strip are summarized in tabl. 1.

$b_1, \text{ mm}$	4,87
$R$	104,4
$h_1$	4,87
$f$	0,26
$\alpha$	0,145
$q_0/2k$	0,05
$q_1/2k$	0
$R_{\text{НОМ}}$	104,4
$Q_{\text{ср np}}^*$	-0,0139
$p_{\text{ср}}$	1,27652
$M_{\text{np}}$	0,064
$T_{\text{он}}$	0,0168
$T_{\text{ом}}$	0,0467
$\gamma$	0,048

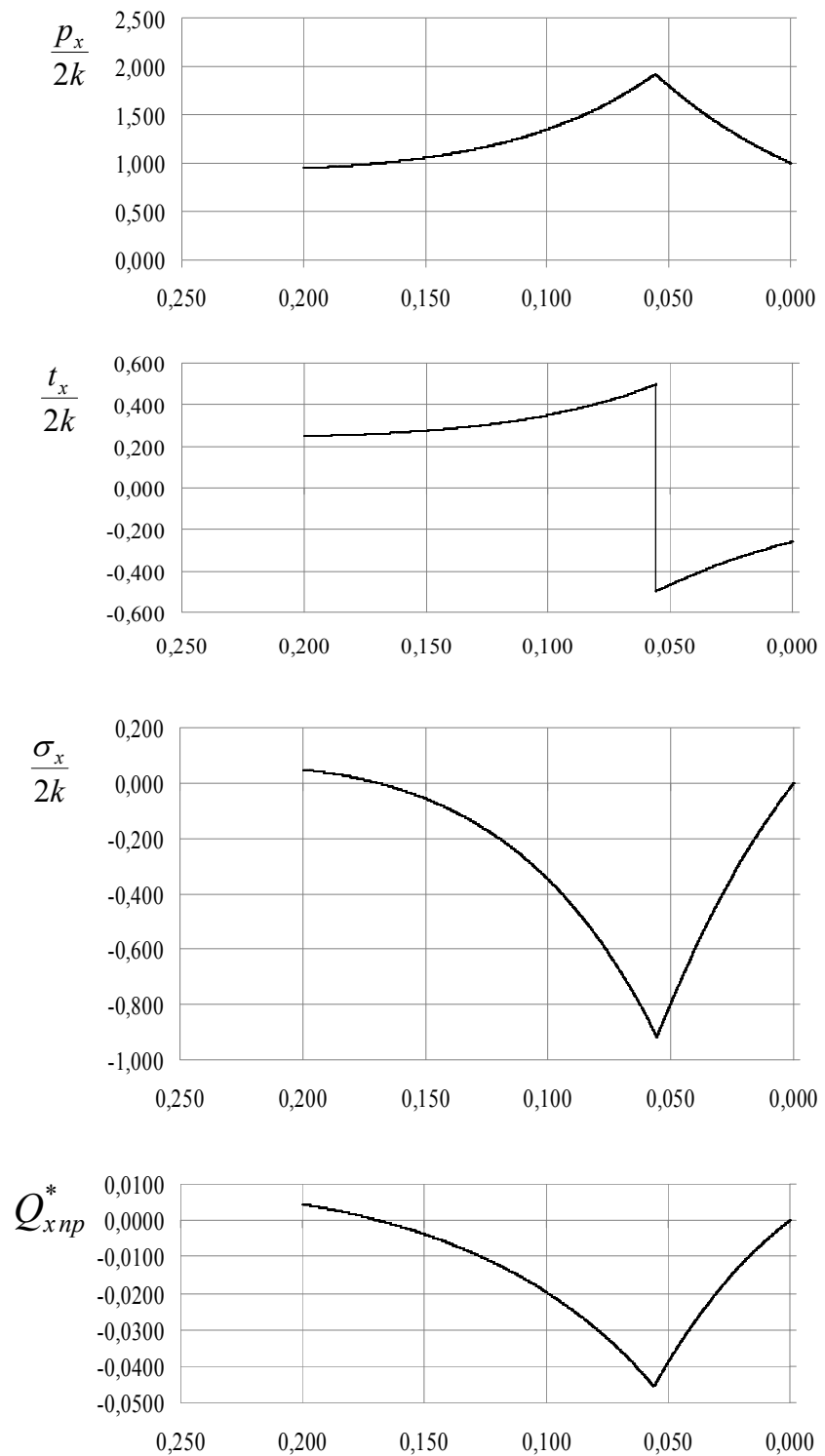


Fig. 1. Distribution of the stresses and current longitudinal force in the deformation zone of the tenth stand

Table 1. Geometric, kinematic and force parameters of rolling the corresponding strip

NR	$h_0$	$h_1$	$\Delta h$	$b_0$	$b_1$	$\Delta b$	$R_k$	$q_0$
1	15.33	8.99	6.34	15.33	18.9	3.57	102.6	0
2	18.9	11.9	7.03	8.99	11.9	2.88	101.7	0.06
3	11.87	6.9	4.97	11.87	16.7	4.83	103.3	0.07
4	16.65	9.58	6.96	6.9	9.58	2.68	103.3	0.05
5	9.58	5.6	3.98	9.58	13.0	3.42	104.0	0.06
6	12.99	7.62	5.37	5.6	7.62	2.02	103.3	0.05
7	7.62	4.59	3.03	7.62	9.86	2.24	104.4	0.06
8	9.86	6.06	3.8	4.59	6.06	1.47	103.9	0.06
9	6.06	4.09	1.97	6.06	7.07	1.01	104.7	0.06
10	7.07	4.87	2.2	4.09	4.87	0.78	104.4	0.05

Table 1 continuation

NR	$q_1$	$\alpha$	$v_r$	$v_l$	$S$	$\gamma_p$	$Q_{cp np}^*$
1	0.06	0.249	13.68	14.36	0.05	0.068	-0.0145
2	0.07	0.263	16.82	17.32	0.03	0.061	-0.0036
3	0.05	0.219	20.37	21.29	0.05	0.057	-0.0096
4	0.06	0.26	25.08	26.08	0.04	0.061	-0.0065
5	0.05	0.196	31.63	33.53	0.05	0.057	-0.0127
6	0.06	0.228	40.02	42.02	0.05	0.061	-0.0106
7	0.06	0.17	49.87	53.36	0.07	0.055	-0.0138
8	0.06	0.193	63.25	66.37	0.05	0.059	-0.0124
9	0.05	0.136	79.6	84.39	0.06	0.048	-0.0127
10	0	0.145	98.0	102.9	0.05	0.048	-0.0139

Taking into account that the condition  $\gamma = 0$  does not always accurately reflect the limiting conditions of rolling [10, 11], the paper analyzes the internal longitudinal forces in the deformation zones of all stands of the block. To characterize these current forces, their average resultant  $Q_{cp np}^*$  [8, 9, 12] is used. If this force is directed opposite to the direction of movement the metal (is negative), then the process is carried out steadily without signs of slipping. When  $Q_{cp np}^* > 0$ , the rolling process is impossible. Table 1 shows the calculated values of the force  $Q_{cp np}^*$  and shows that under the given conditions of friction, the values of the angles of capture, specific tensions, as well as with the obtained dimensions  $h_{0i}$ ;  $b_{0i}$ ;  $h_{1i}$ ;  $b_{1i}$  the process of metal deformation along the mill line should be performed steadily without complications.

At the same time, it should be noted that in the first four passes the longitudinal stability of the rolling piece is somewhat worse than in the other stands of the block. The minimum modulus value of the dimensionless force  $Q_{cp np}^*$  is observed in the deformation zone of the second stand. Obviously, this is due to a significant angle of capture, as well as a significant rear specific tension of the rolling specimen.

According to the conditions for recalculating the dimensions of the corresponding strip and the real rolling specimen [13], the dimensions of the profile were determined when rolling in each stand of the block and roll grooves in the round-oval-round scheme, which are presenting in tabl. 2.

Table 2. Transverse dimensions of the specimens in a wire block

Stand's number	Corresponding strip				Real profile dimensions			
	$F_0$	$F_1$	$h_0/b_0$	$h_1/b_1$	$h_0$	$b_0$	$h_1$	$b_1$
1	235	170	1	0.476	17.3	17.3	9.24	19.41
2	170	140.9	2.025	1	19.41	9.24	13.4	13.4
3	140.9	115	1	0.478	13.4	13.4	7.75	18.9
4	115	91.78	2.091	1	18.9	7.75	10.81	10.81
5	91.78	72.74	1	0.431	10.81	10.81	6.32	14.66
6	72.74	58.06	2.32	1	14.66	6.32	8.6	8.6
7	58.06	45.26	1	0.466	8.6	8.6	4.88	10.47
8	45.26	36.72	2.148	1	10.47	4.88	6.84	6.84
9	36.72	28.92	1	0.579	6.84	6.84	4.62	7.98
10	28.92	23.717	1.729	1	7.98	4.62	5.5	5.5

Comparing the results of the calculations performed with the data from the calibration table for the rolls of the wire block when rolling wire rod with a diameter of 5.5 mm, drawn up in accordance with the proprietary design documentation, we can conclude that they do not differ significantly and complement each other.

### Conclusions

A kinetic model has been developed for rolling wire rod in the stands of a wire block by the gauges' system the oval-round, taking into account the law of constancy the seconds volumes, the equilibrium of specimen in rolls in the presence of tension in the metal, as well as the fulfillment of the condition for the longitudinal stability of the process. Using this model, the calculation of the calibration of the wire block the 400/200 mill for rolling wire rod with a diameter of 5.5 mm was carried out, the results obtained correspond to the proprietary materials of the design documentation.

### References

- [1] Gorbanev, A.A., Zhuchkov, S.M., & Filippov, V.V. et al. (2003). *Teoreticheskie i tekhnologicheskie osnovy vysokoskorostnoj prokatki katanki [Theoretical and technological foundations of high-speed rolling of wire rod]*. Mn.: Vyshcha shkola [in Belarus]
- [2] Bakhtinov, B.P., Shternov, M.M. (1953). *Kalibrovka prokatnykh vaikov [Roll calibration]*. M.: Metallurgizdat [in USSR]
- [3] Chekmarev, A.P., Mut'ev, M.S., & Mashkovtsev, R.A. (1971). *Kalibrovka prokatnykh vaikov [Roll calibration]* M.: Metallurgiya [in USSR]
- [4] Smirnov, V.K., Shylov V.A., & Inatovich U.V. (1987). *Kalibrovka prokatnykh vaikov [Roll calibration]* M.: Metallurgiya [in USSR]
- [5] Litovchenko N.V. (1990). *Kalibrovka profili i prokatnykh vaikov [Calibration of profiles and rolls]* M.: Metallurgiya [in USSR]
- [6] Minkin A.V. (1989). *Raschet sistem vytyazhnykh kalibrov. [Calculation of drawing systems]* M.: Metallurgiya [in USSR]
- [7] Nikolaev, V.A., Boskhamdzhiev, N.Sh., & Polukhin V.P. (2010). *Parametry deformatsii metalla v valkakh i v prostykh kalibrakh. [Parameters of metal deformation in rolls and in simple calibers]* K.: Osvita Ukrainy. [in Ukrainian]

- [8] Maksimenko, O.P., Izmaylova, M.K., lobyko, D.I. (2016) *Prodol'naya ustoychivost' polosy v valkah s analizom kontaktnykh uslovyi* [Longitudinal stability of the strip in rolls with the analysis of contact conditions]. Dneprodzerzhynsk: DDTU. [in Ukrainian]
- [9] Maksimenko, O.P., Nikulin, O.V., Samohval, V.M., Lobyko, D.I. (2021) *Sistemnyy pidhid, metody doslidzhen' protsesiv prokatuvannya z analizom pozdovzhn'oyi stalosti: navch. posib.* [Systematic approach, methods of research of rolling processes with the analysis of longitudinal constancy: textbook]. Kam' yans'ke: DDTU (p.347). [in Ukrainian]
- [10] Grydev, A.P. (1998) *Zahvatyvayushchaya sposobnost' prokatnykh valkov* [Gripping ability of rolling rolls] M.: "SP Internet Inzhiniring" (p. 283). [in Ukrainian]
- [11] Chekmarev, A.P., Prokof'ev, V. I., Galitskiy, V.P. i dr. (1967) *Eksperimental'noe issledovanie maksimal'nykh uglov zahvata pri ustanovivshemsya protsesse prokatki* [Experimental study of maximum gripping angles in a steady rolling process]. Obrabotka metallov davleniem: Nauch. trudy, DMetI. M. : Metallurgiya, (Vyp. LII), (pp. 79–88). [in USSR]
- [12] Maksimenko, O.P., Romanyuk, R.Y. (2009). *Issledovanie srednei rezyl'tiruiushchei gorizontally'nykh sil v ochage deformatsii* [Study of the average resulting horizontal forces in the deformation zone] *Izvestiia vyzov. Chernaya metallurgiya*, (pp.10, 22–24). [in Ukrainian]
- [13] Smirnov V.S. (1967) *Teoriya prokatki* [Rolling theory] M.: Izd-vo Kharkovskogo universiteta (p. 460) [in USSR]
- [14] Maksimenko, O.P., & Kuz'min, E.V. (2017). *Samoregulirovanie processa s uchetom vnutrenih prodol'nykh sil pri prokatke v provolochnom bloke* [Selfregulation of the process taking into account internal longitudinal forces during rolling in a wire block]. *Metallurgicheskaya i gornorudnaya promyshlennost' – Metallurgical and Mining Industry*, 6, 16–21 [in Ukrainian]

## **КІНЕТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОКАТУВАННЯ КАТАНКИ У ДРОТОВОМУ БЛОЦІ**

**Максименко О.П., Нікулін О.В., Самохвал В.М., Приймак А.Б.**

### **Реферат**

Високошвидкісна прокатка є основним способом виготовлення катанки на сучасних металургійних підприємствах. По стадіях процес виробництва дрібносортового прокату є однолінійним. Однак і для такої технологічної схеми при проектуванні та для керування треба користуватися науковим підходом на основі математичного моделювання. Системний підхід орієнтує на імітаційне моделювання високошвидкісних процесів обробки, враховуючі їх різні аспекти. Прокатка круглої заготовки в системі калібрів «овал-круг» у дротяних блоках найбільш поширена у виробництві катанки. Однак у зв'язку з відсутністю багатьох експериментальних даних при відповідному розвитку теорії високошвидкісного прокатування актуальне математичне моделювання. Для побудови кінетичної моделі процесу високошвидкісного прокатування до алгоритмів розрахунків додається врахування поздовжньої сталості процесу. Наведені розрахункові значення поздовжньої результуючої сили за заданих умов тертя, значеннях кутів захвату, питомих натягів, а також при отриманих розмірах показують, що процес деформації металу по всій лінії стану має здійснюватися стійко без ускладнень. Разом про те, слід зазначити, що у перших чотирьох проходах поздовжня стійкість розкочування трохи гірше, ніж у інших клітинах блоку. Очевидно, це пов'язано із значним кутом захоплення, а також суттєвим заднім питомим натягом прокатування. Адекватність моделі оцінюється за результатами розрахунку калібрування валків для клітей дротяного блоку при прокатуванні катанки діаметром 5,5 мм, які відповідають фірмовим проектним матеріалам.

### Література

1. Горбаньов А.А., Жучков С.М., Филиппов В.В. та ін. Теоретичні та технологічні основи високошвидкісної прокатки катанки. Мн.: Вищ. шк., 2003. 267 с.
2. Бахтинов Б.П., Штернов М.М. Калібрування прокатних валків. М.: Металургвидав. 1953. 783 с.
3. Чекмарьов А.П., Мут'єв М.С., Машковцев Р.А. Калібрування прокатних валків. М.: Металургія, 1971. 512 с.
4. Смирнов В.К., Шилов В.А., Інанович Ю.В. Калібрування прокатних валків. М: Металургія, 1987. 368 с.
5. Литовченко Н.В. Калібрування профілів та прокатних валків. М.: Металургія, 1990. 432 с.
6. Мінкин А.В. Расчет систем вытяжных калибров. М.: Металлургия, 1989. 208 с.
7. Ніколаєв В.А., Босхамджиев, Н.Ш., Полухін В.П. Параметри деформації металу в валках та в простих калібрах. К.: Освіта України, 2010. 236 с.
8. Максименко О.П., Лобойко Д.І., Измайлова М. К. Поздовжня сталість смуги в валках з аналізом контактних умов. Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2016. 213 с.
9. Максименко О.П., Нікулин О.В., Штода М.М., Лобойко Д.І. Системний підхід, методи досліджень процесів прокатування з аналізом поздовжньої сталості: навч. посіб. – Кам'янське: ДДТУ, 2021. 347 с.
10. Грудєв А.П. Захоплююча здатність прокатних валків М.:“СП Інтернет Інжинирінг”, 1998. 283 с.
11. Чекмарьов А.П., Прокофьев В.І., Галицкий В.П. та ін. Експериментальне дослідження максимальних кутів захоплення при сталому процесі прокатки. Обробка металів тиском: Науч. труди, ДМетИ. М.: Металургія, 1967. (Вип. ЛП.) с. 79–88.
12. Максименко О.П., Романюк Р. Я. Дослідження середньої результуючої горизонтальних сил в осередку деформації. Известия вузов. Черная металлургия, 2009. с. 10, 22–24.
13. Смирнов В.С. Теорія прокатки. М.: Вид-во Харківського університету, 1967. 460 с.
14. Максименко О.П., Кузьмін Е. В. Саморегулювання процесу з урахуванням внутрішніх поздовжніх сил при прокатці у дротяному блоці. Металургія та горнорудна промисловість, 2017. с. 6, 16–21.

DOI: 10.31319/2519-8106.1(46)2022.258408

UDC 544.3:669.71

**B. Sereda**<sup>1</sup>, Doctor of Technical Sciences, prof., seredabp@ukr.net

**U. Belokon**<sup>2</sup>, Doctor of Technical Sciences, prof.

**I. Kruhliak**<sup>1</sup>, Doctor of Technical Sciences, prof.

**D. Sereda**<sup>1</sup>, Candidat of Technical Sciences, assistant professor

**D. Kruhliak**<sup>2</sup>, Candidat of Technical Sciences, assistant professor

<sup>1</sup>Dniprovsky State Technical University, Kamianske

<sup>2</sup>Zaporozhye National University

## MODELING AND THERMODYNAMIC ANALYSIS OF REACTIONS DURING THERMOCHEMICAL PRESSING OF POWDER INTERMETALLIC ALLOYS

*The results of thermodynamic analysis of reactions that are possible during the production of powder intermetallic alloys under the conditions of thermochemical pressing are presented. On the basis of thermodynamic analysis of the course of reactions of formation of intermetallic alloys in the conditions of thermochemical pressing the thermodynamic properties and equilibrium constants of all independent reactions of formation of intermetallics in Ni-Al and Ti-Al systems and their activation energies are obtained. It was found that intermetallic compounds in the Ti-Al system have high values of activation energy, and therefore show the complexity of thermochemical reactions under normal conditions. The equilibrium composition of the synthesis product in the Ti-Al system, although the target reaction product here is titanium monoaluminide  $\alpha$ -TiAl, but the main (inevitably present) by-product is  $\beta_2$ -Ti<sub>3</sub>Al.*

**Keywords:** modeling, thermodynamic analysis, intermetallics, thermochemical reaction, thermochemical pressing, activation energy.

*Представлено результати термодинамічного аналізу реакцій, що можливі під час одержання порошкових інтерметалідних сплавів за умов термохімічного пресування. На основі термодинамічного аналізу перебігу реакцій утворення інтерметалідних сплавів в умовах термохімічного пресування отримані термодинамічні властивості та константи рівноваги всіх незалежних реакцій утворення інтерметалідів у системах Ni-Al і Ti-Al та їхні енергії активації. Встановлено, що інтерметалідні сполуки в системі Ti-Al мають високі значення енергії активації, а відтак, показують складність перебігу термохімічних реакцій в звичайних умовах. Рівноважний склад продукту синтезу у системі Ti-Al хоча і цільовим продуктом реакції тут є моноалюмінід титану  $\alpha$ -TiAl, але основним (неминуче присутнім) побічним продуктом є  $\beta_2$ -Ti<sub>3</sub>Al.*

**Ключові слова:** моделювання, термодинамічний аналіз, інтерметаліди, термохімічні реакція, термохімічне пресування, енергія активації.

### Problem's Formulation

Thermodynamic analysis, first of all determination of maximum adiabatic temperatures of process, acquires essential value at an estimation of possibilities of reception of various inorganic compounds, in particular aluminides, by a method of thermochemical pressing. A significant amount of data from thermodynamic analysis of reactions of formation of carbides, borides, nitrides and other compounds has been published. However, there is absolutely no such information about intermetallics. This is due to the lack of data in the reference literature on their thermodynamic properties, such as heat capacity and entropy. At the same time, various empirical and semi-empirical methods for estimating these values are known. Therefore, it is of undeniable interest to conduct thermodynamic analysis of intermetallic formation reactions using such methods that allow to estimate unknown quantities with a sufficient level of accuracy.

Further progress in the creation of intermetallic alloys is possible with the use of new methods of synthesis. One of the most promising areas in the field of obtaining new materials with a high level of performance is the creation of composite materials based on intermetallics by high-energy and high-

speed pressure treatment methods. Such technologies are the technology of thermochemical pressing. Thermochemical pressing is a new type of technology for processing metals by pressure, in which hot products of thermochemical synthesis, which have not yet cooled, are compacted by external forces (pressing, extrusion, blasting) [1, 2].

Given the above, the aim of this work was to study the effect of thermodynamic properties of intermetallic systems on the structure and phase formation of alloys obtained by thermochemical pressing of powder mixtures of Ni-Al and Ti-Al systems.

#### Analysis of recent research and publications

The object of research is intermetallic alloys based on titanium and nickel aluminides. Thermodynamic calculations were performed in a wide range of temperatures. The initial temperature for calculations is the standard temperature of 298 K, and the final — the maximum melting point of intermetallics (~ 2000 K) [3]. For each intermetallic compound in this temperature range, the values of and were calculated in increments of ~ 200 K. The values of the thermodynamic functions were also determined at the melting point of aluminum (933 K). For some compounds, calculations were performed using the programs "TERRA" and "THERMO" [4], which consists of an information fund and contains information about the thermodynamic properties of individual substances and a set of programs that calculate the equilibrium parameters of chemically reactive systems. Calculations of enthalpy of formation and Gibbs energy of intermetallics in a wide temperature range were performed using the classical Vant-Hoff isothermal equation, reference data on standard values of enthalpy of formation of compounds, entropy, temperature series of heat capacities, and temperature and thermal effects of phase transitions [5].

#### Formulation of the study purpose

The most reliable way to predict the possibility of a thermochemical reaction in any mixture is to calculate the adiabatic combustion temperature of this mixture. This temperature must be high enough to provide an intense heterogeneous response. It is desirable that the adiabatic combustion temperature be higher than the melting point of at least one of the components. Therefore, consider briefly the method and results of calculating the combustion temperature.

#### Presenting main material

Temperatures of thermochemical processes are usually calculated under the assumption of adiabaticity, ie the absence of heat loss from the reaction zone, in the case of complete conversion of reagents into final products. At the same time the equality of enthalpies of initial substances at initial temperature  $T_o$  and final products at  $T_{ad}$  [6] should be carried out

$$\sum_{i=1}^n [H(T_{ad}) - H(T_o)]_i = \Delta H = Q_x, \quad (1)$$

where  $T_{ad}$ ,  $T_o$  — adiabatic and initial reaction temperatures;  $Q_x$  — thermal effect of the reaction. Data are summarized for all reaction products.

If one product is formed, equation (1) takes the form

$$\int_{T_o}^{T_{ad}} C_p(T) dT = Q - \mu \cdot L, \quad (2)$$

where  $C_p(T)$  — heat capacity;  $Q$ ,  $L$  — heat of formation and melting of the product, respectively;  $\mu$  — the proportion of the liquid phase in the combustion product;

$$\mu = \begin{cases} 0 & \text{при } T_{ad} < T_{nl} \\ 1 & \text{при } T_{ad} > T_{nl} \end{cases}. \quad (3)$$

If,  $T_{ad} = T_{nl}$  then  $0 < \mu < 1$ . The fraction of the high-temperature phase for the case  $T_{ad} = T_{nl}$  can be determined by the formula

$$\mu = \frac{Q - \bar{c}(T_{nl} - T_o)}{L}, \quad (4)$$



where  $\bar{c}$  — the heat capacity of the reaction products, averaged over the temperature range  $T_0 \dots T_{ad}$ .

In the simplest case of one reaction product formed of elements



Then equation (1) can be transformed by equation (2). Usually the values  $T_{ad}$  are found from the solution of equation (2). Using the expression for the average heat capacity and thermal effect of the process

$$\bar{c} = \frac{1}{T_{ad} - T_0} \int_{T_0}^{T_{ad}} c(T) dT; \quad (6)$$

$$\bar{Q} = Q - \mu \cdot L, \quad (7)$$

can be rewritten (2) for greater clarity in the form

$$T_{ad} \approx T_0 + \frac{\bar{Q}}{c}. \quad (8)$$

A number of papers have used a more general approach that considers the chemical and phase equilibrium in multicomponent combustion products and allows to calculate not only the combustion temperature but also the composition of products [5, 7]. For gas-free combustion of a single-phase product, both approaches give the same result.

Therefore, to calculate the adiabatic combustion temperature, it is necessary to know the standard values of the heat of formation of compounds  $\Delta H_{298}$ , temperature dependences of their heat capacity  $C_p(T)$ , heat of fusion.  $L$ .

The greatest difficulties in thermodynamic analysis arise due to the lack of study of temperature dependences of the heat capacity of the formed compounds. The heat of formation of a significant amount of these compounds is given in the reference literature [7, 8]. Approximate semi-empirical methods are used to obtain the equations for determining the heat capacity and heat of fusion. There are several methods for calculating the heat capacity of compounds, such as Neumann-Kopp, Landia and others. The calculation of heat capacity, ie determination of the coefficients of the equation  $C_p(T) = a_0 + a_1 \cdot 10^{-3}T + a_{-2} \cdot 10^5 T^{-2}$ , was performed by the method proposed in [90]. The values of melting points of compounds  $T_{nl}(K)$ , indicators of standard entropies  $S_{298}^\circ$  and temperatures of polymorphic transformations were used for calculation. Tsagareishvili and Gvelesiani equations were used  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_{-2}$  to calculate the coefficients [9]

$$a = \frac{a_0}{n} = \left( 5,95 - \frac{0,3C_{p298}^{am}\theta}{T_{nl}} \right); \quad (9)$$

$$b = \frac{a_1}{n} = \frac{0,34C_{p298}^{am}}{T_{nl}}; \quad (10)$$

$$c = \frac{a_{-2}}{n} = 0,9 \left( a + b \cdot 298 - C_{p298}^{am} \right) \cdot 10^5, \quad (11)$$

where  $C_{p298}^{am}$  — standard gram-atomic heat capacity;  $n$  — the number of atoms in the compound;  $\theta$  — characteristic temperature.

For some types of crystalline compounds, in particular for intermetallics, the method of calculation  $C_{p298}$  known in the scientific literature using the principles of the entropy method and the Kopp-Neumann rule is used [10]

$$C_{p298} = 3,85 \lg S_{298}^{am} + 2,25. \quad (12)$$

The characteristic temperature is determined by the formula [13]

$$\theta = 1130 \left( \exp \frac{S_{298}^{am}}{3} - 0,78 \right)^{-1/2}, \quad (13)$$

where  $S_{298}^{am}$  — standard gram-atomic entropy, which can be calculated by the formula of Yatsimirsky [9]

$$S_{298}^{am} = \frac{\sum S_{298 \text{ эл}} - \alpha \cdot \Delta V}{n}, \quad (14)$$

where  $\sum S_{298 \text{ эл}}$  — sum of entropies of the elements that make up the compound;  $\alpha$  — constant, when measured in ml/mol is approximately 1/3;  $\Delta V$  — the difference between the volume of 1 mole of the compound and the sum of the atomic volumes of the components.

Melting points and polymorphic transformations are determined by the state diagram. Also, the missing values of the entropy of intermetallics formed can be calculated by the formula of Eastman [11]

$$S_{298}^{\circ} = R \left( \frac{3}{2} \ln A_{cp} + \ln V_{cp} - \frac{3}{2} \ln T_{nl} \right) + a, \quad (15)$$

$A_{cp}$  — molecular weight of the compound relative to the atoms in it;  $V_{cp}$  — average atomic volume;  $T_{nl}$  — absolute melting point of the compound;  $R$  — universal gas constant, which is equal to 8.31 J/(mol·K);  $a$  — constant equal to 52.3 J/(mol·K).

Formulas (12)—(14) determine the atomic heat capacity, characteristic temperature and atomic entropy for intermetallic compounds of the Ni-Al and Ti-Al systems. Using the obtained data, we then obtained the equation to determine the heat capacity. The experimental values  $C_p(T)$  differed from the calculated data by no more than 5 %.

According to the obtained equations of heat capacity and reference data on the heat of formation  $T_{ad}$ , the calculation is performed in accordance with expression (2). First, the thermal effect is calculated by the formula [12]

$$\Delta H(T_{nl}) = \int_{T_o}^{T_{nl}} C_p(T) dT, \quad (16)$$

and is compared with the value  $Q$ . When  $\Delta H(T_{nl}) > Q$  adiabatic temperature  $T_{ad}$  was lower than the melting point of the product  $T_{nl}$  and its value was found from equation (2). If  $\Delta H(T_{nl}) < Q$ , then  $T_{ad} \geq T_{nl}$ , and in this case it is necessary to consider melting of the formed product.

The heat of fusion of intermetallics is estimated by the formula [17]

$$\Delta H_{\phi.n.} = \Delta S_{\phi.n.} \cdot T_{nl}, \quad (17)$$

since it is known that the melting entropy of inorganic compounds can be estimated in the range of 5...7 cal/mol-deg (20.9... 29.3 J/mol·K). The heat capacity of the liquid product  $C_{\text{жс}}$  was assumed to be  $8 \cdot n$  cal/mol-deg, where  $n$  — is the number of atoms in the molecule of the compound formed. The adiabatic combustion temperatures of binary metal systems that form various intermetallic compounds. Thermodynamic analysis showed that for most metal systems the adiabatic combustion temperature is equal to or higher than the melting point of the final product — the intermetallic compound. This condition is sufficient for the self-propagating high-temperature synthesis to take place under normal conditions.

Therefore, thermodynamic analysis of thermochemical reactions of intermetallic formation by the ratio of adiabatic combustion temperature and melting point of the formed product showed that the studied reactions can be divided into two groups. The first group includes systems in which the adiabatic combustion temperature is lower than the melting point of the compound formed ( $T_{ad} < T_{nl}$ ).

First of all, it is the Ti + Al system, in which synthesis under normal conditions is unlikely. Preheating is required to carry out the synthesis reaction. The second group includes systems for which the adiabatic combustion temperature is equal to or exceeds the melting point of the product formed ( $T_{ad} \geq T_{nl}$ ). This group includes the Ni + Al system, which, as shown by the thermodynamic calculation of the maximum adiabatic temperature, is characterized by the interaction in the combustion mode under normal conditions ( $T_0 = 298$  K).

Thermodynamic calculations of the stability of intermetallic compounds, as well as other chemical compounds, based on the use of the Gibbs-Helmholtz equations, as the dependence of the change in free Gibbs energy on temperature [5]

$$\Delta G_T = \Delta H_T^\circ - T \cdot \Delta S_T^\circ, \quad (18)$$

where  $\Delta G_T$  — free Gibbs energy, kJ/mol;  $\Delta H_T^\circ$  — enthalpy of formation, kJ/mol;  $\Delta S_T^\circ$  — entropy, J/mol·K;  $T$  — temperature, K.

In the case of the reaction of intermetallic in the Me-Al system according to the equation



the standard enthalpy of formation and entropy of this chemical reaction is calculated as follows [5]:

$$\Delta H_{298}^\circ = \nu_1 \sum \Delta H_{298}^\circ{}_{npod} - \nu_2 \sum \Delta H_{298}^\circ{}_{ucx}; \quad (20)$$

$$\Delta S_{298}^\circ = \nu_1 \sum \Delta S_{298}^\circ{}_{npod} - \nu_2 \sum \Delta S_{298}^\circ{}_{ucx}, \quad (21)$$

where  $\sum \Delta H_{298}^\circ{}_{npod}$  — sum of standard enthalpies of formation of reaction products, kJ/mol;  $\sum \Delta H_{298}^\circ{}_{ucx}$  — sum of standard enthalpies of initial substances, kJ/mol;  $\sum \Delta S_{298}^\circ{}_{npod}$  — sum of standard entropies of reaction products, kJ/mol;  $\sum \Delta S_{298}^\circ{}_{ucx}$  — sum of standard entropies of initial substances, kJ/mol;  $\nu_1$  і  $\nu_2$  — stoichiometric coefficients.

Next, the Gibbs energy at standard temperature is calculated for the reactions of formation of compounds  $Me_xAl_y$  according to formula (19).

Next, the Kirchhoff equation calculates the change in enthalpy and entropy of intermetallics at the required temperature  $T$  [12]

$$\Delta H_T = \Delta H_{298}^\circ + \int_{298}^T \Delta C_p dT; \quad (22)$$

$$\Delta S_T = \Delta S_{298}^\circ + \int_{298}^T \frac{\Delta C_p dT}{T}, \quad (23)$$

where  $\Delta C_p$  — change in heat capacity depending on temperature, J/mol·K.

The next step is to calculate the change in Gibbs energy ( $\Delta G_T$ ) of this intermetallic at temperature  $T$

$$\Delta G_T = \Delta H_T - T \cdot \Delta S_T. \quad (24)$$

Enthalpy calculations showed that in the temperature range 298...  $T_{nl}$ , K the thermal effects of these chemical reactions have values  $< 0$  and, accordingly, the reactions occur with the release of heat.

Analyzing the dependence of the free Gibbs energy on temperature, we can conclude that the stability of intermetallic compounds formed in the *Ti-Al* and *Ni-Al* systems. Each compound of the system is characterized by a negative value of Gibbs energy. Estimation of the change in Gibbs free energy  $\Delta G_T$  during the formation of various aluminides with aluminum and Nickel showed that the intermetallic phase  $NiAl_3$ . It is slightly lower  $\Delta G$  in the metastable phase of  $Ni_2Al_3$ , but it can be formed only after a few intermediate transformation reactions, which is thermodynamically unlikely.

Calculations of the change in the Gibbs free energy  $\Delta G$  during the formation of various aluminum and titanium aluminides confirmed that the  $TiAl_3$  phase has the lowest energy of stable intermetallics in the entire temperature range. Slightly lower  $\Delta G$  in metastable phases  $TiAl_2$  and  $Ti_2Al_5$ , but they can be formed only after a few intermediate transformation reactions, which is thermodynamically unlikely.

To calculate the equilibrium of chemical reactions in the studied systems, as well as to determine the equilibrium compositions of the components involved in these reactions, the equilibrium constants of all independent reactions possible in these systems were determined. The equilibrium constant is associated with a change in the Gibbs energy of the reaction through the relationship [3, 5]

$$\Delta G_T^0 = -RT \ln k ; \quad (25)$$

$$k_T = \exp\left(-\frac{\Delta G_T^0}{RT}\right). \quad (26)$$

Equations (25) and (26) make it possible, knowing  $\Delta G^0$ , to calculate the equilibrium constant and, conversely, to determine the change in the Gibbs energy of the reaction from the experimentally found value of the equilibrium constant. The results of calculating the rate constant of the reaction rate of formation of intermetallic compounds in Ni-Al and Ti-Al systems show that with increasing temperature the value of the constant decreases, ie heat is released as a result of reactions (thermochemical exothermic reaction  $Q > 0$ ).

Based on the thermodynamic calculation, it is established that the reaction of formation of intermetallic compounds proceeds in the forward direction, at all possible temperatures of the process. Large values of the equilibrium constant (for  $NiAl$  —  $k = 5,03 \cdot 10^{18}$ ,  $TiAl$  —  $k = 2,3 \cdot 10^{11}$ ) show that under standard equilibrium conditions the reaction is very shifted to the right, which means that at 298 K a stable compound of intermetallics is formed. At low temperatures, less than 933 K, the reaction proceeds very intensely, as evidenced by the very high value of the reaction constant.

The activation energy of each reaction can be estimated by the formula [27]

$$E_a = \frac{R[\ln k_2 - \ln k_1]}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}. \quad (27)$$

We find the value of the reaction rate constant of the formation of intermetallic compounds at temperatures  $T_1 = 298$  K i  $T_2 = 1000$  K. Accordingly, we obtain for the  $Ni-Al$  —  $\ln k_1 = 16,05$  i  $\ln k_2 = 3,21$ ; for the system  $Ti-Al$   $\ln k_1 = 26,89$  i  $\ln k_2 = 3,57$ . The values of the activation energy of the intermetallic alloy formation reaction obtained by thermodynamic calculation were 45.153 kJ/mol and 82.263 kJ/mol, respectively.

Therefore, based on thermodynamic analysis of intermetallic alloys formation reactions under thermochemical pressing conditions, the equilibrium constants of all independent intermetallic formation reactions in Ni-Al and Ti-Al systems and their activation energies are obtained. It was found that the activation energy for the reaction of titanium and aluminum with the formation of intermetallics is 82.263 kJ/mol, which is  $\sim 1.8$  times higher than the activation energy of Ni-Al alloys. Therefore, intermetallic compounds in the Ti-Al system have high values of activation energy, and thus show the complexity of the SHS reaction under normal conditions. To carry out the synthesis reaction in the Ti-Al system requires preheating the system to a temperature of 400...600 K.

The second most important problem of thermodynamics of thermochemical processes is aimed at calculating the equilibrium composition of synthesis products. Solving this problem allows you to find the composition of the reaction mixture required to obtain the desired product. Such thermodynamic analysis is especially important in complex multicomponent systems, when the composition of combustion products is not obvious due to the presence of competitive side effects, phase transformations, dissociation. Thermodynamic calculations of the change in Gibbs free energy  $\Delta G$  in the formation of various aluminum and titanium aluminides confirmed that in the entire temperature range the lowest energy of stable intermetallics has the phase  $TiAl_3$ .

Thermodynamic calculations of the equilibrium state in the Ni-Al system have shown that intermetallics are always synthesized into a single-phase product of the specified stoichiometry. In the NiAl formation system, the monophase product is NiAl Nickel monoaluminide. In the TiAl system, the calculation showed that although the target reaction product here is titanium monoaluminide TiAl, the main (inevitably present) by-product is the Ti<sub>3</sub>Al phase. The ratio of phase components (TiAl to Ti<sub>3</sub>Al) is 70: 30 %, which is in good agreement with the available results of the study of structural and phase formation of alloys obtained by thermochemical pressing of powder mixtures of Ni-Al and Ti-Al [13—15].

Therefore, the optimal areas for obtaining certain phases, determined thermodynamically (calculation), will monitor the processes of both phase formation and formation of the microstructure of the product at all stages of the process, identify the sequence of phase and structural transformations and mechanisms of interaction of these metals with aluminum in high temperature synthesis.

### Conclusions

Thus, thermodynamic analysis of intermetallic systems and determination of adiabatic temperatures of formation of various compounds leads us to believe that the implementation of the process of thermochemical pressing is not the only exception, but the rule for many refractory compounds. Almost every refractory intermetallic compound of metals resistant to high temperatures is formed from elements with strong heat release, and can be obtained by thermochemical pressing. It should also be noted that despite the short duration of the thermochemical pressing process, the obtained products are close in composition to thermodynamic equilibrium.

### References

- [1] Sereda B., Sereda D., Belokon Y. (2015) Issledovanie korrozii i okisleniya splavov r-TiAl, poluchennyh v samorasprostranyayushchemsya vysokotemperaturnom sinteze [Investigation of corrosion and oxidation of r-TiAl alloys obtained in self propagating high temperature synthesis]. *Materials Science and Technology Conference and Exhibition. Columbus*, (2), 1249–1255.
- [2] Sereda B., Belokon Y., Belokon K., Kruglyak D., Kruglyak I., Sereda D. (2019) Termodinamicheskij analiz protekaniya SVS-reakcij v sisteme splavov Ni-Al. [Thermodynamics analysis of flowing for SHS-reactions in system Ni-Al alloys] *Materials Science and Technology Conference and Exhibition. Portland*, 1395–1400.
- [3] Batalin G.I., Beloborodova E.A., Kazimirov V.P. Termodinamika i stroenie zhidkih splavov na osnove alyuminiya. [Thermodynamics and structure of liquid alloys based on aluminum], M.Metallurgiya.
- [4] Belov G.B., Trusov B.G. (2013) Termodinamicheskoe modelirovanie himicheski reagiruyushchih sistem [Thermodynamic modeling of chemically reacting systems], MGTU im. N. E. Baumana
- [5] Karapet'yanc M.H. (1975) Himicheskaya termodinamika. [Chemical thermodynamics], Moskva:Himiya
- [6] Belokon K., Belokon Y. (2018) Ispol'zovanie teplovogo vzryva dlya sinteza intermetallicheskih soedinenij i splavov [The usage of heat explosion to synthesize intermetallic compounds and alloys], *Ceramic Transactions*, (261), 109–115.
- [7] Informacionno-spravocnaya sistema - Termicheskie Konstanty Veshchestv [Thermal Constants of Substances], Vyborka: 01.01.2016.
- [8] Veryatin U.D., Mashirev V.P., Ryabcev N.G. (1965) Termodinamicheskie svoystva neorganicheskikh veshchestv [Thermodynamic properties of inorganic substances], M:Atomizdat
- [9] Gelashvili G.A., Dzeladze Z. (1979) Termodinamicheskij raschet reakcij polucheniya intermetallida Nb<sub>3</sub>Al metodom sovместnogo vosstanovleniya okislov niobiya i alyuminiya gidridom kal'ciya. [Thermodynamic Calculation of Reactions for Obtaining Nb<sub>3</sub>Al Intermetallic Compound by the Method of Joint Reduction of Niobium and Aluminum Oxides with Calcium Hydride], *Poroshkovaya metallurgiya*, (8), 13–16.
- [10] Najborodenko Y.S., Lavrechuk G.V., Filatov V.M. (1982) Samorasprostranyayushchijsya vysokotemperaturnyj sintez alyuminidov. I Termodinamicheskij analiz [Self-propagating high-temperature synthesis of aluminides. I Thermodynamic analysis], *Poroshkovaya metallurgiya*, (12), 4–8.

- [11] Landiya N.A. (1962) Raschet vysokotemperaturnykh teploemkostej tverdyh neorganicheskikh veshchestv po standartnoj entropii [Calculation of high-temperature heat capacities of solid inorganic substances using standard entropy], Tbilisi: Izd-vo AN. Gruz. SSR.
- [12] Zhuhovickij A.A., Shvarcman L.A. (1987) Fizicheskaya himiya: ucheb. dlya vuzov [Physical chemistry: textbook. for universities], M : Metallurgiya.
- [13] Imayev V.M., Imayev R.M., Gaisin R.A., Nazarova T.I., Shagiev M.R. and Mulyukov R.R. (2017) Zharoprochnye intermetallidnye splavy i kompozity na osnove titana: mikrostruktura, mekhanicheskie svoystva i vozmozhnosti primeneniya [Heat-resistant intermetallic alloys and composites based on titanium: microstructure, mechanical properties, and possible application] *Mater. Phys. Mech.*, (33), 80–96.
- [14] Kastenhuber M., Klein T., Clemens H. and Mayer S. (2018) Adaptaciya mikrostruktury i himicheskogo sostava usovershenstvovannykh splavov na osnove  $\gamma$ -TiAl dlya povysheniya soprotivleniya polzuchesti [Tailoring microstructure and chemical composition of advanced  $\gamma$ -TiAl based alloys for improved creep resistance], *Intermetallics*, 2018, (97). 27–33.
- [15] Sereda B., Belokon Y., Sereda D., Kruglyak I. (2019) Modelirovanie processov polucheniya na osnove TiAl i NiAl v usloviyah SVS dlya aerokosmicheskikh prilozhenij [Modeling of processes for the production of based TiAl and NiAl in the conditions of SHS for aerospace applications], *Materials Science and Technology Conference and Exhibition. Portland*, 2019, 137–142.

## МОДЕЛЮВАННЯ І ТЕРМОДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ РЕАКЦІЙ ПРИ ТЕРМОХІМІЧНОМУ ПРЕСУВАННІ ПОРОШКІВ ІНТЕРМЕТАЛІДНИХ СПЛАВІВ

Середа Б.П., Белоконь Ю.О., Кругляк І.В., Середя Д.Б., Кругляк Д.О.

### Реферат

Представлено результати термодинамічного аналізу реакцій, що можливі під час одержання порошкових інтерметалідних сплавів за умов термохімічного пресування. На основі термодинамічного аналізу перебігу реакцій утворення інтерметалідних сплавів в умовах термохімічного пресування отримані термодинамічні властивості та константи рівноваги всіх незалежних реакцій утворення інтерметалідів у системах Ni-Al і Ti-Al та їхні енергії активації. Встановлено, що для реакції взаємодії титану та алюмінію з утворенням інтерметалідів енергія активації становить 82,263 кДж/моль, що в  $\sim 1,8$  рази вища за енергію активації Ni-Al сплавів. Встановлено, що інтерметалідні сполуки в системі Ti-Al мають високі значення енергії активації, а відтак, показують складність перебігу термохімічних реакцій в звичайних умовах. Аналіз рівноважного стану інтерметалідних сплавів NiAl та TiAl показав, що механізми структуроутворення сплаву якісно розрізняються. На відміну від синтезу алюмініду нікелю, який має монофазний продукт, дифузійні процеси в TiAl відбуваються повільніше, і синтез  $\gamma$ -фази відбувається в процесі охолодження, з повільним рухом межі розділу та зі слабким тепловиділенням (повторне структуроутворення). Рівноважний склад продукту синтезу у системі Ti-Al хоча і цільовим продуктом реакції тут є моноалюмінід титану  $\gamma$ -TiAl, але основним (неминуче присутнім) побічним продуктом є  $\beta_2$ -Ti<sub>3</sub>Al.

### Література

- [1] Sereda B., Sereda D., Belokon Y. Investigation of corrosion and oxidation of  $\gamma$ -TiAl alloys obtained in self propagating high temperature synthesis. *Materials Science and Technology Conference and Exhibition*. (Columbus, October 4-8, 2015). Columbus, 2015. Vol. 2. P. 1249–1255.
- [2] Sereda B., Belokon Y., Belokon K., Kruglyak D., Kruglyak I., Sereda D. Thermodynamics analysis of flowing for SHS-reactions in system Ni-Al alloys. *Materials Science and Technology Conference and Exhibition*. (Portland, September 29 – October 3, 2019). Portland, 2019. P. 1395–1400.

- [3] Баталин Г.И., Белобородова Е.А., Казимиров В.П. Термодинамика и строение жидких сплавов на основе алюминия. Москва : Металлургия, 1983. 160 с.
- [4] Белов Г.Б., Трусов Б.Г. Термодинамическое моделирование химически реагирующих систем [Электронная версия]. Москва : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2013. 96 с. Режим доступа: <http://ihed.ras.ru/~thermo/MU-Belov-Trusov.pdf>
- [5] Карапетьянц М.Х. Химическая термодинамика. 3-е изд., перераб. и доп. Москва : Химия, 1975. 584 с.
- [6] Belokon K., Belokon Y. The usage of heat explosion to synthesize intermetallic compounds and alloys. *Ceramic Transactions*. 2018. Vol. 261. P. 109–115.
- [7] Информационно-справочная система «Термические Константы Веществ» [Электронная версия]. – Режим доступа: <http://www.chem.msu.su/rus/tkv/welcome.html>. Выборка: 01.01.2016.
- [8] Верятин У.Д., Маширев В.П., Рябцев Н.Г. и др. Термодинамические свойства неорганических веществ : справочник / Под ред. А. П. Зефирова. Москва : Атомиздат, 1965. 460 с.
- [9] Гелашвили Г.А., Дзnelадзе Ж.И. Термодинамический расчет реакций получения интерметаллида Nb<sub>3</sub>Al методом совместного восстановления окислов ниобия и алюминия гидридом кальция. *Порошковая металлургия*. 1979. № 8. С. 13–16.
- [10] Найбороденко Ю.С., Лавречук Г.В., Филатов В.М. Самораспространяющийся высокотемпературный синтез алюминидов. I Термодинамический анализ. *Порошковая металлургия*. 1982. № 12. С. 4–8.
- [11] Ландия Н.А. Расчет высокотемпературных теплоемкостей твердых неорганических веществ по стандартной энтропии. Тбилиси : Изд-во АН. Груз. ССР, 1962. 222 с.
- [12] Жуховицкий А.А., Шварцман Л.А. Физическая химия : учеб. для вузов. 4-е изд., перераб. и доп. Москва : Металлургия, 1987. 688 с.
- [13] Imaev V.M., Imaev R.M., Gaisin R.A., Nazarova T.I., Shagiev M.R. and Mulyukov R.R. Heat-resistant intermetallic alloys and composites based on titanium: microstructure, mechanical properties, and possible application, *Mater. Phys. Mech.* 2017. No. 33, P. 80–96.
- [14] Kasthuber M., Klein T., Clemens H. and Mayer S. Tailoring microstructure and chemical composition of advanced  $\gamma$ -TiAl based alloys for improved creep resistance. *Intermetallics*. 2018. No. 97. P. 27–33.
- [15] Sereda B., Belokon Y., Sereda D., Kruglyak I. Modeling of processes for the production of based TiAl and NiAl in the conditions of SHS for aerospace applications. Materials Science and Technology Conference and Exhibition. (Portland, September 29 – October 3, 2019). Portland, 2019. P. 137–142.

DOI: 10.31319/2519-8106.1(46)2022.258410

УДК 631.17.001

С.С. Тищенко, д.т.н., професор кафедри вищої математики, voloskrs@i.ua

КЗО «Академічний багатoproфільний ліцей № 120» ДМР, м. Дніпро

## ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ ҐРУНТУ ПО ПОВЕРХНІ РОБОЧОГО ОРґАНУ

*Робочі органи, які працюють у щільному середовищі мають високий тяговий опір однією складовою його є переміщення ґрунту по поверхні робочого органу. Ця складова тягового опору є дуже великою, тому дослідження такої величини є дуже важливим. У статті розглядається дослідження руху ґрунту по поверхні робочого органу за допомогою сферичних індикатрис дотичних. Встановлено, що по розгортним поверхням ґрунт рухається впорядковано, що знижує тяговий опір.*

**Ключові слова:** щільне середовище, ґрунт, робочі органи, тяговий опір.

*Working bodies that work in a dense environment have a high traction resistance, one of its components is the movement of soil on the surface of the working body. This component of traction resistance is very large, so the study of this value is very important. The article considers the study of soil movement on the surface of the working body with the help of spherical tangent indicators. It is established that the soil moves in an orderly manner along the deployed surfaces, which reduces the traction resistance word.*

**Key words:** dwelling environment, soil, working bodies, traction resistance.

### Постановка проблеми

Дуже багато машин і механізмів мають робочі органи, які працюють у щільному середовищі. Найбільш розповсюдженим середовищем є ґрунт. Всі ґрунтообробні робочі органи як то плуги, плоскорізи, культиватори мають робочі органи, які працюють у щільному середовищі тобто у ґрунті. Багато будівельних машин, а саме скрепери, екскаватори усіх типів та призначень, та інші машини, мають робочі органи, які працюють у ґрунті. До цих машин можна віднести канавокопачі, меліоративні машини, робочі органи яких теж працюють у щільному середовищі тобто ґрунті. Це викликає велику увагу до проектування поверхонь робочих органів [1, 2, 3]. В наш час розроблені узагальнені геометричні моделі поверхонь робочих органів [4, 8], але вони потребують досліджень стосовно обтіканню середовищем робочого органу.

Процес взаємодії робочого органу з ґрунтом складається з двох фаз: руйнування ґрунту та його переміщення по поверхні. Фаза руйнування ґрунту розглянута в літературі досить детально, а рух ґрунту по поверхні робочого органу потребує додаткового вивчення.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

При роботі сільськогосподарських плугів на переміщення ґрунту по поверхні робочого органу витрачається близько 25 % енергії [7], яка витрачається на обробіток ґрунту. Теж саме можна сказати про ковші екскаваторів, полиць бульдозерів. Тому вивчення закономірностей руху ґрунту по поверхні ґрунтообробного робочого органу дозволить помітити шляхи зниження енергоємності обробітку ґрунту.

Після руйнування, під дією лемеша, ґрунт починає рух по поверхні робочого органу, залишаючись з нею в контакті до тих пір, доки не зійде з неї у борозну. Залишаючись у контакті з поверхнею ґрунт опише деякі траєкторії  $L_i$ , які є єдиними свідками взаємодії робочого органу з ґрунтом і тому несуть всю інформацію про кінематичні та динамічні властивості поверхні, тобто про сили та витрати енергії, що витрачаються на переміщення ґрунту.

Одним із методів побудови траєкторій є метод рисок, які залишає ґрунт, що рухається по поверхні робочого органу [9]. Використовуючи риси як дотичні можна побудувати траєкторію руху, задавши початкову точку на лемеші. В результаті побудови будемо мати сукупність траєкторій, які будуть накривати поверхню. Після чого ці траєкторії можна аналізувати щоб визначити кінематичні та динамічні характеристики руху скиби ґрунту по поверхні робочого органу.



### Формулювання мети дослідження

Метою досліджень є запровадження сферичних індикатрис дотичних до траєкторій для вивчення кінематичних характеристик руху по поверхні робочого органу.

### Виклад основного матеріалу

Дослідження кінематичних та динамічних характеристик руху ґрунту проводились на гвинтових полицях плужних корпусів КВС-40А (рис. 1, а) по типу корпусу «Оверум Брук», ККВ.01.000-01 (рис. 1, б) по типу корпусу «Квернеланд» причому всі ці полиці мали розгортну поверхню, яка розгорталась на площину без складок та розривів. Одночасно з цими полицями у дослідженнях приймали участь полиці гвинтового типу ККВ.01.000 (рис. 1, в), який мають нерозгортну поверхню. Загальний вид плужних корпусів представлено на рис. 2.

Розгортні поверхні виділяються від інших лінійчатих поверхонь такими диференціально-геометричними властивостями:

- гаусова кривина поверхні дорівнює нулю;
- дотична площина дотикається всієї поверхні і не змінює свого положення при переміщенні точки дотику вздовж твірної.

Гаусова кривина [2, 3, 4] є основною характеристикою поверхні у точці і обчислюється формулі

$$K = k_1 \cdot k_2,$$

де  $k_1$  і  $k_2$  — головні кривини поверхні по двом взаємно-перпендикулярним напрямкам. Так як у розгортній поверхні один з головних напрямків співпадає з твірною [5, 8], то гаусова кривина буде дорівнювати нулю

$$K = \frac{1}{r_1} \cdot \frac{1}{\infty} = 0.$$

Тому що радіус кривини прямолінійної твірної дорівнює нулю  $r_2 = \infty$ .

Внаслідок цієї властивості скиба ґрунту на торсовій поверхні буде випробувати деформацію простого згину. З відхиленням поверхні від торсової у скибі ґрунту будуть з'являтися пластичні деформації, які визвано стиском та розтягуванням скиби ґрунту, причому вони будуть тим більші, чим більш поверхня буде відхиляться від розгортної.

Дослідження проводились при умовах: ґрунт — важко суглинистий, чорнозем, рельєф поля — вирівняний. Середня вологість ґрунту у шарах 0—25 см склала 18,4 %, а твердість відповідно 1,69 МПа. Дослідження проводились на швидкостях  $V_0 = 1,37$  м/с і  $V_0 = 3,06$  м/с.

Для вивчення кінематичних та динамічних характеристик руху ґрунту знімались три траєкторії. Потім координатним методом ці траєкторії переносились на проекції робочої поверхні. В результаті мали горизонтальні та провздожньо-вертикальні проекції руху ґрунту.

Дослідження руху ґрунту по поверхням проводилось за допомогою сферичних індикатрис дотичних.

При руху по поверхні полиці кожна точка скиби буде рухатись по просторовій кривій, яку можна в загальному випадку представити таким чином

$$L: \vec{r} = \vec{r}(t), \quad (1)$$

де  $\vec{r}$  — поточний радіус-вектор;  $t$  — час.

Продиференціювавши (1) по часу отримаємо такий вираз:

$$\vec{v} = \frac{ds}{dt} \vec{\tau}, \quad (2)$$

де  $\frac{ds}{dt}$  — швидкість руху точки по дузі траєкторії;  $\vec{\tau}$  — одиничний вектор, дотичний до траєкторії  $L$  у точці  $A$ .

Формула (2) вказує, що вектор швидкості  $\vec{v}$  завжди має напрямок дотичної до траєкторії  $L$ , а сама швидкість руху точки  $\frac{ds}{dt}$  — величина скалярна. Таким чином, напрямок одиничного вектора  $\vec{\tau}$  в будь якій точці поверхні співпадає з напрямком відносної швидкості  $V$ .

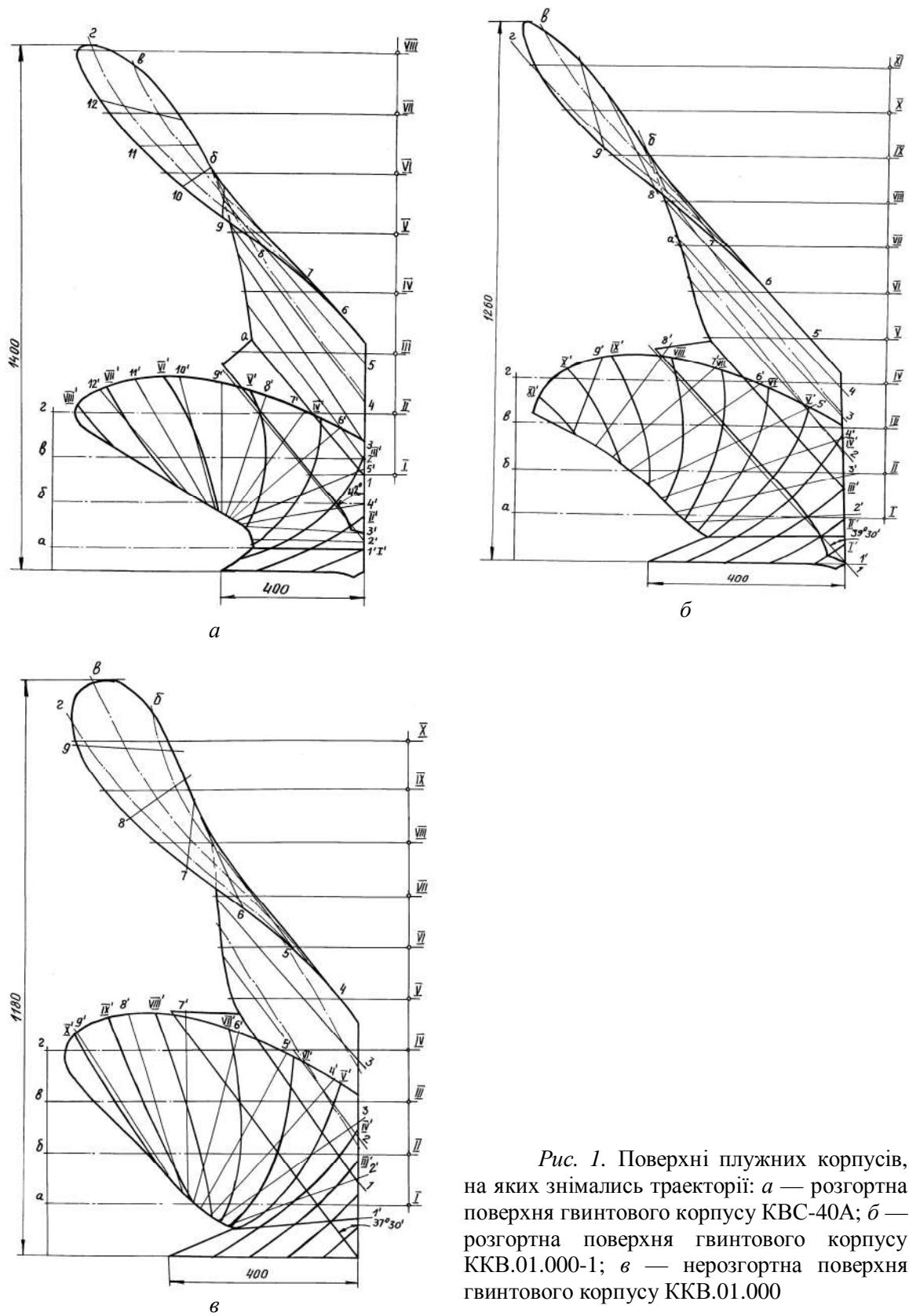


Рис. 1. Поверхні плужних корпусів, на яких знімалися траєкторії: *a* — розгортна поверхня гвинтового корпусу КВС-40А; *б* — розгортна поверхня гвинтового корпусу ККВ.01.000-1; *в* — нерозгортна поверхня гвинтового корпусу ККВ.01.000

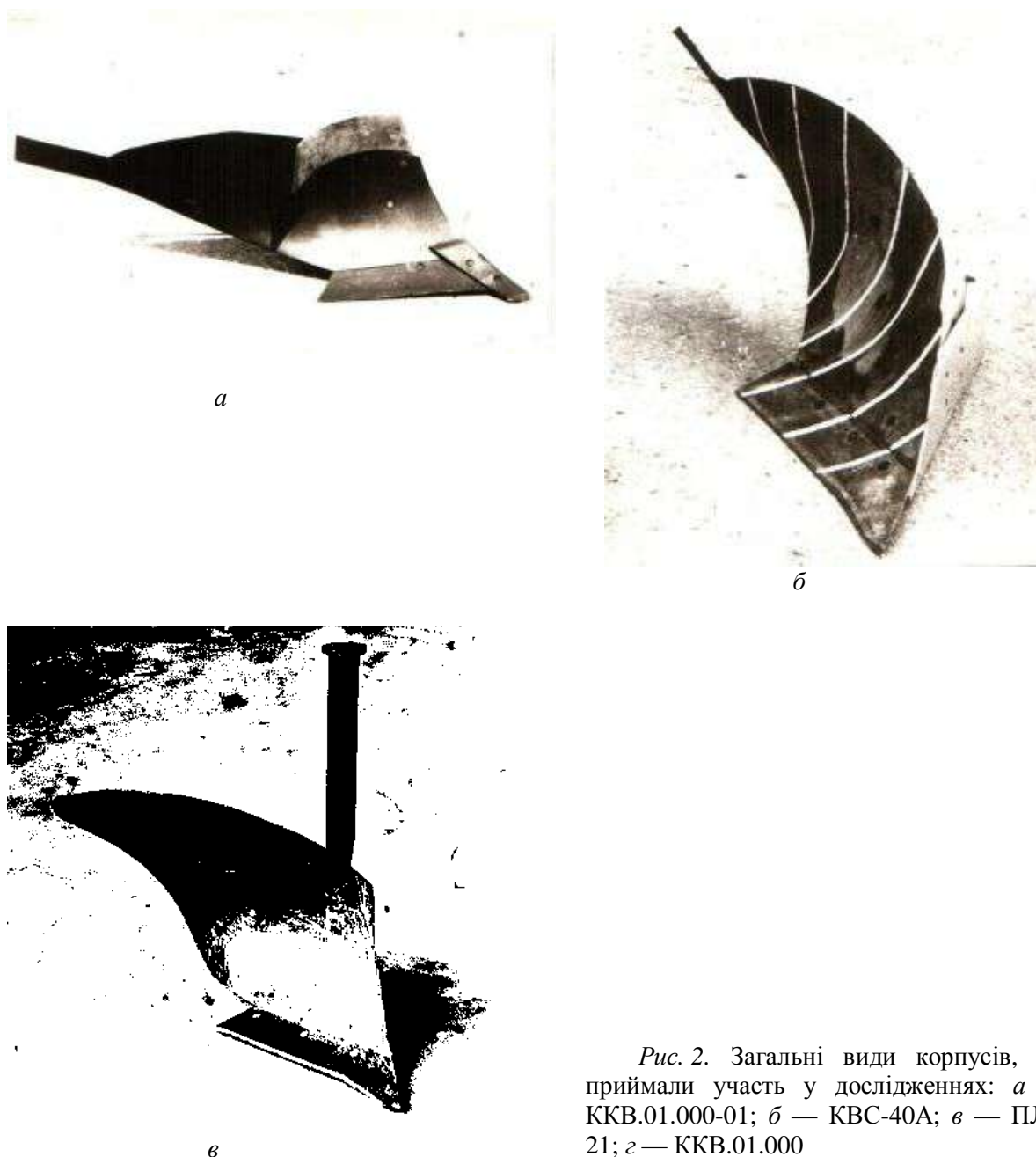


Рис. 2. Загальні види корпусів, що приймали участь у дослідженнях: *a* — ККВ.01.000-01; *б* — КВС-40А; *в* — ПЛЕ-21; *г* — ККВ.01.000

Визначимо у кожній точці  $A_i$  ( $i=1, n$ ), траєкторії  $L$  вектор дотичної  $\vec{\tau}_i$ . Тоді кінець цього вектора, точка  $M_i$ , дасть на сфері одиничного радіусу криву  $m$ , яка називається сферична індикатриса дотичних [1, 10]. Кожній траєкторії  $L$  на сфері одиничного радіусу буде відповідати певна сферична індикатриса дотичних.

Положення точки  $M_i$  на сфері одиничного радіусу визначається кутами  $\alpha_{xz}$  і  $\alpha_{xy}$ . Знаючи ці кути можна побудувати відображення сферичної індикатриса дотичних на площину як функцію зміни одного кута від другого, наприклад  $\alpha_{xz} = f(\alpha_{xy})$ . По данній функції можна судити як змінюється напрямок відносної швидкості ґрунту  $V$  вздовж кожної траєкторії.

На рис. 3 наведено відображення сферичних індикатрис дотичних траєкторій  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ . Траєкторія  $L_1$  розташовується ближче до верхнього обрізу полиці, а траєкторія  $L_3$  — до нижнього обрізу полиці.

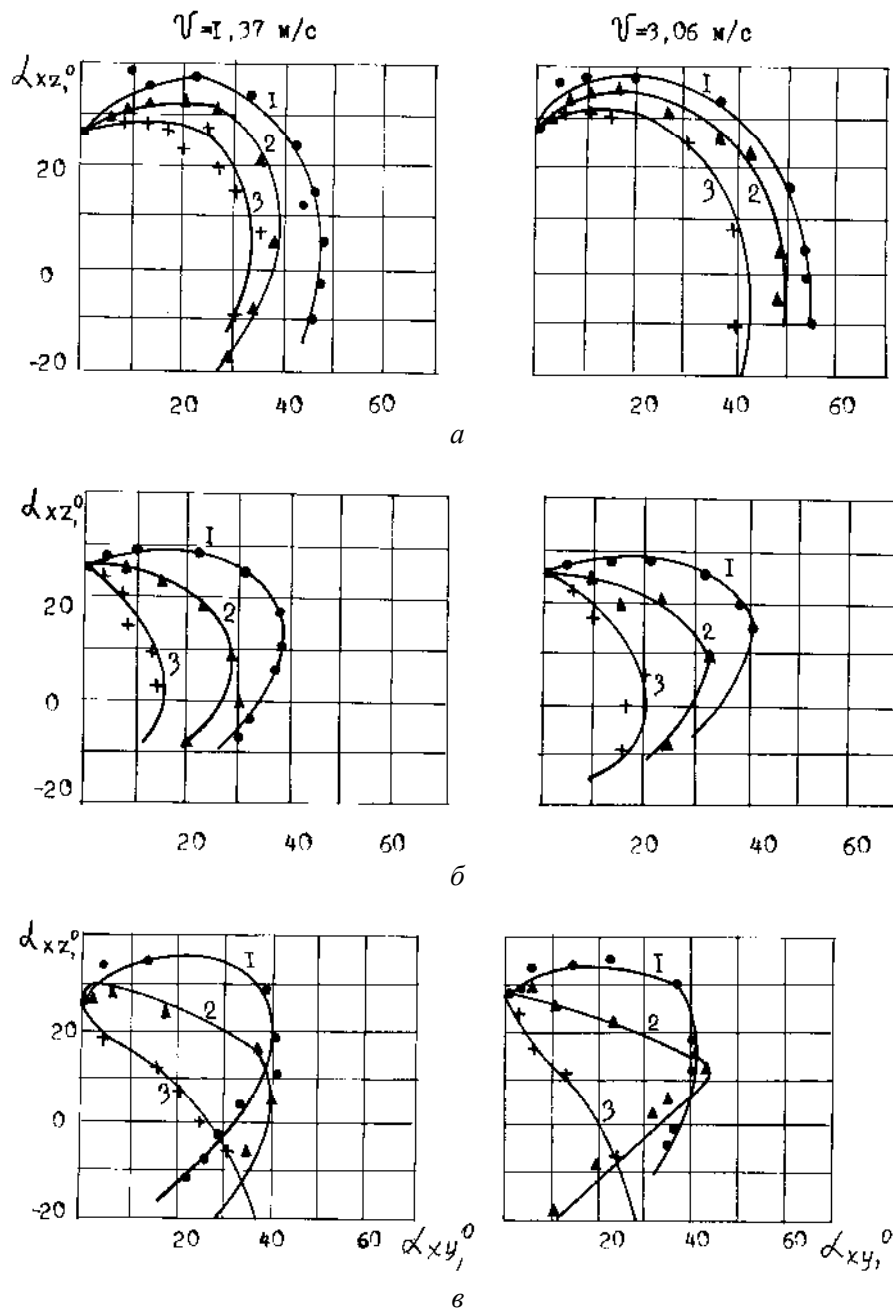


Рис. 3. Сферичні індикатриси дотичних до траєкторій на поверхнях гвинтових полиць: *a* — розгортна поверхня гвинтового корпусу КВС-40А; *б* — розгортна поверхня гвинтового корпусу ККВ.01.000-01; *в* — нерозгортна поверхня гвинтового корпусу ККВ.01.000

Як видно з рисунку криві 1, 2, 3 мають значно різний характер. У розгортних полиць корпусів КВС-40А і ККВ.01.000-01 криві 1, 2, 3 схожі між собою, вони мають еквідистантний характер. Це означає, що вектори  $\vec{V}$ , при руху по траєкторіям  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ , обертаються з однаковою швидкістю. Таким чином, траєкторії  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  подібні. Це, в свою чергу, вказує на те, що скиба ґрунту, рухаючись по розгортній поверхні, не відчуває місцевих стиснень та розтягувань, характерних для пластичних деформацій.

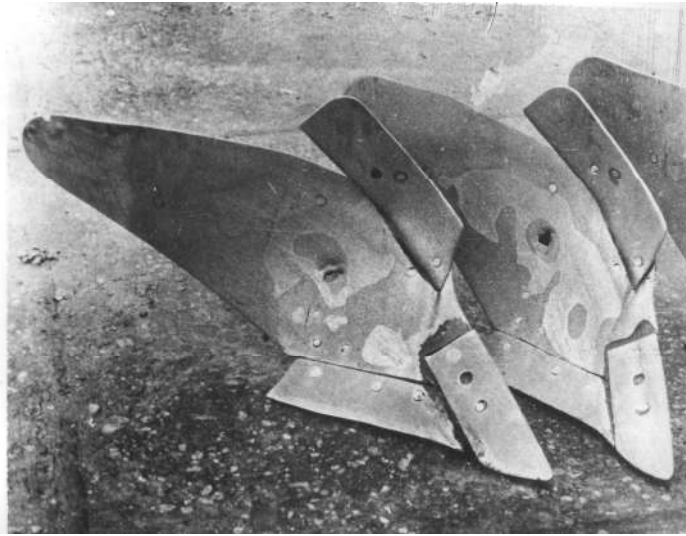


Рис. 4. Максимальний знос гвинтових полиць з нерозгортною поверхнею

Іншу картину будемо бачити при руху скиби по нерозгортній поверхні корпуса ККВ.01.000 (рис. 3). У цьому випадку криві 1, 2, 3 мають різну кривину та скрут, що приводе до їх перетину. Різна кривина кривих 1, 2, 3 вказує, що траєкторії  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ , руху скиби по нерозгортній поверхні відрізняються по кривині та скруту. При цьому траєкторії  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ , на поверхні полиці різні, що приводе до місцевих стискувань (у місцях максимального зближення сусідніх траєкторій) і розтягувань (у місцях найбільшого розходження траєкторій), на подолання яких потрібно затратити додаткову енергію. Місця найбільшого стискування скиби будуть у містах перетину кривих 1, 2, 3 на рис. 3, в.

У місцях стискування скиби утворюються максимальні нормальні напруження які визивають найбільший знос полиці плужного корпусу. На рис. 4 наведено знос гвинтових корпусів ККВ.01.000 з нерозгортною поверхнею. Як видно з рисунку на грудині знос максимальний — полиця зношена повністю. Це місце відповідає перетину сферичних індикатрис дотичних відповідно до рис. 3, з.

#### Висновки

На основі проведених досліджень по застосування сферичних індикатрис дотичних можна зробити наступні висновки.

1. Сферичні індикатрис дотичних дозволяють просторову картину обтікання ґрунтом поверхні робочого органу перетворити на плоску картину на площині.
2. Застосування сферичних індикатрис дотичних до траєкторій дозволяє виявити місця максимального нормального тиску скиби ґрунту на робочий орган.
3. Вивчення сферичних індикатрис дотичних вказує на те, що корпуси плугів з розгортними поверхнями полиць мають менший тяговий опір за рахунок впорядкованого руху скиби ґрунту, що виключає місцеві стиснення та розтягування.
4. Наступні дослідження потрібно проводити у дослідженні розрахункових траєкторій з метою виявлення максимального зносу поверхні робочого органу.

#### Список використаної літератури

1. Голованов Н.Н. Геометрическое моделирование. Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2002, 472 с.
2. Котов И.И. Методическое пособие по начертательной геометрии "Алгоритмы конструирования каркасных поверхностей". Москва : МАИ, 1975, 63 с.
3. Мальный А.Д., Попудняк О.Ю., Ульченко Т.В., Старосольська Т.В. Квазилинейные графические модели пространства. *Мости та тунелі : теорія, дослідження, практика*. 2014. № 5. С. 51–56.
4. Найдыш В.М. Конструирование поверхностей из многопараметрических множеств линий и поверхностей. *Научные труды Украинской сельскохозяйственной академии*. 1980. № 234. С. 141–144.
5. Найдыш В.М. Конструирование поверхностей, проходящих через их специальные линии. *Известие высших учебных заведений: авиационная техника*. 1981. № 234. С. 88–90.

6. Найдыш В.М., Балюба И.Г. Развертывающиеся линейчатые поверхности, заданные линией пространства параметров. *Прикладная геометрия и инженерная графика*. 1979. № 27. С. 89–90.
7. Тищенко С.С. Геометрическая адаптация поверхностей почвообрабатывающих рабочих органов к выполняемому процессу. *Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. П. Василенка*. 2007. № 59. С. 110–114.
8. Тищенко С.С. Геометрическая модель адаптивной поверхности почвообрабатывающего рабочего органа инцидентной двум кривым / С. С. Тищенко. // Сборник научных работ Крымского государственного университета. 2005. № 84. С. 242–247.
9. Тищенко С.С., Карась В.В. Конструирование поверхности окучника для пропашных культур по абсолютным траекториям движения почвы. *Вісник Дніпропетровського державного агроуніверситету*. 2006. № 1. С. 27–30.
10. Lawrence D. Brown. A semiparametric multivariate partially linear model: A difference approach / Lawrence D. Brown, Michael Levine, Lie Wang // *Journal of Statistical Planning and Inference*. 2016. Vol. 178. P. 99–111. doi:10.1016/j.jspi.2016.06.005

## INVESTIGATION OF SOIL MOVEMENT ON THE SURFACE OF THE WORKING BODY

S. Tishchenko

### Abstract

Many machines and mechanisms have working bodies that work in a dense environment. The most common environment is soil. All tillage implements such as plows, flat cutters, cultivators have implements that work in a dense environment, ie in the soil. Many construction machines, namely scrapers, excavators of all types and purposes, and other machines, have working bodies that work in the ground. These machines include diggers, reclamation machines, the working bodies of which also work in a dense environment, if soil. This causes a lot of attention to the design of the surfaces of the working bodies.

Nowadays, generalized geometric models of working body surfaces have been developed, but they require research on the flow around the working body.

During the operation of agricultural plows, about 25 % of energy is used to move the soil on the surface of the working body, which is spent on tillage. The same can be said about buckets of excavators, shelves of bulldozers. Therefore, the study of the patterns of soil movement on the surface of the tillage working body will notice ways to reduce the energy intensity of tillage.

One of the methods of constructing trajectories is the method of strokes left by the soil moving on the surface of the working body. Using the lines as tangents, you can build a trajectory by setting the starting point on the ploughshare. As a result of construction we will have a set of trajectories which will cover a surface. Then these trajectories can be analyzed to the kinematic characteristics of the movement of soil chips on the surface.

The aim of the research is to introduce spherical indicators of tangents to the trajectories to study the kinematic characteristics of soil movement on the surface of the working body.

Studies of soil movement on the surfaces of plow bodies have established that the spatial picture of soil flow around the working body can be turned into a flat one. Research has shown that the soil moves in orderly on the unfolding surfaces, at the same time on the unfolded surfaces the soil moves, forming local sources of pressure on the surface of the working body. Local pressure sources lead to increased wear of the working bodies.

Thus, the use of spherical indicators tangent to the trajectories allows the spatial picture of soil movement on the surface of the working body to lead to a flat and identify local places of increased wear.

### References

- [1] Golovanov, N.N. (2002). *Geometricheskoe modelirovanie: nauchnoe. izdanie [Geometrical design: scientific publication]* Moscow: Publishing house of physical and mathematical literature [in Russia].
- [2] Kotov, I.I. (1975) *Metodicheskoe posobie po nachertatelnoy geometrii "Algoritmy konstruirovaniya karkasnykh poverkhnostey" [Methodical manual on descriptive geometry "Algorithms of constructing of framework surfaces"]*. Moscow: Publishing House Mosk. Aviation in-that [in Russia].
- [3] Malyy, A.D., & Popudnyak Yu.Ya., & Ulchenko T.V., Starosolskaya T.V. (2014). *Kvazilineynye graficheskie modeli prostranstva [Quasilinear graphical space mode]. Mosty ta tuneli: teoriya, doslidzhennya, praktika - Bridges and tunnels: theory, research, practice, 5, 51–56 [in Ukraine]*.
- [4] Naydysh V.M. (1980). *Konstruirovaniye poverkhnostey iz mnogoparametricheskikh mnozhestv liniy i poverkhnostey [Designing surfaces from multiparameter sets of lines and surfaces] Nauchnye trudy Ukrainskoy selskokhozyaystvennoy akademii - Scientific works of the Ukrainian Agricultural Academy, 234, 141–144 [in Ukraine]*.
- [5] Naydysh V.M. (1981) *Konstruirovaniye poverkhnostey, prokhodyashchikh cherez ikh spetsialnye linii [Construction of surfaces passing through their special lines] Izvestie vysshikh uchebnykh zavedeniy: aviatsionnaya tekhnika - Izvestie of higher educational institutions: aviation engineering, 2, 88–90 [in Russia]*.
- [6] Naydysh V.M. (1979) *Razvertyvayushchiesya lineichatye poverkhnosti zadannye liniei prostranstva parametrov [Expanding ruled surfaces defined by a parameter space line] Prikladnaia geometriia i inzhenernaia grafika - Applied Geometry and Engineering Graphics, 27, 89–90 [in Ukraine]*.
- [7] Tishchenko S.S. (2007) *Geometricheskaya adaptatsiya poverkhnostey pochvoobrabatyvayushchikh rabochikh organov k vypolnyaemomu protsessu [Geometric adaptation of the surfaces of tillage workers to the process being performed] Visnyk Kharkivskogo nacionalnogo tekhnichnogo universytety im p. vasylenka - Вісник Харківського національного технічного університету ім. П. Василенка, 59, 110–114 [in Ukraine]*.
- [8] Tishchenko S.S. (2005) *Geometricheskaya model adaptivnoy poverkhnosti pochvoobrabatyvayushchego rabocheho organa intsidentnoy dvum krivym [Geometric model of the adaptive surface of a soil-cultivating working body incident to two curves] Sbornik nauchnykh rabot Krymskogo gosudarstvennogo universiteta - Collection of scientific works of the Crimean State University, 84, 242–247 [in Ukraine]*.
- [9] Tishchenko S.S., & Karas V.V. (2006) *Konstruirovaniye poverkhnosti okuchnika dlya propashnykh kultur po absolyutnym traektoriyam dvizheniya pochvy [Designing the surface of the hoop for row crops on absolute paths of soil movement] Visnyk Dnipropetrovskogo derzhavnogo agrouniversytety - Bulletin Dnipropetrovsk sovereign agroneurs, 1, 27–30 [in Ukraine]*.
- [10] Lawrence D. Brown. A semiparametric multivariate partially linear model: A difference approach / Lawrence D. Brown, Michael Levine, Lie Wang // *Journal of Statistical Planning and Inference*. 2016. Vol. 178. P. 99–111. doi:10.1016/j.jspi.2016.06.005

DOI: 10.31319/2519-8106.1(46)2022.258415

УДК 621.74

**O. Cherneta**<sup>1</sup>, Ph.D., Associate Professor

**B. Sereda**<sup>1</sup>, Doctor of Technical Sciences, prof., Head of the Department, seredabp@ukr.net

**V. Kubich**<sup>2</sup>, Ph.D., Associate Professor

<sup>1</sup>DniproState Technical University, Kamyanske

<sup>2</sup>National University "Zaporizhzhya Polytechnic", Zaporozhye

## USE OF COMBINED STRENGTHENING METHOD TO OBTAIN OPTIMAL COMPOSITION OF PHYSICO-MECHANICAL CHARACTERISTICS OF MEDIUM CARBON

*The research of the combined method of restoration and strengthening of the surface layer of the camshaft of the internal combustion engine is carried out. A comparative analysis of the physical and mechanical characteristics of coatings after the most common hardening treatments, taking into account structural transformations in the surface layers.*

*The graph of dependence of physical and mechanical characteristics of coverings at the corresponding technologies of hardening taking into account prime cost and expenses for optimization of technological ways of hardening is deduced.*

**Key words:** *hardening, drilling, laser processing, microstructural analysis, combined method, instrumental identification, technological processes of hardening.*

*В роботі проведені дослідження комбінованого способу відновлення і зміцнення поверхневого шару кулачків розподільного валу двигуна внутрішнього згорання. Зроблений порівняльний аналіз фізико-механічних характеристик покриттів після найбільш поширених зміцнюючих обробок з урахуванням структурних перетворень в поверхневих шарах.*

*Виведений графік залежності фізико-механічних характеристик покриттів при відповідних технологіях зміцнення з урахуванням собівартості і витрат для оптимізації технологічних способів зміцнення.*

**Ключові слова:** *зміцнення, борування, лазерна обробка, мікроструктурний аналіз, комбінований спосіб, інструментальне ідентифікування, технологічні процеси зміцнення.*

### Problem's Formulation

Modern conditions of operation and use of automotive equipment require a significant increase in loads, speed and temperature of the main components, mechanisms and units while increasing the reliability, durability and life of the car as a whole.

The main percentage of destruction of parts (30 %) is allocated to friction processes in the contact pairs of mechanisms. Therefore, special attention is paid to the condition of the surface layer of tribocontact pairs, namely hardening technologies.

The wear resistance of the surface layer, durability, reliability and service life of cars depend on the complex of the formed properties at various technological ways of strengthening.

### Analysis of recent research and publications

Over the last decades, hundreds of technologies have been introduced into the machine-building industry in the world practice to strengthen the surface layer of parts. The main criteria for choosing methods of hardening are high wear-resistant, physical and mechanical, operational properties of coatings and the total cost of the technological process, equipment, consumables, environmental friendliness and safety. The mechanisms of formation of wear-resistant structures are covered in many works of famous scientists [1—4].

The directories provide the modes of processing and the end result of the most common technological methods of processing, which is guaranteed by the sequential performance of certain operations are appropriate microstructures with specified microhardness and wear resistance on experimental steels [5—7].



A significant breakthrough in the field of strengthening treatments was the use of high-energy energy sources, which allowed to expand the range of modification of surface layers, significantly increase the strength and wear resistance characteristics [8].

#### Formation of the study purpose

Based on the analysis of the use of the latest methods of hardening to develop a method of choosing the best option for the use of wear-resistant technologies, to develop a sequence of combined methods of surface layer modification by boriding followed by laser treatment.

#### Presenting main material

The disadvantage of most methods using laser treatment with different types of coatings is the inability to control the surface roughness, structural processes, the concentration of alloying elements in the surface layers in the laser treatment zone, the heterogeneity of the treated surface, fluctuations in microhardness of local areas processing.

In industrial practice, quite often the processes of restoration and strengthening of the surface layer consist of the following successive operations: restoration of the geometry and shape of the surface by surfacing with electrodes; blade processing to ensure the geometric parameters of the product; drilling of the surface with the formation of superhard structures; laser treatment for surface modification; finishing. In fig. 1 shows a cross-sectional view of the camshaft after surfacing and hardening.

Combined method of modification by drilling and laser treatment, including pre-drilling in the furnace in the environment of boron-containing substances and followed by pulsed laser treatment at storage energy  $E = 28 \text{ kJ}$ ,  $\varnothing = 8 \text{ mm}$  — diameter of the laser beam with a coefficient of overlap of 15 % with a pulse duration of  $1 \cdot 10^{-3}$ — $2 \cdot 10^{-3}$  s and a distance of 70 mm from the target (fig. 1) allows you to get on steel 45 stable layer of borides and boboboroids type carboborodi Fe (CB),  $\text{Fe}_2$  (CB).

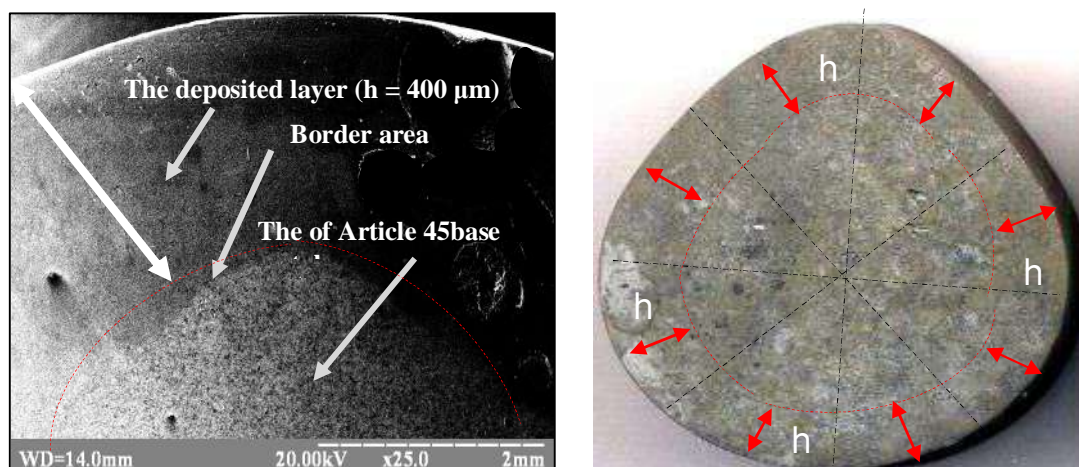


Fig.1. Photo of the cross section of the camshaft after surfacing and hardening

The technological process is based on the task of improving the combined method of surface modification by combining two consecutive operations — saturation of the surface layer with boron in the furnace with the formation of high-strength phases  $\text{FeB}$ ,  $\text{Fe}_2\text{B}$  with microhardness  $H_{\mu 50} = 16000 \text{ MPa}$  on steel 45 at a depth of 25 microns. The disadvantage of superhard structure is its fragility and susceptibility to cracking. To eliminate these defects, a second cycle of processing using laser pre-drilled surfaces of the part is proposed. The needle microstructure of the surface boron layer is destroyed by laser irradiation. The crystal needles of the microstructure are crushed and new quenching structures appear in the surface layers such as  $\text{Fe}$  (CB) and  $\text{Fe}_2$  (CB) carboborides. Decreased by 20 % above the high stresses of the crystal lattice and the microhardness  $H_{\mu 50} = 14000 \text{ MPa}$  in the surface layer.

Modes of laser processing are developed with the following parameters at: accumulation energy  $E = 28 \text{ kJ}$ ,  $\varnothing = 8 \text{ mm}$  — diameter of laser beam with coefficient of overlap of processing zones 15 %, with pulse duration  $1 \cdot 10^{-3}$ — $2 \cdot 10^{-3}$  s and with distance to target 70 mm. When boriding in the

combined method in the furnace is the saturation of the surface layer with boron to a depth of 25  $\mu\text{m}$ . The next stage in surface modification is pulsed laser treatment of a homogeneous boron-saturated surface with preservation of geometric parameters. The implementation of the combined method according to the prototype leads to partial recrystallization of the microstructures of the borated layer. The super-hard needle-shaped boron layer after laser treatment is transformed into smaller formations, and the accumulation of FeB and Fe<sub>2</sub>B borides is transformed into carboborides of the Fe (CB), Fe<sub>2</sub> (CB) type with a 15–20 % reduction in the surface layer hardness. This proportionally increases the ductility of the material, which has a positive effect on the overall characteristics of strength and durability.

The specified modes of boriding and laser processing provide recrystallization of surface layer structures. Modes of combined processing are developed: drilling at a temperature of 850°C with endurance of 7 hours of processed details in the environment of boron-containing substances and the subsequent laser processing at energy of accumulation  $E = 28 \text{ kJ}$ ,  $\varnothing = 8 \text{ mm}$  — diameter of a laser beam with coefficient of overlapping  $1 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}$  s and from a distance of 70 mm to the target. Fluctuations in the values of energy accumulation less than  $E = 28 \text{ kJ}$  leads to incomplete recrystallization of the surface layer structures, the presence of zones without the influence of laser radiation. When using energies greater than  $E = 28 \text{ kJ}$  leads to uncontrolled melting of local areas, violation and destruction of the microgeometry of the surface layer, the emergence of craters and other defects of the surface layer. When the coefficient of overlap fluctuates less than 10 %, some local areas do not fall under the zone of laser exposure, and more than 30 % to the imbalance of components and boron layer and uncontrolled processes of hardening and double hardening. Fig. 2 shows a schematic diagram of the proposed combined method of strengthening the surface layer. The boron hardening process is as follows. The prepared surface of the part 1 in a special container is loaded into an electric furnace 2 for chemical-heat treatment (boriding). Electric heating device 3 provides temperature maintenance in the furnace  $T = 850^\circ$  with a holding time of 7 hours in the environment of boron-containing substances. The second stage of the hardening process is associated with laser treatment (solid-state pulsed laser 3 GOS-1001) of the boriding layer according to the given modes at storage energy  $E = 28 \text{ kJ}$ ,  $\varnothing = 8 \text{ mm}$  — diameter of the laser beam with overlap coefficient of 15 % pulse  $1 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3}$  s and with a distance to the target of 70 mm. After completion of the combined method of hardening, the surface of the part is cleaned of soot and oxidation products.

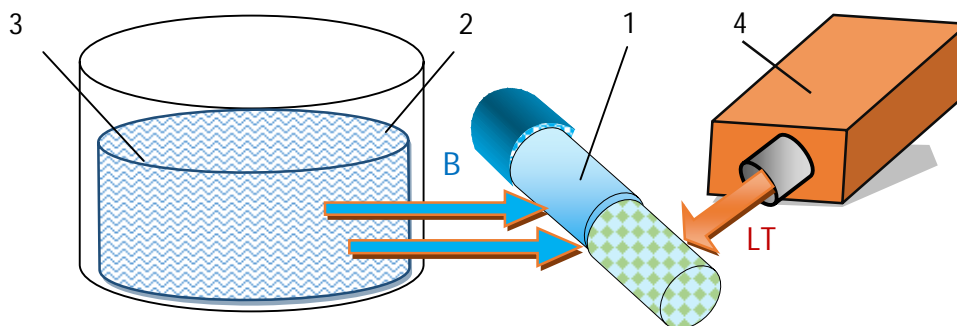


Fig. 2. Scheme of implementation of the combined method of hardening – boriding + laser treatment

For determination of vibrations of physical and mechanical properties of superficial layer (parameters of  $H\mu$ , KCU,  $E$ ,  $\sigma_b$ ,  $\sigma_r$ ,  $K_{\Pi}$ ,  $\delta$ ,  $\psi$ ) of steel 45 after the different methods of strengthening (boriding, boriding + of LT, laser treatment (LT), nitriding + of LT, nitriding, heat treatment) used the method of instrumental authentication by means of device of "Micron-gamma" [9, 10]. On results measuring the graphic chart of vibrations of physical and mechanical properties of steel 45 (Fig. 3) after the different methods of strengthening.

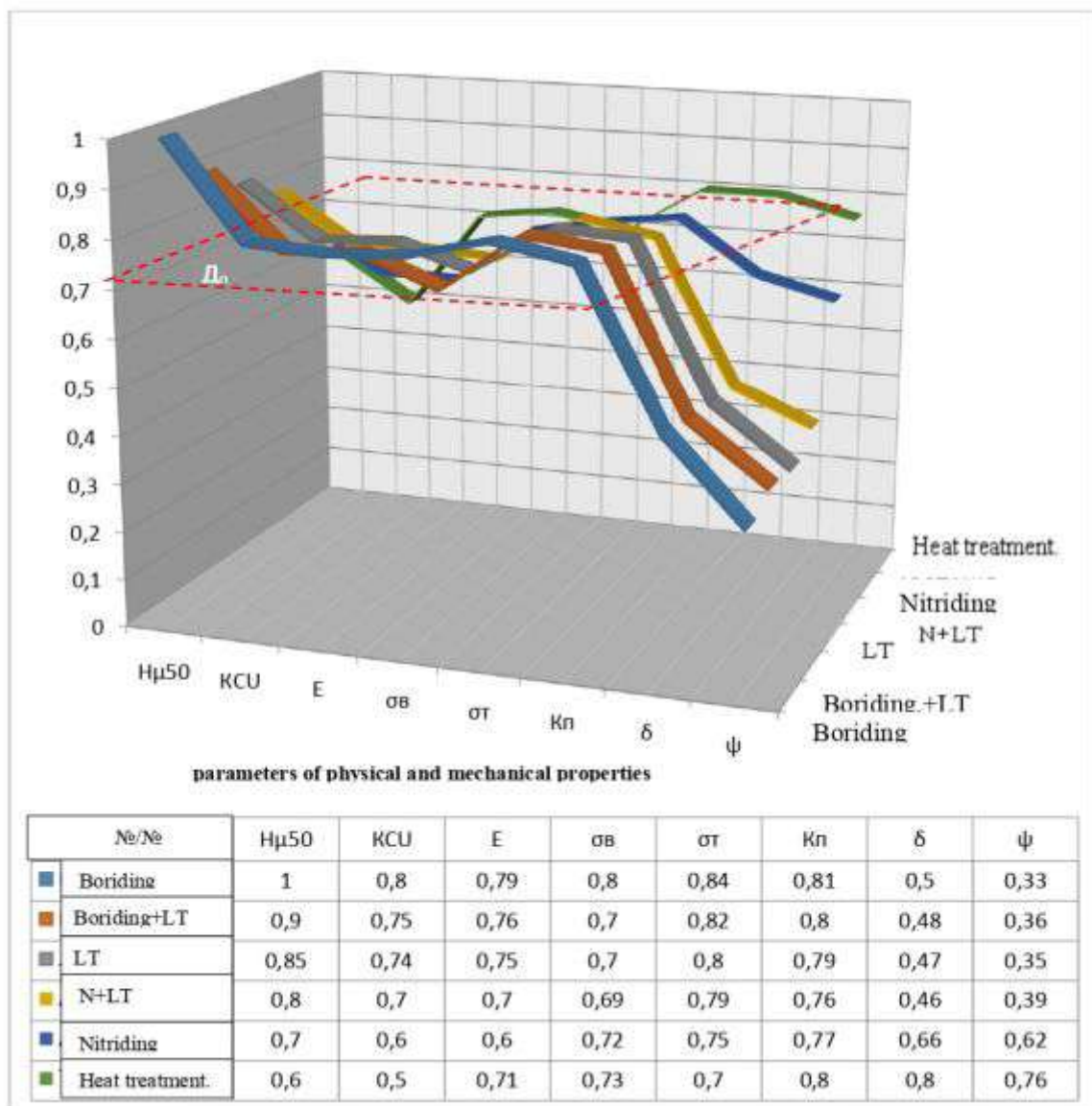


Fig. 3. Graphic diagram of fluctuations of physical and mechanical properties of steel 45 after different methods of hardening (boriding, boriding + LT, laser treatment (LT), nitriding + LO, nitriding, heat treatment)

The method of the dynamic squeezing out is based on automatic registration of loading (P) on an indenter and depths of his squeezing (h). Result is given as a diagram of loading, treatment of that allows to investigate micro hardness, study the features of microstrain after kinetics of squeezing to the indenter, to registration microcreep and to measure the resiliency of materials. Methodical bases of determination of hardness and module of resiliency after the diagrams of squeezing are based on the method of Oliver W.C., Pharr G. and international standard (ISO/FDIS 14577-1: 2002) accepted in quality.

The excellent feature of device is the use of differential sensor of the small moving, principle of work of that consists in bathymetry of squeezing to the indenter in relation to the surface of pre-production model. authentication is by means of device of "Micron-gamma" [9, 10]. On results measuring the graphic chart of vibrations of physical and mechanical properties of steel 45 (fig.3) after the different methods of strengthening.

### Conclusions

Worked out methodology of determination of optimal methods and technologies of strengthening of superficial layer of details from steel 45 on the criterion indexes of efficiency. The defined basic values of base indexes that fold  $D_0$  are a zero level that is taken for an optimal variant for strengthening of surfaces at corresponding technologies.

### Reference

- [1] Suslov A.G., Gulyaev Yu.V., Dalsky A.M. (1995) Kachestvo mashin. [Qualitis of machines. Reference book]. M. Mashinostroenie. T2.[in Russian].
- [2] Francynuk I.V. Francynuk L.I.( 2004) Albom mikrostryktur chugynov, staley,tsvetnih metalov i ih splavov Album Microstructures of steel, colorful metal catches and their allies. M: ICC "Academagnig", [in Russian].
- [3] Grigoriyanz A.G., Shiganov I.N., Misurov A.I.( 2006) Tehnologichrskie protsesy lazernoy obrabotky Technological processes of laser care: Textbook. Features for knobs / Ed. AG Grigoryanza. M.: Izd-MgTU IM. N.E. Bauman, [in Russian].
- [4] Devoyno O.G. (2001) Tehnologiya formirovaniya iznosostoykih pokritiy lazernoy obrabotkoy Technology of the formation of wear surfaces by laser treatment, Minsk: UP "Technology" [in Belarus].
- [5] Cherneta O.G., Sukholin V.I., Voloshchuk R.G., Gubarev S.V. (2018). Osoblivosty struktyri vidnovlenogo poverhneвого shary stali 45 pislya zmitsnennya lazernim boryvannyam.[Features of the structure of the reconstructed surface layer of steel 45 after strengthening laser borrowing]. *Collection of scientific works "Perspective Technologies and Devices"* M. Lutsk, NTU, (13). 170–175 [in Ukrainian].
- [6] Cherneta O.G., Korobochka O.M. Sasov O.O., Kubich V.I. (2020) Vibirtehnologichnyhmetodivzmitsnennyadetalemashinobudivnogokompleksy.[ Choice of technological methods for strengthening parts of machine-building complex]1 *International scientific and practical conference "Achievemens and Prospects of Modern Scientific Research"*. 6–7 December, Buenos Aires, Argentina.175–182 [in Ukrainian].
- [7] Cherneta O.G., Sasov O.O., Soshenko S.V. (2020). Doslydzshennya fiziko-mehanich nyh vlastivostey staly 45 pislya riznyh sposobiv zmitsnennya. [Research physical and mechanical properties of steel 45 after different ways of strengthening]. V *International Scientific and Practical Conference "Study of Modern Problems of Civilization"* Oslo, Norway, 19–23 October,. 486–490 [in Ukrainian].
- [8] Cherneta O.G., Kubich V.I., Korobochka O.M. (2020). Rozrobka metodiv vubory optymalnyh tehnologichnyh protsesiv zmitsnennya poverhneвого shary detaley. [Development of methods for choosing optimal technological processes of strengthening surface layer of details]2 *International scientific and practical conference «EUROPEAN Scientific Discussions»* December 26–28 Rome, Italy. 211–217 [in Ukrainian].
- [9] Ignatovich S.R., Zakyev I.M.( 2011)Universalniy mikro nano indentor. Universal micro nano is indentometer "Micron-Gamma". Factory laboratory. T. 77, No. 1 [in Ukrainian].

**ВИКОРИСТАННЯ КОМБІНОВАНОГО СПОСОБУ ЗМІЦНЕННЯ ДЛЯ  
ОТРИМАННЯ ОПТИМАЛЬНОГО СКЛАДУ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ  
ХАРАКТЕРИСТИК СЕРЕДНЬОВУГЛЕЦЕВИХ СТАЛЕЙ  
Чернета О.Г., Серета Б.П., Кубич В.І.**

#### Реферат

Механізми утворення зносостійких структур висвітлені в багатьох працях і широко застосовуються у виробничих процесах машинобудівних галузях. Відпрацьовані режими обробок, де гарантовано при послідовному виконанні певних операцій отримуються відповідні мік-

роструктури з заданими показниками мікротвердості і зносостійкості на дослідних сталях. Значним проривом у сфері зміцнюючих обробок стало використання високоенергетичних джерел енергії, що дозволило розширити спектр модифікування поверхневих шарів, значно підвищити міцницькі і зносостійкі характеристики. У виробничій практиці доволі часто процеси відновлення і зміцнення поверхневого шару складаються із наступних послідовних операцій: відновлення геометрії і форми поверхні за рахунок наплавлення електродами; лезвійна обробка для забезпечення геометричних параметрів виробу; борування поверхні з утворенням надтвердих структур; лазерна обробка для модифікування поверхні; фінішна обробка. Комбінований спосіб модифікації за допомогою борування і лазерної обробки, що включає попереднє борування в печі в середовищі боромішуючих речовин із наступною обробкою імпульсним лазером при енергії накопичення  $E=28$  кДж,  $\varnothing=8$  мм – діаметром лазерного пучка з коефіцієнтом перекриття зон обробки 15 %, з тривалістю імпульсу  $1 \cdot 10^{-3}— 2 \cdot 10^{-3}$  с і з відстанню до мішені 70 мм дозволяє отримати на сталі 45 стабільний шар боридів і каборидів типу карборидами Fe(CB), Fe<sub>2</sub>(CB). Для визначення коливань фізико-механічних властивостей поверхневого шару (параметри  $H_{ц}$ , KCU, E,  $\sigma_{в}$ ,  $\sigma_{т}$ ,  $K_{ц}$ ,  $\delta$ ,  $\psi$ ) сталі 45 після різних способів зміцнення (борування, борування + ЛО, лазерна обробка (ЛО), азотування + ЛО, азотування, термообробка) використовували метод інструментального ідентифікування за допомогою приладу «Micron-gamma». За результатами вимірів побудована графічна схема коливань фізико-механічних властивостей сталі 45 після різних способів зміцнення. Розроблена методика визначення оптимальних способів і технологій зміцнення поверхневого шару деталей із сталі 45 за критеріальними показниками ефективності. Визначені основні значення базових показників, що складають Д — нульовий рівень і обов'язково необхідні для зміцнених поверхонь при відповідних технологіях.

### Література

1. Суслов А.Г., Гуляев Ю.В., Дальский А.М. и др. Качество машин. Справочник. Т2 М. Машиностроение: 1995. 430 с.
2. Франценюк И.В., Франценюк Л.И. Альбом микроструктур чугуна, стали, цветных металлов и их сплавов. М: ИКЦ «Академкнига», 2004. 136с.
3. Григорьянц А.Г., Шиганов И.Н., Мисюров А.И. Технологические процессы лазерной обработки: Учеб. Пособие для вузов / Под ред. А.Г. Григорьянца. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 293 с.
4. Девойно О.Г. Технология формирования износостойких поверхностей лазерным легированием: Минск: УП «Технология», 2001. 180 с.
5. Чернета О.Г., Сухомлін В.І., Волощук Р.Г., Губарев С.В. Особливості структури відновленого поверхневого шару сталі 45 після зміцнення лазерним боруванням. Збірник наукових праць «Перспективні технології та прилади»//м.Луцьк, грудень 2018 р. – Луцьк: Луцький НТУ, 2018. – Випуск 13. – С. 170–175.
6. Чернета О.Г. Вибір технологічних методів зміцнення деталей машинобудівного комплексу. Чернета О.Г., Коробочка О.М., Сасов О.О., Кубіч В.І. / ACHIEVEMENTS AND PROSPECTS OF MODERN SCIENTIFIC RESEARCH. Abstracts of the 1 International scientific and practical conference (December 6-8, 2020). Buenos Aires. Argentina Pp. 175–182.
7. Чернета О.Г. Дослідження фізико-механічних властивостей сталі 45. Чернета О.Г., Сасов О.О., Сошенко С.В. /STUDY OF MODERN PROBLEMS OF CIVILIZATION. V Scientific and practical conference (October 19-23, 2020). CPN Publishing Group. Oslo. Norvegy. Pp. 369–375.
8. Чернета О.Г. Розробка методів вибору оптимальних технологічних процесів зміцнення поверхневого шару деталей. Чернета О.Г., Коробочка О.М., Кубіч В.І. EUROPEAN SCIENTIFIC DISCUSSIONS. Abstracts of the II International scientific and practical conference (December 26-28, 2020). Rome. ITALY Pp. 211–216.
9. Ignatovich S.R., Zakyev I.M. (2011) Universalniy mikro nano indenter. Universal micro nano indenter "Micron-Gamma". Factory laboratory. T. 77, No. 1.

DOI: 10.31319/2519-8106.1(46)2022.258429

UDC 621.129.12

**D. Shmatko**, PhD, Associate Professor, shmatkodima@ukr.net

**A. Sasov**, PhD, Associate Professor, sasov@ukr.net

**V. Averyanov**, PhD, Associate Professor, averyanov@ukr.net

**E. Velykodnuy**, student master

Dniprovsky State Technical University, Kamianske

## INVESTIGATION OF NOISE POLLUTION BY MOTOR VEHICLES OF THE PRIMAGISTRAL TERRITORIES OF KAMYANSKY

*The paper conducts field observations of the intensity of traffic and determined the intensity of traffic by type of vehicle in the morning. Noise characteristics of traffic flows were obtained, which consist of equivalent and maximum sound levels at a distance of up to 10 meters from the axis closest to the calculated point of the traffic lane. Experimental and calculated data were compared with the regulatory requirements for the level of noise load on the main streets of local importance in Kamyanske. Measures to reduce noise pollution in highways were proposed.*

**Key words:** territory, vehicle, measurement, research, result, calculation.

*У роботі проведені натурні спостереження за інтенсивністю руху автотранспорту і визначена інтенсивність руху за видами транспортних засобів у ранковий час доби. Були отримані шумові характеристики транспортних потоків які складаються з еквівалентних і максимальних рівнів звуку. Експериментальні та розрахункові данні порівнювались з нормативними вимогами рівня шумового навантаження на магістральних вулицях загальномісцевого значення м. Кам'янське. Були запропоновані заходи по зменшенню шумового забруднення приміжмагістральних територій.*

**Ключові слова:** територія, транспортний засіб, вимірювання, дослідження, результат, розрахунок.

### Problem's Formulation

The acoustic characteristics of the traffic flow are determined by the noise levels of cars. Noise from transport depends on many factors: engine power and mode, technical condition of the crew, the quality of the road surface, speed.

Road transport has the most adverse acoustic effect. Cars are the predominant source of intense and prolonged noise, with which no other can compare. Noise generated by moving cars is part of traffic noise. In the general case, the greatest noise is generated by trucks. At low speeds on highways and high speeds of the engine shaft, the main source of noise is usually the power plant, while at high speeds, low speeds and lower power of the power plant can be dominated by noise due to the interaction of tires with the road surface.

Due to the growing number of cars, the industrialization of cities, the growth of transport mobility of the population, the growth of technical equipment of the city economy, contacts between the man-made environment of the city and the natural environment are expanding. Recently, the average noise level from transport has increased by 12—14 dB, and the subjective volume has increased 3—4 times. On the main highways of large cities, noise levels exceed 90 dB and tend to increase annually by 0.5 dB, which is the greatest danger to the environment in areas of busy highways.

Currently, in large cities there are areas where it exceeds 70 dB (sanitary norm for night time — 40 dB). 60—80 % of urban noise is generated by vehicles.

### Analysis of recent research and publications

In modern conditions of development of urban areas due to the growing number of cars (which are the most common source of noise), industrialization of cities, increasing transport mobility, increasing technical equipment of the city economy, increasing levels of noise pollution. Traffic noise is the main acoustic pollutant in almost all modern cities, and its contribution to the total share of noise in residential areas is 60—80 %. In the main areas, significant traffic noise is observed on average

18—20 hours a day, sometimes around the clock. Denisov V. in his research he found that the impact zone of the highway, depending on the intensity of traffic, meteorological and topographic conditions of the area extends to a distance of up to three kilometers from the edge of the carriageway [1].

According to research by some governmental and non-governmental organizations (such as the UK's Office for National Statistics), noise levels in European cities have increased 10—15 times over the past 20 years, affecting more than 50 % of urban dwellers. [2]

Vehicle noise while driving should be considered as a set of sounds of different frequency and intensity, which are perceived by human hearing and cause unpleasant subjective sensations, and as a physical factor are mechanical random oscillating movements that propagate in waves in an elastic medium. Tokar A., Mitnik Y. found that noise indicators depend on such factors as power, technical condition and mode of operation of the engine, type and quality of road surface and speed, driver qualification, features of traffic on certain sections of the road (intersections), frequency and signal strength of vehicles, etc. [3]

### Formulation of the study purpose

The purpose of the work is to study the noise pollution of the urban area of Kamyansk by road.

### Presenting main material

The sections of the city territory of Kamyansky, which are the most loaded with trucks, were selected to assess the noise pollution by motor transport on the main territory.

Observations of traffic intensity were carried out during the day. The counting of cars, light and medium trucks, heavy cars and buses was conducted separately. Determination of traffic intensity was carried out according to the following formula

$$N = \sum_{i=1}^n N_h \cdot \frac{60}{T_d}, \quad (1)$$

where  $N_h$  — hourly traffic intensity in transport units, bus/hour;  $T_d$  — measurement duration, min.

In generalized form, the results of studies of traffic intensity on sections of roads in Kamyansky are given in tabl. 1.

Table 1. The results of observations of traffic intensity and composition of vehicles on the research sections of roads

Place of measurement	Time measurement	Traffic intensity vehicles, bus / hour					
			Cars	Trucks	Heavy trucks	Buses	Total
Hrushevsky street	8 <sup>15</sup> — 10 <sup>10</sup>	%	53,2	38,8	6	4	100
		Number of vehicles	392	122	59	67	640
Anoshkin Avenue (section near the Metallurgical College)	8 <sup>50</sup> — 11 <sup>20</sup>	%	63,7	11,9	11,4	13	100
		Number of vehicles	368	53	54	31	506
Jubilee Avenue	9 <sup>20</sup> — 9 <sup>55</sup>	%	74,5	7,4	4,1	14,0	100
		Number of vehicles	792	95	59	43	989
Anoshkin Avenue (exit from the bridge)	10 <sup>40</sup> — 11 <sup>15</sup>	%	64,5	14,1	14,8	6,6	100
		Number of vehicles	394	60	81	10	545

From the analysis of the results of observations according to table. 1 we can conclude that the main contribution to traffic flows at the research sites is made by passenger transport on average about 77 %, light and medium loads — 11 %, heavy trucks — 9 % and buses — 3 %.

Noise level measurements were carried out in accordance with LTO 3.3.6.037-99 during the day directly on the side of the city's main streets, which are most congested with trucks and pass at a distance of 30—50 m from residential high-rises.

A portable noise meter type VSHV-003-M2 with a scale range from 20 to 130 dB was used for the research. The research was carried out on sections of asphalt roads. Measurements were performed at each point for 30 minutes. On the section of Hrushevskoho Street, the traffic is two-way in one lane in each direction. On the section of Jubilee Avenue, the traffic is two-way, with two lanes in each direction. In other research areas, traffic in two lanes in one direction. The measurement results are given in tabl. 2.

Table 2. Levels of noise pollution in residential areas Kamyansky

Place of measurement	Traffic intensity motor transport, bus / year	Time measurement	Noise level, dB
Hrushevsky street	640	$8^{15} — 10^{10}$	68—79
Anoshkin Avenue (section near the Metallurgical College)	506	$8^{50} — 11^{20}$	61—71
Jubilee Avenue	989	$9^{20} — 9^{55}$	65—78
Anoshkin Avenue (exit from the bridge)	545	$10^{40} — 11^{15}$	64—76

In accordance with the state building codes of Ukraine DNB B.1.1-31:2013 "Protection of territories, buildings and structures from noise" recommended normative noise levels of the settlement area — 55 dBA during the day and 45 dBA at night, noise levels for adjacent areas to: residential premises — 45—60 dB, public premises — 55—70 dB. For main streets of city and district importance —  $L_{Aeq} = 78$  dBA, and  $L_{Amax} = 93$  dBA, respectively, DSTU-N B B.1.1-33: 2013.

As shown by the analysis of measurement results and their comparison with regulatory requirements in accordance with DSTU-N B B.1.1-33: 2013, the noise level on the experimental main streets of local significance exceeds by 2—4 dBA equivalent noise level  $L_{Aeq} = 78$  dBA, but does not exceed  $L_{Amax} = 93$  dBA.

To calculate the noise characteristic, the method described in DSTU-N B B.1.1-33: 2013 was used.

Noise characteristics of transport flows are equivalent and maximum sound levels in dBA, which are determined either by full-scale instrumental measurements in accordance with GOST 23337, GOST 22283, or by calculations [4, 5].

Noise characteristics of road traffic flows (including trucks, cars, buses) are equivalent  $L_{Aeq}$  and maximum  $L_{Amax}$  sound levels in dBA at a distance of 7.5 m from the axis closest to the calculated point of the lane.

The values of  $L_{Aeq}$  are determined by the formula

$$L_{A_{eq}} = 44 + 0,26V + 10 \lg \left( \frac{N_3}{V_3} \right) + \Delta L_1 + \Delta L_2, \quad (2)$$

where  $V$  — the average speed of traffic flow on the race, km/h.

$$V = \frac{V_1 N_1 + V_2 N_2 + V_3 N_3 + V_4 N_4}{N_1 + N_2 + N_3 + N_4}, \quad (3)$$

where  $V_1, N_1$  — respectively, the speed and intensity of passenger cars and their modifications for the carriage of goods, as well as trucks with a maximum permissible weight of up to 3.5 tons, incl. (cars);  $V_2, N_2$  — respectively the speed and intensity of trucks and buses with a maximum permissible weight of up to 5 tons inclusive, units/hour. (trucks);  $V_3, N_3$  — respectively the speed and intensity of movement of trucks and buses with a permissible maximum weight of 5 tons to 12 tons inclusive, as well as trolleybuses, units/hour. (medium trucks);  $V_4, N_4$  — respectively the speed and intensity of movement of trucks and buses with a permissible maximum weight of more than 12 tons, units/hour (heavy



trucks);  $N_C$  — reduced (by sound energy) intensity of movement in units/hour;

$$N_C = N_1 + 4N_2 + 6N_3 + 8N_4, \quad (4)$$

$V_C$  — reduced (relative to the speed of cars) average speed of traffic flow on the race, km/h.;

$$V_C = V_1 + 1,14V_2 + 1,18V_3 + 1,22V_4, \quad (5)$$

$\Delta L_1$  — amendment to the DBA, which takes into account the type of pavement of the street or road;

$\Delta L_2$  — amendment to the DBA, taking into account the longitudinal slope of the street or road.

The values of LAeq and LAmx are determined according to the number of lanes of the carriageway in both directions.

When located between lanes in different directions of dividing lanes, boulevards and pedestrian alleys, the noise characteristic of the flows of motor vehicles LAeq and LAmx must be determined separately for each direction.

Full-scale measurements and acoustic calculation of the noise characteristic of the flow of road transport should be carried out for the daytime, based on the average hourly traffic intensity  $N_z$  during the four-hour period with the highest traffic intensity [6, 7]. It is allowed to take the consolidated traffic intensity during the day, equal to 7 % of the average daily traffic intensity. At night  $N_c$  is taken for the noisiest hourly period.

This technique allows to determine the sound level at a distance of 7.5 m from the transport flow with the smallest error (standard deviation 1—2 dBA). In the calculations, the average flow speed was taken as 50 km / h, the correction for the road surface  $\Delta L_1 = 0$  dBA for asphalt.

The results of calculations of the noise characteristics of the traffic flow at different research sites were calculated by formula (2) and are given in tabl. 3.

Table 3. Noise characteristics of traffic flow in different areas

Road section	Traffic intensity, bus / hour	Percentage of trucks, %	Correction $\Delta L_1$ , dBA	Correction $\Delta L_2$ , dBA	Equivalent noise level LAeq, dBA
Hrushevsky street	640	44,8	0	1	65,00
Anoshkin Avenue (section near the Metallurgical College)	506	23,3	0	0	68,43
Jubilee Avenue	989	11,5	0	0	64,85
Anoshkin Avenue (exit from the bridge)	545	28,9	0	1	66,12

As shown by the estimated data given in table 3, the noise characteristic of the transport flow LAeq is 65—68 dBA at a distance of 7.5 m from the axis of the transport lane closest to the calculated point. In comparison with the regulatory requirements, on the sections of the research roads the permissible level is exceeded by 1—2 dBA, which is created by trucks, the percentage of which from the total traffic flow is 14—21 %.

### Conclusions

The method of determination of noise pollution from urban traffic flows is presented and the ways to reduce or eliminate the data of harmful factors are offered.

Noise levels are expected to be reduced through the use of screens, territorial gaps, noise protection structures, zoning and zoning of sources and objects of protection, and protective landscaping strips. Acoustic noise protection equipment is divided into sound insulation, sound absorption and silencers.

Some progress in noise reduction can be achieved with the appropriate tread pattern configuration and tire design. Important from the point of view of noise limitation is the structure of the asphalt pavement itself, which reduces noise, and noise absorption is achieved mainly due to the high porosity of such asphalt — 26 % is the volume of cavities (in conventional coatings it is about 6 %).

### References

- [1] Denisov V.N., Rogalev V.A. (2005). Problemi ekologizacii avtomobil'nogo transportu [*Problems of greening of road transport*]. Prosvit. [in Ukrainian]
- [2] Zaporozhets O.I., Matvieiev O.L., Shamanskyi S.I. (2017). *Transportna ekolohiia : Navchalnyi posibnyk [Transport ecology: A textbook]*. Tsentr uchbovoi literatury. [in Ukrainian]
- [3] Tokar A.P., Tokar K.A., Mytnyk Y.F. (2006). *Ekolohiia avtotransportnykh zasobiv z dyzelnyu dvyhunamy [Ecology of vehicles with diesel engines]*. Liha-Pres. [in Ukrainian]
- [4] Vasylev A.V. (2004). Vozdeistvye shuma transportnykh potokov na selytebnuu terytoriiu sovremennoho horoda [The impact of traffic noise on the residential area of a modern city]. *Tekhnohennaia y ekolohycheskaia bezopasnost*. Vol. 3 (15). 59–61. [in Ukrainian]
- [5] Lezhneva O.I. (2017). Ekolohichna otsinka transportnoho shumu na vulychno-dorozhniy mrezhi mista [Ecological assessment of traffic noise on the city road network]. *Visnyk KhNADU*. Vol. 77. 87–94. [in Ukrainian]
- [6] Sheikina O.Iu. (2007). Akustychne zabrudnennia selitebnogo seredovyshcha mista vid transportnykh potokiv [Acoustic pollution of the residential environment of the city from traffic flows]. *Visnyk KDPU imeni Ostrohradskoho*. Vol. 5(46). 144–147. [in Ukrainian]
- [7] Vnukova N.V. (2011). Otsinka akustychnoho zabrudnennia prydorozhnoi terytorii avtomobilnoi dorohy [Assessment of acoustic pollution of the roadside area of the highway]. *Vostochno-Evropeyskyi zhurnal peredovykh tekhnolohiy*. Vol. 4/6 (52). 42–47. [in Ukrainian]

### ДОСЛІДЖЕННЯ ШУМОВОГО ЗАБРУДНЕННЯ АВТОТРАНСПОРТНИМИ ЗАСОБАМИ ПРИМАГІСТРАЛЬНИХ ТЕРИТОРІЙ м. КАМ'ЯНСЬКОГО Шматко Д.З., Сасов О.О., Авер'янов В.С., Великодний Є.І.

#### Реферат

Транспортний шум є основним акустичним забруднювачем практично всіх сучасних міст, а його внесок у загальну частку шуму в житлових зонах складає 60—80 %. На примігистральних територіях значний транспортний шум в середньому спостерігається 18—20 годин на добу, іноді цілодобово. Встановлено, що зона впливу автомобільної дороги залежно від інтенсивності дорожнього руху, метеорологічних та топографічних умов місцевості поширюється на відстань до трьох кілометрів від кромки проїзної частини. Для проведення дослідження шумового забруднення примігистральних територій міста Кам'янське були попередньо проведено натурні спостереження за інтенсивністю руху та типом автотransпортних засобів і визначено відсоткова частина кожного з них. Спостереження за інтенсивністю руху проводились на найбільш завантажених транспортним потоком вулицях і у години доби коли цей транспортний потік найбільш інтенсивний.

Для досліджень шумових характеристик використовувався переносний шумомір ВШВ-003-М2. В результаті проведених досліджень були отримані шумові характеристики транспортних потоків, які складаються з еквівалентного і максимального рівнів звуку в децибелах. Були запропоновані заходи по зменшенню шумового забруднення примігистральних територій м. Кам'янське.

У загальному випадку методи зниження транспортного шуму були запропоновані по наступних трьом напрямкам: зменшення шуму в джерелі його виникнення, включаючи вилучення з експлуатації транспортних засобів і зміну маршрутів їх руху; зниження шуму на шляху його розповсюдження за допомогою застосування шумопоглинаючої здатності рослин, а також шляхом використання екранів територіальних розривів, шумозахисних конструкцій, зонування і районування джерел і об'єктів захисту, захисних смуг озеленення; застосування засобів звукового захисту при сприйнятті звуку, а саме будови самого дорожнього покриття асфальту, що знижує шум, причому поглинання шуму досягається головним чином завдяки високій пористості такого асфальту — 26 % складає обсяг порожнин (у звичайних покриттях він становить близько 6 %).

### Список використаної літератури

1. Денісов В.Н., Рогальов В.А. Проблеми екологізації автомобільного транспорту. Київ: “Прогрес”, 2005. 311 с.
2. Запорожець О.І., Матвеев О.Л., Шаманський С.Й. Транспортна екологія : Навчальний посібник. Київ : “Центр учбової літератури”, 2017. 508 с.
3. Токарь А.П., Токарь К.А., Митник Я.Ф. Екологія автотранспортних засобів з дизельними двигунами. Львів : Ліга-Прес, 2006. 172 с.
4. Васильев А.В. Воздействие шума транспортных потоков на селитебную территорию современного города. *Техногенная и экологическая безопасность*. 2004. № 3 (15). С. 59–61.
5. Лежнева О.І. Екологічна оцінка транспортного шуму на вулично-дорожній мережі міста. *Вісник ХНАДУ*. Харків. 2017. Вип. 77. С. 87–94.
6. Шейкіна О.Ю. Акустичне забруднення селітебного середовища міста від транспортних потоків. *Вісник КДПУ імені Остроградського*. 2007. Вип. 5(46). С. 144–147.
7. Внукова Н.В. Оцінка акустичного забруднення придорожньої території автомобільної дороги. *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. Харків. 2011. № 4/6 (52). С. 42–47.

DOI: 10.31319/2519-8106.1(46)2022.258433

UDC 656.135.8

**B. Sereda**, Doctor of Technical Sciences, prof., Head of the Department, seredabp@ukr.net

**D. Mukovska**, Graduate student

**D. Sereda**, Candidat of Technical Sciences, assistant professor

Dniprovsky State Technical University, Kamianske

## EXPERIMENTAL STUDY OF HOURLY PARAMETERS TECHNOLOGICAL ROUTES OF MOTOR TRANSPORT WORKING IN THE QUARRY OF THE METALLURGICAL ENTERPRISE

*Timing of time parameters of technological routes of the transport-technological system of the quarry of the metallurgical enterprise is carried out. Statistical characteristics and distribution laws of the above parameters are determined.*

**Keywords:** *timing, distribution law, loading time, unloading time, technological downtime, technological routes, rolling stock, load capacity.*

*Проведене хронометрування часових параметрів технологічних маршрутів транспортно-технологічної системи кар'єру металургійного підприємства. Визначені статистичні характеристики та закони розподілу вищезазначених параметрів.*

**Ключові слова:** *хронометраж, закон розподілу, час завантаження, час розвантаження, технологічні простой, технологічні маршрути, рухомий склад, вантажопідйомність.*

### Problem's Formulation

Quarry dump trucks are an important element of the transport and technological system of mining quarries. In this regard, the task of solving the problem of improving the efficiency of the system as a whole by choosing a rational fleet of rolling stock, taking into account changes in traffic conditions and the random nature of the time parameters of the transport process. Solving the task requires obtaining characteristics of the time parameters of the transportation process for further performance of the task.

### Analysis of recent research and publications

The transport network in the quarry is a complex system consisting of a large number of active elements — dump trucks and excavators of individual types. This system is characterized by relatively rapid changes in the parameters of traffic flow in space and time, as well as random values of the time of individual processes, such as maneuvering vehicles, loading and unloading, traffic on the route. Optimal operational planning and management of quarry transport can increase its productivity by more than 20% by reducing downtime and queues [1]. As a result, the process of transportation of technological raw materials by dump trucks in mining conditions does not meet the requirements of the modern transportation process due to inefficiency of existing methods of managing fleets of heavy trucks, which are insufficiently adapted to operating conditions in technological cycles of metallurgical and mining production [2].

Analysis of works [3—12] on aspects of selection and approaches to the selection of rolling stock shows that sufficient research has been done on the selection, formation, calculation, economic feasibility of using a particular type of rolling stock on technological routes of industrial enterprises. Thus, in [3] it is argued that the choice of vehicles requires a comprehensive approach, the essence of which is, above all, that the issues of transportation, unloading, loading and warehousing are considered simultaneously and in conjunction with other issues of technology and organization production. The choice of vehicles is based on the generally accepted method of assessing the economic efficiency of new equipment and investments. The initial data required for the selection of the most economical vehicles include: characteristics of the goods transported; route information; data on the volume of cargo transportation by the consumer, etc. In [4] the existing approaches to the definition and understanding of the term "choice of rolling stock" in transport logistics are considered. The paper [5—6]

highlights the issues of existing and modern methods of calculating the rolling stock and their shortcomings.

### Formulation of research purpose

Given the peculiarities of the fleet of heavy-duty dump trucks on technological routes, it is necessary to obtain time characteristics, namely — loading time, unloading time, downtime, travel time with cargo, travel time without cargo, which will solve the problem of choosing a rational fleet.

### Presenting main material

Timing of time parameters of technological routes of the transport-technological system was carried out on the technological routes of the quarry of the metallurgical enterprise. The motor transport subdivision serves the technological routes of the slag processing subdivisions and carries out transportation of technological wastes and products of processing of the main production to ensure a continuous production process of the main production of the metallurgical enterprise. The research was carried out on the technological routes of the open-hearth slag processing area of the slag processing plant. Timing was carried out during four working days in two shifts (from 08.00 to 20.00 and from 20.00 to 08.00).

Timing was carried out according to the following values: time of zero mileage ( $t_{н.пп.}$ ), loading time ( $t_{зав.}$ ), unloading time ( $t_{розв.}$ ), time of driving with cargo ( $t_{ізд. вант.}$ ), driving time without cargo ( $t_{ізд без вант.}$ ). Also recorded downtime ( $t_{пр}$ ) of technological and physiological nature.

Timing was carried out according to the following values: zero mileage time, loading time, unloading time, driving time with cargo, driving time without cargo. Also recorded downtime of technological and physiological nature. The study was conducted using the Wialon software package.

The results of statistical data processing are summarized by the timing of time parameters of technological routes are summarized in tabl. 1.

Table 1. Basic statistical characteristics of time parameters of technological routes

Parameters of technological routes	Mean	Variance	Standard error	Minimum, min	Maximum, min
$t_{ізд. вант.}$	7,561	17,153	0,128	1,1	18,933
$t_{ізд без вант}$	5,507	16,226	0,124	0,1	17,567
$t_{зав.}$	6,654	40,118	0,195	1,1	69,52
$t_{розв.}$	3,603	35,237	0,183	0,667	114,75
Downtime for one ride, min	5,354	220,451	0,458	0	191,083
Number of riders	19,811	17,618	0,577	4	29

Values in the first six lines were obtained from 1056 riders. Values in the latter were obtained for 53 changes in the operation of cars.

The results of the experiment showed that the number of rides of each car during the shift is not a constant value. According to the received data it is clear. That the average time of one ride for each car is 19,811 minutes. The histogram of the distribution of the number of riders is presented in Fig. 1.

The parameter number of rides is subject to the normal distribution law with  $\bar{x} = 19,811$  and  $y = 0,577$ , the probability density  $f(x)$  of which is as follows

$$f(x) = \frac{1}{0,577\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-19,811)^2}{2(0,577)^2}}.$$

Fig. 2 presents a histogram of the distribution of downtime on routes. This parameter is subject to the normal distribution law with  $\bar{x} = 5,354$  and  $y = 0,458$ , the probability density  $f(x)$  of which is as follows

$$f(x) = \frac{1}{0,458\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-5,354)^2}{2(0,458)^2}}$$

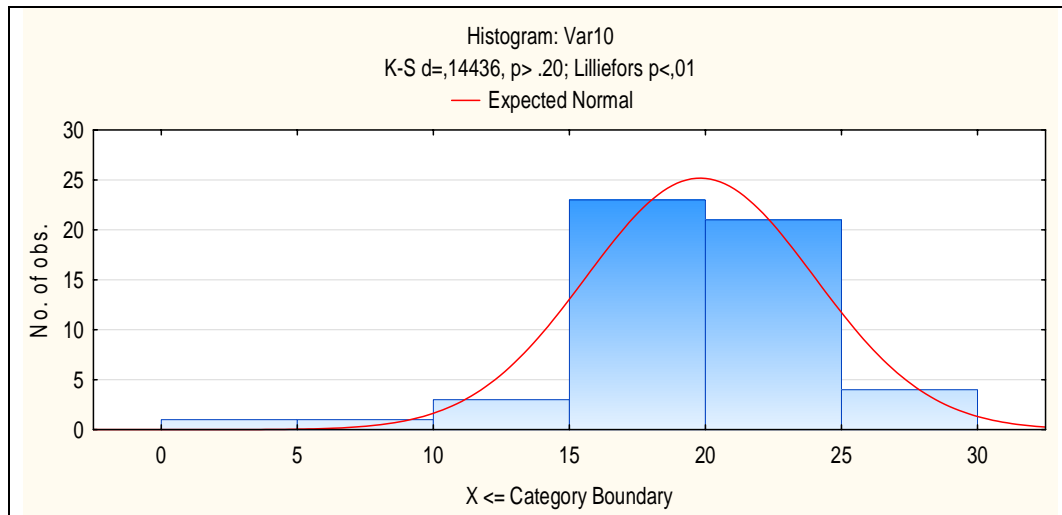


Fig. 1. Characteristic of the parameters of the number of riders

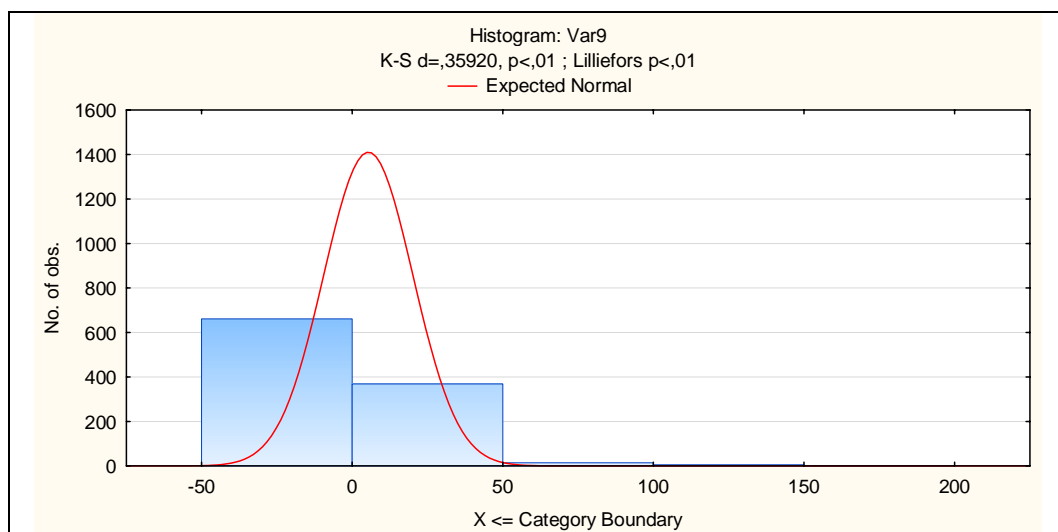


Fig. 2. Characteristic of the idle time parameter

This characteristic is mostly related to the "human factor", which is quite difficult to analyze.

According to the obtained data, the unloading time has a histogram shown in Fig. 3. This parameter is subject to the normal distribution law with  $\bar{x} = 3,603$  and  $y = 0,183$ , the probability density  $f(x)$  of which is as follows

$$f(x) = \frac{1}{0,183\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-3,603)^2}{2(0,183)^2}}$$

The load time, the distribution diagram of which is shown in Fig. 4 is also subject to the normal distribution law with  $\bar{x} = 6,654$  and  $y = 0,195$ , the probability density  $f(x)$  of which is as follows

$$f(x) = \frac{1}{0,195\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-6,654)^2}{2(0,195)^2}}$$

Fig. 5 and 6 show histograms of the distribution of driving time with and without cargo. These parameters are subject to the normal distribution law with  $\bar{x} = 7,561$ , with  $\bar{x} = 5,507$  with  $y = 0,128$ ,  $y = 0,124$ , the probability density  $f(x)$  of which is as follows

$$f(x) = \frac{1}{0,128\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-7,561)^2}{2(0,128)^2}}$$

$$f(x) = \frac{1}{0,124\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-5,507)^2}{2(0,124)^2}}$$

### Conclusions

Analyzing the results, we can conclude that downtime before loading (unloading) of cargo can occur on any ride during the work shift. This is due to the fact that during the movement of the car on the route, the value of the time parameters may be such that there are conditions of downtime. In this regard, it can be concluded that the occurrence of downtime on technological routes is probabilistic.

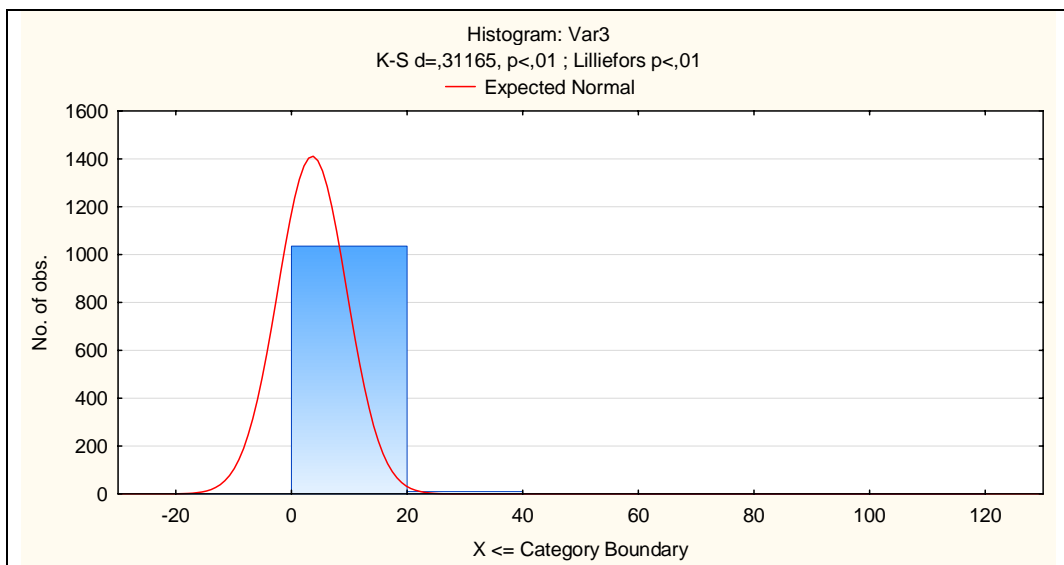


Fig. 3. Characteristics of the unloading time parameter

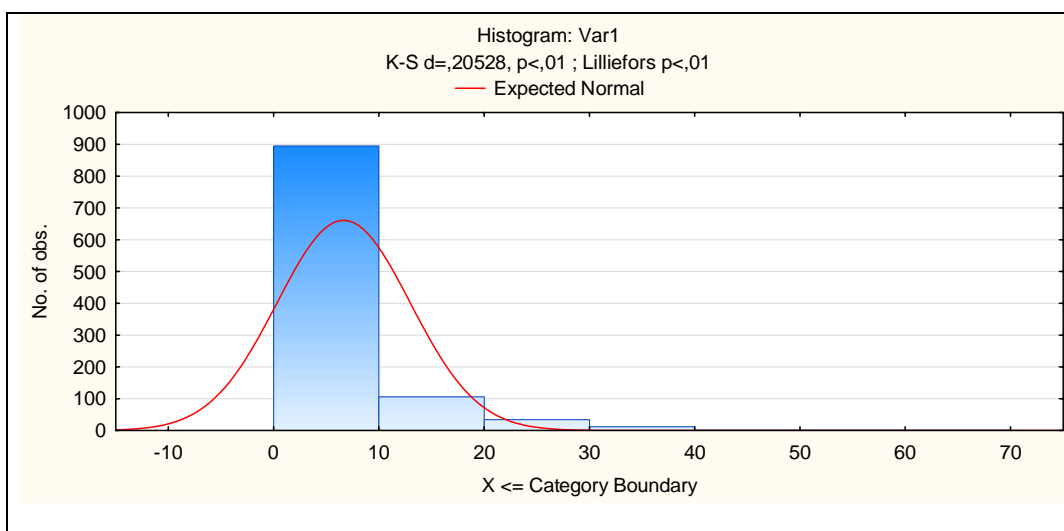


Fig. 4. Characteristics of the feed time parameter

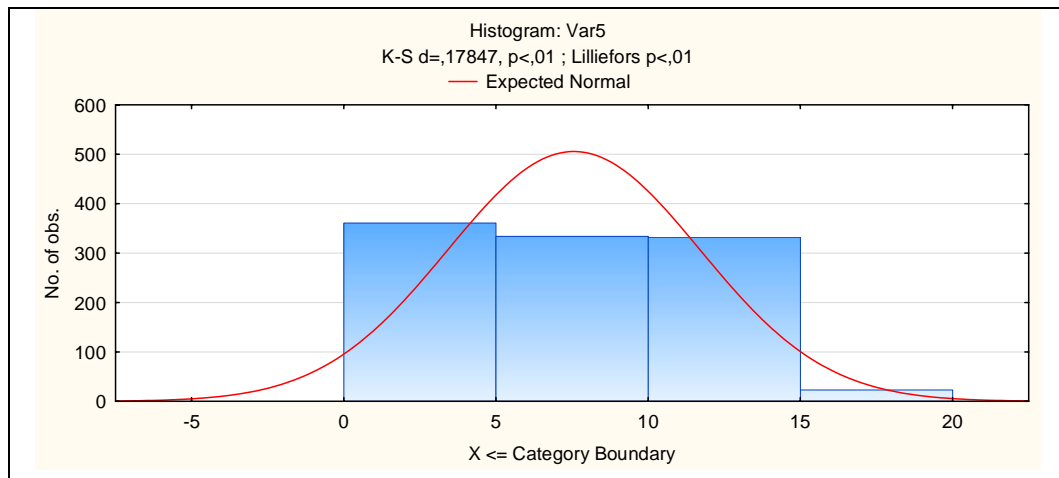


Fig. 5. Characteristics of the parameter of driving with cargo

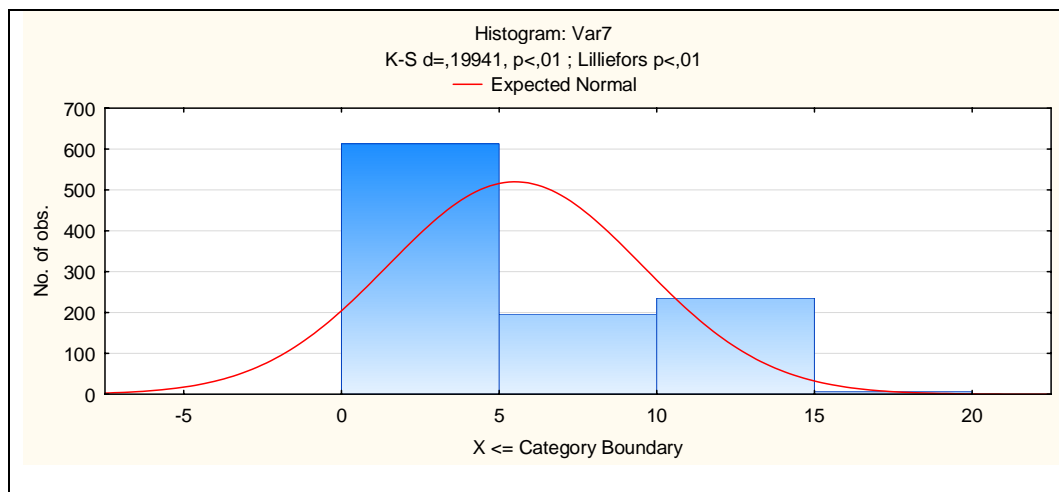


Fig. 6. Characteristics of the parameter of driving without cargo

## References

- [1] Levykyn V. M., Shevchenko Y. V., Muzychenko S. E. (2005) Funktsyonalno-ynformatsyonnaia struktura ymytatsyonnoi modely protsessa operatyvnogo upravleniya karernym avtotransportom [*Functional-informational structure of the simulation model of the process of operational management of career vehicles*] *Novi tekhnolohii - New technologies*, 1-2, 123–129 [in Ukrainian].
- [2] Hubenko V. K., Pomazkov M. V. (2010) Resursoberehaiushchaia tekhnolohyia marshrutyzatsyy avtosamosvalov na metallurhycheskom predpriyatyy [*Resource-saving technology for routing dump trucks at a metallurgical enterprise*] *Visnyk Pryazovskoho derzhavnogo tekhnichnoho universytetu Serii: tekhnichni nauky - Bulletin of the Azov State Technical University Series: Technical Sciences*, 21, 113–120 [in Ukrainian].
- [3] Maksymov Y. M., Perfyleva A. Y. (2014) Orhanyzatsyia vnutryzavodskoho transportnoho khoziaistva y puty eho sovershenstvovanyia [*Organization of intra-factory transport facilities and ways to improve it*] *Lohystycheskye systemy v hlobalnoi ekonomyke - Logistics systems in the global economy*, 4, 164–168 [in Ukrainian].



- [4] Mochalyn S.M., Zarudnev D.Y. (2008) Analiz problemu vubora podvyzhnoho sostava v transportnoi lohystyke [Analysis of the problem of choice of rolling stock in transport logistics] Vestnyk SybADY - Vestnik SibADI, 8, 66–69 [in Ukrainian].
- [5] Naumov V.S. (2006) Sushchestvuiushchye metody rascheta struktury avtoparka y ykh nedostatky [Existing methods for calculating the structure of the fleet and their shortcomings] Visnyk KDPU - Bulletin of KDPU, 2(37), 114–119 [in Ukrainian].
- [6] Roslavtsev D.M., Burma V.A. (2011) Formuvannia struktury avtoparku funktsionalnogo pidrozdi-lu pidpriemstva [Formation of the structure of the vehicles fleet of the functional support of the enterprise] Vostochno-Evropeyskiy zhurnal peredovykh tekhnolohiyi - Eastern European Journal of Advanced Technologies, 1(3), 30–32 [in Ukrainian].
- [7] Halkyn A.S. (2013) Analiz alternatyvnykh proektov pry opredelenyy kolychestva y marky avto-transportnykh sredstv [Analysis of alternative projects in determining the number and brand of vehicles] Ekonomika predpriyatiya - Enterprise economy, 3(11), 43–45 [in Ukrainian].
- [8] Zarudnev D.Y., Bykova O.V. (2015) Sovremennoe sostoianye voprosa vubora avtotransportnykh sredstv pry dostavke hruzov [The current state of the issue of choosing vehicles for the delivery of goods] Sovershenstvovanye orhanyzatsyy dorozhnoho dvyzheniya y perevozk passazhyrov y hruzov - Improving the organization of traffic and transportation of passengers and goods, 1, 83–87 [in Russian].
- [9] Barylnykova E.P., Kulakov A.T., Talypova Y.P. (2017) Model vubora podvyzhnoho sostava dlia perevozky hruzov avtomobylnym transportom [The model for choosing rolling stock for the carriage of goods by road] Yntellekt. Ynnovatsyy. Ynvestytsyy - Intelligence. Innovation. Investments, 12, 102–106 [in Ukrainian].
- [10] Horiaynov A.N., Osokyna O.D. (2009) Struktura transportnoho parka y kharakterystyky transportnoi y lohystycheskoi system [The structure of the transport fleet and the characteristics of the transport and logistics systems] Vostochno-Evropeyskiy zhurnal peredovykh tekhnolohiyi - Eastern European Journal of Advanced Technologies, 1(37), 28–31 [in Ukrainian].
- [11] Balhabekov T.K. (2017) Vliyanye vozrastnoi struktury avtoparka na efektyvnost avtotransportnoho predpriyatiya [Influence of the age structure of the fleet on the efficiency of the motor transport enterprise] Trudy BHTU - Proceedings of BSTU, 2, 225–231 [in Ukrainian].
- [12] Vueikova O.N. (2013) Teoreticheskoe obosnovanie vliyaniya struktury parka avtosamosvalov na prostoi avtomobilno-ekskavatornykh kompleksov otkrytykh gornorudnykh karerov [Theoretical drainage of the structure of the park of auto-dispensing on the mast of automobile-exasked complexes of open horned cars] Sovremennyye problemy transportnogo kompleksa Rossii - Moving problems of the transport complex, 3, 192–198 [in Ukrainian]

## **ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАСОВИХ ПАРАМЕТРІВ ТЕХНОЛОГІЧНИХ МАРШРУТІВ АВТОМІЛЬНОГО ТРАНСПОРТУ ПРАЦЮЮЧОГО В КАР'ЄРІ МЕТАЛУРГІЙНОГО ПІДПРИЄМСТВА**

**Серета Б.П., Муковська Д.Я., Серета Д.Б.**

Розвиток галузей вітчизняного виробництва в багатьох аспектах залежить від ефективності функціонування вантажного автомобільного транспорту, основна задача якого полягає в організації своєчасної доставки вантажів з мінімальними витратами. Не винятком є і підприємства гірничо-видобувного комплексу, на яких організація вантажних перевезень, яка характеризується складними умовами експлуатації та забезпечує обслуговування виробничих кар'єрів, а саме, переміщення відходів металургійного виробництва та видобувної сировини на гірничих підприємствах.

Завдяки своїм перевагам автомобільний транспорт широко застосовується різних гірничотехнічних умовах практично на більшості підприємств гірничодобувних галузей України, На

залізорудних кар'єрах України автотранспорт набув найбільшого поширення: ним перевозять близько 60...70 % усієї гірничої маси. Обсяг цих перевезень на великих гірничо-збагачувальних комбінатах України та Росії щороку становить 30...130 млн.т. Зокрема в Україні на залізорудних кар'єрах щороку перевозять автомобілями 50...125 млн.т вантажів.

В даний час на кар'єрах промислових підприємств найбільшого поширення отримав автомобільний транспорт, а саме, великовантажні кар'єрні самоскиди для якого характерні мобільність і відносно невисокі початкові капіталовкладення. Діапазон технічних і кліматичних умов, в яких застосовуються кар'єрні автосамоскиди, надзвичайно широкий, тому лінійка моделей і модифікацій у кожного виробника вельми різноманітна. Перевезення сировини на вітчизняних виробничих майданчиках кар'єрів гірничо-видобувних підприємств переважно здійснюється кар'єрними самоскидами марки БелАЗ, які відрізняються високою міцністю, значною вантажопідйомністю й великою ємністю кузова.

На сьогоднішній день перед автотранспортними підрозділами постає задача збільшення прибутку і підвищення ефективності системи управління перевізним процесом. У кар'єрах гірничо-видобувних підприємств перевезення вантажів здійснюється в мінливих умовах зовнішнього середовища та пов'язана із випадковими процесами (вихід з ладу рухомого складу, навантажувально-розвантажувальних механізмів, виробничого обладнання, кліматичні умови). Як наслідок, це зумовлюється появою однієї з основних проблем при перевезенні сировини – це наявність простоїв транспорту при очікуванні навантаження і розвантаження, і, як наслідок, недостатня ефективність використання навантажувальних засобів і самоскидів. Це пов'язано, в тому числі, і з плануванням перевезень без урахування деяких параметрів, що впливають на ефективність перевізного процесу.

Дослідження проводилось на ділянці переробки шлаку металургійного підприємства півдня України. Хронометраж проводився протягом чотирьох робочих днів у дві зміни (з 08.00 до 20.00 та з 20.00 до 08.00).

Хронометраж здійснювався за наступними величинами: час нульового пробігу, час завантаження, час розвантаження, час їздки з вантажем, час їздки без вантажу. Також фіксувалися простоя технологічного та фізіологічного характеру. Дослідження проводилось за допомогою програмного пакету Wialon.

Аналізуючи отримані результати можна зробити висновки, що простоя автотранспорту перед навантаженням (розвантаженням) вантажу можуть виникати на будь якій їзді протягом робочої зміни. Це пов'язано з тим, що за час прямування автомобіля на маршруті значення часових параметрів може бути таким, що виникають умови простою автотранспорту. У зв'язку з цим можна зробити висновок, що виникнення простою автотранспорту на технологічних маршрутах має імовірнісний характер.

### Література

1. Левикін В.М., Шевченко І.В., Музиченко С.Є. Функціонально-інформаційна структура імітаційної моделі процесу оперативного керування кар'єрним автотранспортом // Нові технології. 2005. № 1-2 (7-8). С.123–129.
2. Губенко В. К., Помазков М. В. Ресурсозберігаюча технологія маршрутизації автосамоскидів на металургійному підприємстві. // Вісник Приазовського державного технічного університету Серія: технічні науки. 2010. Вип. 21. С. 113–120.
3. Максимов І.М., Перфільєва А. І. Організація внутрішньозаводського транспортного господарства та шляхи його вдосконалення // Логістичні системи у глобальній економіці. 2014. № 4. С. 164–168.
4. Мочалін С.М., Заруднев Д.І. Аналіз проблеми вибору рухомого складу у транспортній логістиці // Вісник СибАДІ. 2008. № 8. С. 66–69.
5. Наумов В.С. Існуючі методики розрахунку структури автопарку та їх недоліки // Вісник КДПУ. 2006. Випуск 2 (37). С. 114–119.
6. Рославцев Д.М., Бурма В.А. Формування структури автопарку функціонального підрозділу підприємства // Східноєвропейський журнал передових технологій. 2011. № 1(3). С. 30–32.

7. Галкін А.С. Аналіз альтернативних проектів щодо кількості і марки автотранспортних засобів // Економіка підприємства. 2013. № 3/2 (11). С. 43–45.
8. Заруднев Д.І., Бикова О.В. Сучасний стан питання вибору автотранспортних засобів при доставці вантажів // Удосконалення організації дорожнього руху та перевезень пасажирів та вантажів. 2015. С. 83–87.
9. Барильникова Є.П., Кулаков А.Т., Таліпова І.П. Модель вибору рухомого складу для перевезення вантажів автомобільним транспортом// Інтелект. інновації. Інвестиції. 2017. № 12. С. 102–106.
10. Горяїнов О.М., Осокіна О.Д. Структура транспортного парку та характеристики транспортної та логістичної систем // Східно-Європейський журнал передових технологій. 2009. № 1/3 (37). С. 28–31.
11. Балгабеков Т.К. Вплив вікової структури автопарку на ефективність автотранспортного підприємства // Праці БДТУ. 2017. – серія 1, № 2. С. 225–231.
12. Вуєйкова О.М. Теоретичне обґрунтування впливу структури парку автосамоскидів на простоті автомобільно-екскаваторних комплексів відкритих гірничорудних кар'єрів. Сучасні проблеми транспортного комплексу. 2013. № 3. С. 192–198.

DOI: 10.31319/2519-8106.1(46)2022.258442

УДК 622.271:622.236

**П.М. Щербаков**, к.т.н., доцент, shcherbakov.p.m@nmu.one

**О.О. Сдвижкова**, д.т.н., професор, sdvyzhkova.o.o@nmu.one

**С.Є. Тимченко**, к.т.н., доцент, tymchenko.s.ye@nmu.one

**Д.В. Клименко**, к.т.н., доцент, klymenko.d.vol@nmu.one

НТУ «Дніпровська політехніка», кафедра вищої математики, м. Дніпро

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ІНТЕНСИФІКАЦІЇ ДРОБЛЕННЯ І ПОДРІБНЕННЯ ЗАЛІЗНОЇ РУДИ

*Досліджено основні характеристики процесів руйнування залізної руди при одночасному застосуванні до неї механічного навантаження та електричного поля ультрависокої частоти на підставі аналізу математичної моделі, що описує фізичні процеси, які виникають при цьому у кристалах кварцу. Проведено порівняння з випадком застосування лише механічного навантаження. Теоретично доведено, що при наявності двох руйнівних сил (в першому випадку) кристали кварцу накопичують більше енергії, причому цей ефект проявляється найбільше при резонансі. Запропоновано метод механічного дроблення і подрібнення залізної руди з використанням електричного поля ультрависокої частоти. Зроблено гранулометричний аналіз продуктів дроблення і подрібнення залізної руди. За результатами теоретичних та численних експериментальних досліджень обґрунтовано продовження науково-дослідних та конструкторських робіт з адаптації запропонованої щогової дробарки до виробничих умов.*

**Ключові слова:** дроблення і подрібнення, гранулометричний аналіз, щогова дробарка.

*The main characteristics of the destruction processes of iron ore with its simultaneous effect by mechanical load and electric field of ultra-high frequency to it are studied based on the mathematical model analysis. The model describes the physical processes that arising in this case in quartz crystals. A comparison is made with the case of effect only a mechanical load. It is proved that in the presence of two destructive forces (in the first case), quartz crystals accumulate more energy. This effect is more pronounced at resonance. A granulometric analysis of the crushing and grinding products of iron ore was fulfilled. A method is proposed for mechanical crushing and grinding of iron ore using an electric field of ultra-high frequency. The continuation of research and development work on the proposed jaw crusher adaptation to production conditions is justified on the results of theoretical and experimental studies.*

**Keywords:** crushing and grinding, granulometric composition, jawcrusher.

### Постановка проблеми

Механічне дроблення та подрібнення залізної руди є енергоємним процесом, що вимагає використання великих ресурсів гірського підприємства, тому його вдосконалення є актуальним (особливо подрібнення). У процесі збагачення залізної руди процеси дроблення та подрібнення застосовуються для розкриття зростків (з'єднань) породи, щоб полегшити та збільшити вихід заліза з концентрату. Розрізняють кілька способів дроблення: механічний, пневматичний, аеродинамічний (струменевий) та ультразвуковий. Найбільш поширений механічний спосіб дроблення залізняку в силу технологічності в умовах потужних гірничорудних підприємств. Рационально метод дроблення підбирати, виходячи з властивостей та цінностей мінеральних зерен, що входять до складу залізної руди.

Моделювання інтенсифікації дроблення та подрібнення залізної руди з урахуванням взаємодії породи з електромагнітним полем УВЧ дозволяють оцінити характеристики процесів дроблення та подрібнення.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Попит на вдосконалення методів дроблення та подрібнення скельних порід, оптимізацію управління цими технологічними процесами зазначає та підтримує Маринич І.А.[1]. Велику увагу при цьому приділяє оптимізації управління процесом дроблення, що забезпечує необ-

хідне значення параметрів вихідних руди. Методи дроблення, що використовуються при цьому: механічний і пневматичний на різних стадіях дроблення [1, 2].

Визначення гранулометричного складу гірських порід надають достатнього значення та враховують при виборі типу та параметрів технологічного обладнання китайські фахівці зі збагачення залізняку [3, 4].

Управління процесами дроблення на основі контролю гранулометричного складу руди забезпечить збільшення продуктивності та зниження енерговитрат на дроблення [2].

Наведені публікації свідчать про актуальність досліджень і модернізації, які пов'язані з урахуванням властивостей залізної руди та гірських порід у цілому, а також щодо пристроїв дроблення і подрібнення. Електричне поле УВЧ в процесах дроблення і подрібнення не використовують.

### Виклад основного матеріалу

Запропоновано спосіб інтенсифікації дроблення кварцовмісних порід (зокрема залізних руд) спільним застосуванням до них механічного навантаження та електричного поля УВЧ [5]. Відмінною особливістю взаємодії залізної руди з електромагнітним полем є її мінеральний склад, що включає кристали кварцу, гематиту, магнетиту та ін. При цьому кожен кристал окремо за механічними, електричними та магнітними властивостями є анізотропним стосовно інших.

Нехай середовище складається тільки з кристалів кварцу, кожне зерно має електричну вісь (п'єзовісь). Це дає змогу врахувати прямий та зворотний п'єзоэффект. Кварц відноситься до іонних кристалів, тому будь-який його атом або іон може однаково взаємодіяти з усіма сусідніми атомами або іонами. Отже, весь кристал можна розглядати як окремий кристалічний осередок і пролонгувати аналізований ефект на весь кристал. З іншого боку, кожен кристал кварцу має набір резонансних частот. Прийняте припущення дозволяє використовувати модель гармонійного осцилятора [6, 7], що відображає фізичні процеси, які з'являються при цьому у кристалах кварцу. Математична модель гармонійного осцилятора має вигляд [8]:

$$My'' + Myu' + M\omega_0^2 y = \vec{F}_1 t \cos \omega t + \vec{F}_2 t \cos \omega t + \vec{F}_3 t, \quad (1)$$

де  $M$  — приведена маса іонів;  $y$  — зміщення позитивних та негативних іонів щодо кристалічної решітки;  $\gamma$  — коефіцієнт згасання;  $\omega_0$  — власна циклічна частота коливань осцилятора;  $\omega$  — циклічна частота коливань електричного поля;  $t$  — час синусоїдальної зміни електричного поля, що діє на кристал.

$$F_1 = \alpha_1 A_0 P v; \quad F_2 = \alpha_2 A_0; \quad F_3 = P v, \quad (2)$$

де  $\alpha_1, \alpha_2$  — коефіцієнти пропорційності;  $A_0$  — амплітуда коливань електричного поля;  $P$  — величина механічного навантаження, що прикладається;  $v$  — швидкість навантаження.

Обмежуючись нагодою слабого згасання (при  $\gamma \ll \omega_0$ ), отримуємо наступний розв'язок цього рівняння [9]:

$$y = (F_1 t + F_2) \frac{A}{M} \sin \omega t + (F_1 t + F_2) \frac{B}{M} \cos \omega t + \frac{F_3}{M \omega_0^2} t, \quad (3)$$

де

$$A = \frac{\gamma \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}, \quad B = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}. \quad (4)$$

При цьому постійна  $A_{\text{ап}} = \frac{F_1 A}{M}$  у розв'язку (3) називається амплітудою поглинання і  $A_{\text{ад}} = \frac{F_1 B}{M}$  — амплітудою дисперсії (пружною амплітудою).

Енергія, яку накопичує кристал кварцу при спільному їх навантаженні механічним навантаженням та електричним полем УВЧ, визначається сумою кінетичних та потенційних енергій відповідних осциляторів

$$E_{\text{сов}} = \frac{D}{4M} (F_1 t + F_2)^2 + \frac{F_3^2}{2M \omega_0^2} t^2, \quad (5)$$

де  $D = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}$ .

Досліджуючи вираз (5) на існування екстремуму, знаходимо

$$\omega = \sqrt{2\omega^2 \sqrt{1 - \frac{\gamma^2}{4\omega_0^2}} - \omega_0^2}. \quad (6)$$

Звідси випливає, що за прийнятої умови ( $\gamma \ll \omega_0$ ) резонанс буде мати місце, якщо  $\omega = \omega_0$ .

У цьому випадку амплітуда дисперсії  $A_{ад} = 0$ , а амплітуда поглинання  $A_{ап}(4)$  досягає максимального значення [10].

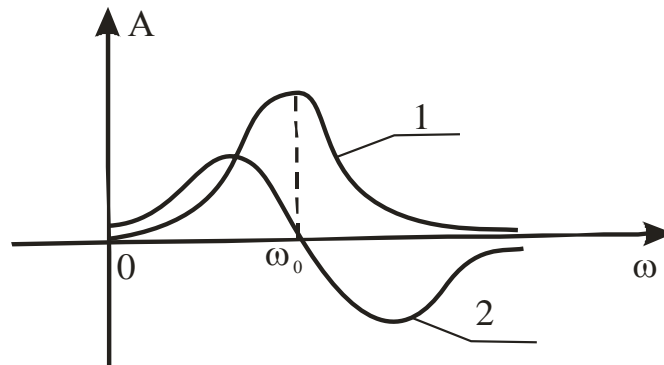


Рис. 1. Схематичний графік зміни амплітуди поглинання  $A_{ап}$  (1) та амплітуди дисперсії  $A_{ад}$  (2) від циклічної частоти коливальних електричного поля УВЧ

З рис. 1 видно, що середнє за часом значення поглиненої осцилятором потужності визначається компонентою  $A_{ап} = \sin\omega t$ . Компонента  $A_{ад} = \cos\omega t$  дає певний внесок у миттєве значення поглинаємої потужності  $P(t)$ , проте, в середньому її внесок за цикл коливальних, що встановилися, дорівнює нулю.

Розглянемо вираз (5), у якому другий доданок представляє енергію, накопичувану кристалом при чисто механічному навантаженні, тобто

$$E_{мех} = \frac{F_3^2}{2M\omega_0^2} t^2. \quad (7)$$

З порівняння (5) і (7) випливає, що всі кристали кварцу при спільному застосуванні до них механічного навантаження та електричного поля УВЧ накопичують енергії більше, ніж при чисто механічному навантаженні в цьому ж режимі навантаження ( $E_{сов} > E_{мех}$ ). Цей ефект проявляється найсильніше при резонансі.

Нехай руйнування настає тільки за рахунок механічного навантаження ( $E_{мех} = E_{кр}$ ). Скористаємося виразом (7), позначивши  $t = t_1$

$$E_{кр} = \frac{F_3^2}{2M\omega_0^2} t_1^2. \quad (8)$$

Прирівнюємо вирази (8) та (5), в якому позначимо  $t = t_2$

$$E_{сов} = E_{кр} \quad \text{або} \quad \frac{D}{4M} (F_1 t_2 + F_2)^2 + \frac{F_3^2}{2M\omega_0^2} t_2^2 = \frac{F_3^2}{2M\omega_0^2} t_1^2. \quad (9)$$

Звідки

$$\frac{D}{4M} (F_1 t_2 + F_2)^2 = \frac{F_3^2}{2M\omega_0^2} (t_1^2 - t_2^2). \quad (10)$$

Ліва частина рівняння (10) завжди позитивна, тоді має виконуватися нерівність  $t_1 > t_2$ .

Таким чином, час досягнення критичного навантаження, при якому настає руйнування, менше при спільній дії механічного навантаження та електричного поля УВЧ у порівнянні з часом руйнування при чисто механічному навантаженні [11].

Отримані результати теоретичних досліджень можна пояснити статистичною теорією руйнації. Відповідно до неї в середовищі із збільшенням енергії поглинання зростає кількість «ослаблених» місць, у яких зароджуються тріщини, отже, скорочується час їх змикання. За рахунок цього збільшується кількість окремоостей, які утворюються в даному об'ємі, що, безумовно, призводить до зменшення їх розмірів і, зрештою, до інтенсивнішого дроблення середовища.

З метою перевірки та уточнення висновків, зроблених у результаті теоретичних досліджень, проведено лабораторні випробування на зразках залізних руд Полтавського та Криворізького ГЗК. Встановлено, що їх резонанс спостерігається на частотах від 41,5 до 43 МГц. Центральна частота резонансу становить 42,3 МГц. Крім того, резонансна частота зазначених руд з послідовно включеною індуктивністю 0,5 мкГн дорівнює 24,5 МГц, причому резонансні властивості на цій частоті виражені більш істотно.

Розроблений та виготовлений експериментальний зразок генератора резонансної частоти, призначений для роботи на погоджене навантаження 750 Ом.

Генератор має такі параметри:

- потужність на виході на узгоджене навантаження не менше 200 Вт;
- робоча частота перебудовується в діапазоні 20—50 МГц;
- режим роботи безперервний та імпульсний, що перебудовується з частотою від 3 до 10 кГц;
- свердловинність від 2 до 10;
- напруга живлення 200В, 50 Гц.

Генератор виконаний за чотирикаскадною схемою, його функціональна схема представлена на рис. 2. До складу генератора входять джерела живлення (ІП1, ІП2), відповідно на напруги +5В, +30В, +60В і +1000В, +300В, ~ 6,3В, а також збудник (В), імпульсний модулятор (ІМ), підсилювач (ПУ), трансформаторний узгоджувальний підсилювач (ТСУ), вихідний каскад (ВК) — трансформаторний двокаскадний підсилювач.

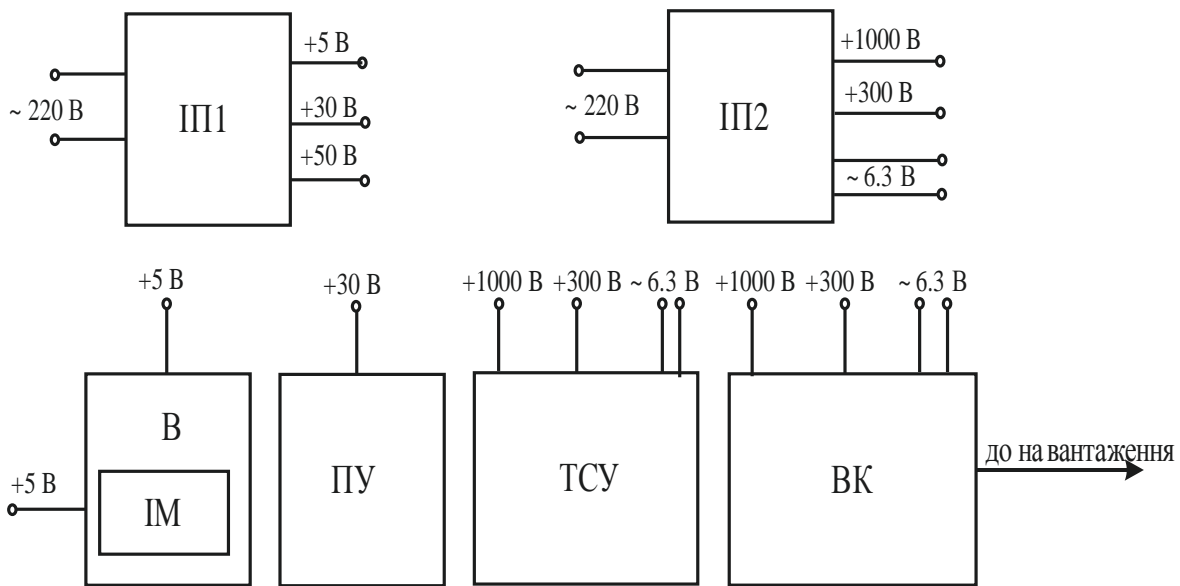


Рис. 2. Функціональна схема генератора УВЧ

До складу цього генератора між його входом та навантаженням включені узгоджувальні індуктивності та паралельно навантаженню — конденсатор. Ці пристрої дозволяють використовувати генератор на будь-яке навантаження з умовою використання 0,8 від максимальної потужності.

В умовах навчально-виробничої майстерні університету виготовлено експериментальну шокуючу дробарку, що дозволяє дробити шматки довільної форми з максимальними розмірами 60—80 мм та ступенем дроблення 4—5 [12]. При підключеному генераторі УВЧ вона реалізує одночасно механічне навантаження та дію електричного поля з резонансною частотою (рис. 3).

Для проведення лабораторних експериментів руда порівняно витриманого складу поділялася попарно на групи, що складаються з шматків однакової маси (табл. 1).

Руйнування зразка з кожної групи робили шляхом механічного навантаження, потім одночасно використовували механічне навантаження та електричне поле УВЧ на експеримента-

льній дробарці. Зразки, роздроблені за вказаною методикою, піддавалися подальшому (дрібно-му) дробленню на лабораторній шоківій дробарці типу ДЛЩ 150×80 з розвантажувальною щілиною 3 мм. За допомогою статистичної обробки результатів цих експериментів [7] отримані порівняльні дані щодо кожної контрольованої фракції дроблення (табл. 2).



Рис. 3. Лабораторна шоківій дробарка з розташованим на ній генератором УВЧ

Таблиця 1. Умовні групи зразків залізної руди

Номер групи	1	2	3	4	5
Маса зразка, г	1100	1000	700	600	180

Таблиця 2. Гранулометричні склади продуктів дрібного дроблення залізної руди

№ групи	Режим навантаження	Розподіл у % окремих фракцій, мм					
		+50	-50 +30	-30 +20	-20 +10	-10 +0.63	-0.03
I	Без УВЧ	18.8	35.0	17.0	14.8	0.4	14.0
	З УВЧ	24.9	35.1	13.8	13.6	0.6	12.0
II	Без УВЧ	21.9	33.3	16.7	15.3	0.5	12.3
	З УВЧ	28.3	35.5	13.9	12.0	0.5	9.8
III	Без УВЧ	18.9	35.5	16.0	16.2	0.5	12.9
	З УВЧ	11.9	30.7	20.0	19.8	1.0	16.6
IV	Без УВЧ	26.0	38.0	14.1	11.9	0.4	9.6
	З УВЧ	26.5	37.0	14.4	12.3	0.5	9.3
V	Без УВЧ	34.4	33.8	11.7	11.3	0.4	8.4
	З УВЧ	16.1	36.9	16.8	16.5	0.4	13.3
Середні значення	Без УВЧ	24.0	35.12	15.1	13.9	0.44	11.44
	УВЧ	21.54	35.04	15.78	14.84	0.6	12.2
В % до дроблення без УВЧ		82.75	99.77	104.5	106.76	136.36	106.6



Подрібнення продуктів дрібного дроблення здійснювалося в кульовому млині типу МБЛ — (75А—МС) з об'ємом 14 L при ступені заповнення кулями  $\phi = 0.45$ . Швидкість обертання барабана млина  $\vartheta = 0.7$  від критичної, час подрібнення вибирався таким чином, щоб забезпечити крупність подрібнення близьку до першої стадії подрібнення на гірничо-збагачувальному комбінаті. Продукти подрібнення поділялися на п'ять класів. У кожному класі визначався вміст заліза з наступним усередненням результатів по даній пробі (табл. 3).

Таблиця 3. Дані гранулометричних та хімічних аналізів продуктів подрібнення залізної руди

№ групи	Режим навантаження	Вихід за класами, %					Fe, %
		+4	-4 +2	-2 +1	-1 +0.63	-0.63	
I	Без УВЧ	0	7.2	16.0	15.7	61.1	41.8
	з УВЧ	0	5.5	15.1	11.2	68.2	44.3
II	Без УВЧ	0	12.2	16.8	13.5	57.5	26.7
	з УВЧ	7.5	16.2	15.0	10.2	51.1	27.0
III	Без УВЧ	0	6.3	16.3	13.8	63.6	21.3
	з УВЧ	0	2.7	11.2	11.0	75.1	25.3
IV	Без УВЧ	0	4.9	18.7	17.4	59.0	36.0
	з УВЧ	2.6	12.8	18.5	18.7	47.4	33.6
V	Без УВЧ	0	0	10.1	14.3	75.6	18.2
	з УВЧ	0	4.5	11.6	17.0	66.9	28.2
Середні значення	Без УВЧ	0	6.12	15.58	14.94	63.36	28.8
	з УВЧ	2.02	8.34	14.28	13.62	61.74	31.68

Як впливає з табл. 2 і 3, при дії механічного навантаження одночасно з електричним полем УВЧ зберігається тенденція інтенсифікації дроблення залізної руди за рахунок зниження виходу великих та підвищення виходу дрібних фракцій, а також спостерігається збільшення вмісту заліза до 11 % у продуктах її подрібнення.

#### Висновки

Побудовано математичну модель фізичного процесу, що виникає в кварцовмісних породах. Досліджено основні характеристики процесів руйнування залізної руди при впливі на неї механічного навантаження та при одночасному впливі на неї механічного навантаження та електричного поля ультрависокої частоти. Наведені результати теоретичних та численних експериментальних досліджень свідчать про реальну перспективу створення ефективних технологій дроблення та подрібнення залізної руди в виробничих умовах. Запропонована конструкція нової шокової дробарки, яка реалізує дію електричного поля УВЧ на кожну монолітну окремість, що знаходиться в її робочому просторі. Надалі передбачено науково-дослідні та конструкторські роботи з її застосування на одній із стадій дроблення залізної руди.

#### Список використаної літератури

1. Маринич И.А. Адаптивное согласованное управления дробильноизмельчительным комплексом на базе структуры с распределенными параметрами функции сокращения крупности руды. *Вісник Криворізького технічного університету*. Збірник наукових праць, Кривий Ріг, 2012. № 31. С. 225–228.

2. Маринич И.А. Савицкий А.И. Распределенная система автоматического управления рудо-подготовкой на базе промышленных контроллеров. [е-ресурс]. URL: <https://docplayer.com/128244873-Udk-marinich-i-a-knu-savickiy-a-i-pao-nipi-mehanobrchermet.html> (дата звернення 23.01.22)
3. Zhang Z., Yang J., Dou D. A surface probability model for estimation of size distribution on a conveyor belt. *Physicochemical Problems of Mineral Processing*, 2014. Vol. 50(2). P. 591–605. URL: [https://www.researchgate.net/publication/286013581\\_A\\_surface\\_probability\\_model\\_for\\_estimation\\_of\\_size\\_distribution\\_on\\_a\\_conveyor\\_belt](https://www.researchgate.net/publication/286013581_A_surface_probability_model_for_estimation_of_size_distribution_on_a_conveyor_belt) (дата звернення 23.01.22)
4. Zhang Z., Yang J., Su X., Ding L. Analysis of large particle sizes using a machine vision system. *Physicochemical Problems Mineral Processing*, 2013. Vol. 49, issue 2. P. 397–405. URL: <http://yadda.icm.edu.pl/yadda/element/bwmeta1.element.baztech-410d7c2e-ccaf-4c7d-8d35-73c3f5528f96> (дата звернення 23.01.22)
5. А.С.№ 1659100, В 02 С 19/18.Способ дробления кварцесодержащих пород.Крысин Р.С., Щербаков П.Н. (СССР) – 4667933/33;27.01.89
6. Pain H. (2005) *The Physics of Vibrations and Waves*. Hardcover. 389 p.
7. Crawford F. (1968) *Waves*. Berkeley Physics Course, Volume 3. New York: Mcgraw-Hill College. 527 p.
8. Щербаков П.Н. Теоретические предпосылки интенсификации дробления и измельчения твердых пород. *Вісник НТУ «ХПІ»*. Збірник наукових праць. Харків, 2012. №59. <http://archive.kpi.kharkov.ua/files/29520/> (дата звернення 23.01.22)
9. Shcherbakov P., Klymenko D., Tymchenko S. Statistical research of shovel excavator performance during loading of rock mass of different crushing quality. *Scientific Bulletin of National Mining University*, 2017. Vol 1, P. 49–54.
10. Щербаков П.Н., Бугрим О.В., Тимченко С.Е., Клименко Д.В. Статистические исследования качества дробления железной руды буровзрывным способом на карьерах. Материалы XIV международной конференции «Стратегия качества в промышленности и образовании». Варна, 2019. Том 1, С. 227–232.
11. Shcherbakov P., Tymchenko S., Buhrym O., Klymenko D. Research into the crushing and grinding processes of iron ore with its simultaneous effect by mechanical load and electric field of ultra-high frequency. *E3S Web of Conferences* 123, 01030, 2019. Vol. 123. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/201912301030>
12. Дробарка; пат. 19876 Україна, В020 19/18/ Крысин Р.С., Щербаков П.М., Арсентьев В.О. № 93006556, 09.04.93.

## MATHEMATICAL MODELING OF THE CRUSHING AND GRINDING INTENSIFICATION OF THE IRON ORE

**Shcherbakov P., Sdvizhkova E., Tymchenko S., Klymenko D.**

### Abstract

A mathematical model of the physical process that occurs in quartz-bearing rocks is constructed. The main characteristics of the destruction processes of iron ore with its simultaneous effect by mechanical load and electric field of ultra-high frequency to it (the first case) are researched based on the mathematical model analysis. The model of the destruction process of iron ore only under the mechanical load effect is considered.

The mathematical model analysis shows that quartz crystals accumulate more energy in the first case, and this effect is most pronounced at resonance. A comparison is made with the case of effect only a mechanical load. The tendency to reduce the output of large fractions and increase the output of fine fractions continues and the iron content in the grinding products increases to 11%.

A method for mechanical crushing and grinding of iron ore using an electric field of ultra-high frequencies is proposed.

The continuation of research and development work on the proposed jaw crusher adaptation to production conditions is justified on the results of theoretical and experimental studies.

### References

- [1] Marinich, I.A. (2012) Adaptivnoye soglasovannoye upravleniye drobil'noizmel'chennym kompleksom na baze struktury s raspredelennymi parametrami funktsii sokrashcheniya krupnosti rudy. *Visnyk Kryvorizkogo tekhnichnogo universitetu*. Zbirnyk naukovykh prac, Kruiy Rig. № 31. P. 225–228.
- [2] Marinich, I.A., Savickiy, A.I. Raspredelennaya sistema avtomaticheskogo upravleniya rudopodgotovkoy na baze promyshlennykh kontrollerov. [e-resource]. Retrieved from URL: <https://docplayer.com/128244873-Udk-marinich-i-a-knu-savickiy-a-i-pao-nipi-mehanobrchermet.html> (23.01.22).
- [3] Zhang Z., Yang J., Dou D. (2014) A surface probability model for estimation of size distribution on a conveyor belt. *Physicochemical Problems of Mineral Processing*. Vol. 50(2). P. 591–605. Retrieved from URL: [https://www.researchgate.net/publication/286013581\\_A\\_surface\\_probability\\_model\\_for\\_estimation\\_of\\_size\\_distribution\\_on\\_a\\_conveyor\\_belt](https://www.researchgate.net/publication/286013581_A_surface_probability_model_for_estimation_of_size_distribution_on_a_conveyor_belt) (23.01.22).
- [4] Zhang Z., Yang J., Su X., Ding L. (2013) Analysis of large particle sizes using a machine vision system. *Physicochemical Problems Mineral Processing*. Vol. 49, issue 2. P. 397–405. Retrieved from URL: <http://yadda.icm.edu.pl/yadda/element/bwmeta1.element.baztech-410d7c2e-ccaf-4c7d-8d35-73c3f5528f96> (23.01.22).
- [5] Krysin, R.S., Shcherbakov, P.N. (1989) Sposob drobleniya kvarcsoderzhashchih porod. *Certificate of authorship № 1659100*, USSR. B 02 C 19/18., 4667933/33; 27.01.89.
- [6] Pain, H. (2005) *The Physics of Vibrations and Waves*. Hardcover, 389.
- [7] Crawford, F. (1968) *Waves*. Berkeley Physics Course, Volume 3. New York: McGraw-Hill College, 527
- [8] Shcherbakov, P.N. (2012) Teoreticheskiye predposylki intensivatsii drobleniya i izmelcheniya tverdykh porod. *Visnyk NTU «HPI»*. Zbirnyk naukovykh prac, Harkiv. №59. Retrieved from URL: <http://archive.kpi.kharkov.ua/files/29520/> (23.01.22).
- [9] Shcherbakov, P., Klymenko, D., Tymchenko, S. (2017) Statistical research of shovel excavator performance during loading of rock mass of different crushing quality. *Scientific Bulletin of National Mining University*. Vol 1. P. 49–54.
- [10] Shcherbakov, P., Buhrym, O., Tymchenko, S., Klymenko, D. (2019) Statisticheskie issledovaniya kachestva drobleniya zheleznoy rudy burovzryvnym sposobom na kar'erah. *Materialy XIV mezhdunarodnoy konferentsii "Strategiya kachestva v promyshlennosti i obrazovanii"*, Varna, tom 1, 227-232 [in Russian].
- [11] Shcherbakov, P., Tymchenko, S., Buhrym, O., Klymenko, D. (2019) Research into the crushing and grinding processes of iron ore with its simultaneous effect by mechanical load and electric field of ultra-high frequency. *E3S Web of Conferences* 123, 01030. Vol. 123. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/201912301030>
- [12] Krysin, R.S., Shcherbakov, P.M., Arsent'ev, V.O. (1993) Drobarka. Pat. 19876, Ukraine, B020 19/18/ № 93006556, 09.04.93.

DOI: 10.31319/2519-8106.1(46)2022.258449

UDC 669.136.9

**B. Sereda**, Doctor of Technical Sciences, prof., Head of the Department, seredabp@ukr.net

**I. Kruhliak**, Doctor of Technical Sciences, prof., Head of the Department

**D. Sereda**, Candidat of Technical Sciences, assistant professor

Dniprovsky State Technical University, Kamianske

## MATHEMATICAL MODELING OF OBTAINING WEAR-RESISTANT COATINGS USING SELF-PROPAGATING HIGH-TEMPERATURE SYNTHESIS TECHNOLOGY

*The paper considers methods for obtaining chromoaluminized coatings and presents a new technology for the formation of protective layers on steels under conditions of self-propagating high-temperature synthesis. With the use of mathematical modeling methods, when obtaining wear-resistant coatings on machine parts under conditions of self-propagating high-temperature synthesis, optimal compositions of SHS mixtures have been developed. The study of the wear resistance of chromoaluminized layers on steels 50 and U80A alloyed with boron and silicon allows us to speak about an increase in the wear resistance of machine parts and mechanisms by 2–3 times.*

**Keywords:** mathematical modeling, wear resistance, synthesis, SHS charge, temperature.

*В роботі розглянуті методи отримання хромоалітованих покриттів та представлена нова технологія формування захисних шарів на сталях в умовах високорозповсюдженого високотемпературного синтезу. Із застосуванням методів математичного моделювання, при отриманні зносостійких покриттів на деталях машин в умовах високорозповсюдженого високотемпературного синтезу, розроблено оптимальні склади СВС сумішей. Дослідження зносостійкості хромоалітованих шарів, на сталях 50 та У8А, легованих бором та кремнієм дозволяє говорити про збільшення зносостійкості деталей машин та механізмів у 2–3 рази.*

**Ключові слова:** математичне моделювання, зносостійкість, синтез, СВС-шхста, температура.

### Problem's Formulation

The efficiency of the final result depends to a large extent on the correct choice of the surface hardness of machine parts — their long-term performance at minimal cost. Test algorithms should form the technology in such a way as to determine what and how should be applied in the technology of obtaining protective coatings. The technology should provide for a range of different modes of chemical-thermal treatment, control and diagnostic devices — from manual to automated execution, with their rational use in the processes of production, testing and operation of machine parts. It should have a wide range of algorithms and programs that are applied to specific parts, operations and tasks of improving the wear resistance of steel parts operating under sliding friction conditions. The use of a new technology for the formation of wear-resistant coatings under the conditions of self-propagating high-temperature synthesis requires its thorough study and research.

There are many methods for hardening the surface of steels, some of them are used in several versions. They are divided into two large groups [1]:

– processes of formation of protective coatings, which include: application of electrolytic coatings, galvanization, deposition of coatings from the gas phase by PVD and CVD methods, laser deposition, etc;

– processes associated with the modification of the material of existing surfaces. The most advanced techniques in this area include surface hardening using laser technology, electron beams, ion implantation, etc., as well as classical methods of chemical-thermal surface treatment (nitriding, boriding).

Methods for obtaining protective coatings on metal products differ in the technology of coating, and the main purpose of creation is good adhesion to the substrate, as well as obtaining a continuous, non-porous and resistant protective layer in this environment. Currently, the main methods of applying a protective coating are: galvanic precipitation during electrolysis, thermal spraying or metal-

lization, thermal diffusion saturation in powder, immersion in molten metal, cladding. According to the type of connection of the protective layer with the substrate, adhesive and diffusion metal coatings are distinguished.

Surface saturation of steel with aluminum, chromium, zinc and other elements is called diffusion saturation with metals [2]. The product, the surface of which is enriched with these elements, acquires valuable properties, which include high heat resistance, corrosion resistance, increased wear resistance and hardness.

In this regard, it is important to use technologies that allow obtaining coatings with a limited or minimal time of their formation. One of such technologies is the method of self-propagating high-temperature synthesis [3—4].

#### **Analysis of recent research and publications**

Many scientists are engaged in the issues of increasing the wear resistance of machine parts. Recently, the use of chromium-alloyed coatings has become widespread. Chromium aluminizing — simultaneous or sequential saturation of metals and alloys with chromium and aluminum — is used mainly to increase wear, heat and corrosion resistance of parts. The main methods of chromoaluminizing include: solid, vapor phase, gas and liquid. In turn, saturation from the vapor phase is divided into contact and non-contact, gas — simultaneous and sequential, solid — simultaneous and slip [7—9].

The solid method includes saturation in powder media. This method consists in the fact that the part on which the coating is created is placed in a container and covered with a powder mixture. The mixture usually contains: metal or alloy powder, which is the coating itself, an activator, which is most often used as halogen salts, and a neutral substance, the powder of which is introduced into the mixture to prevent sintering of the metal component. The peculiarity of the method is that the mixture contains an activator, and as a result of its interaction with the metal, a gaseous compound is formed.

Alloying of chromoaluminized coatings with titanium, silicon and boron makes it possible to sharply increase the operational characteristics and, along with high corrosion and heat resistance, to obtain more universal layers with high surface hardness, scale resistance and corrosion resistance due to the formation of additional silicon and titanium oxides.

Chromium aluminizing can be carried out in a sequential manner, chrome plated and then aluminized. Diffusion chromium plating is one of the progressive technological processes of chemical-thermal treatment, which makes it possible to obtain material with special physical and mechanical properties and at the same time reduce the cost of expensive and hard-to-machine steels through the use of more economical carbon steels. With an increase in the aluminum content in the layer, the diffusion rate of chromium increases, and the concentration decreases. The sequential method of iron saturation makes it possible to obtain a layer with a higher concentration of chromium and aluminum. Simultaneous saturation in powder mixtures with the use of high-frequency heating sharply accelerates the process of chromoaluminizing in the absence of a brittle FeAl phase in the surface layer [10—11].

#### **Formulation of the study purpose**

The purpose of the work is the search for optimal SHS powder mixtures that allow the formation of intermetallic protective layers on steel 50 and U8A under conditions of self-propagating high-temperature synthesis, the study of the structure of protective layers and their wear resistance under sliding friction.

#### **Presenting main material**

In the work, steels 50 and U8A were used for coating. Chemical-thermal treatment was carried out in an open-type reactor ( $P = 105 \text{ Pa}$ ) in the temperature range of 900—1050 °C and the total duration of isothermal holding up to 60 min. As a saturating medium, a mixture of powders with a dispersion of 100—400  $\mu\text{m}$  of the following materials was used:

1.  $\text{Cr}_2\text{O}_3$  — chromium (III) oxide — a source of chromium in the coating.
2.  $\text{Al}_2\text{O}_3$  — aluminum oxide (III) — inert additive.
3. Al — aluminum grade ASD1 — oxide reducer, source of aluminum in the coating.
4. B — technical boron — a source of boron in the coating.
5. Si — silicon grade Kr1 — a source of silicon in the coating.
6.  $\text{I}_2$  — metallic iodine — activator of the saturation process.
7.  $\text{NH}_4\text{Cl}$  — ammonium chloride — activator of the saturation process.

In order to find compositions of SHS powder mixtures that provide high wear resistance, a full factorial experiment was used.

The choice of the optimal composition of the mixture for carrying out SHS processes under conditions of thermal self-ignition was carried out on the basis of the results of studies of the thermal picture of the SHS process and the physical and mechanical properties of protective coatings, in particular wear resistance,  $\Delta G$  (test on the SMT-1 thorn machine,  $\tau$  test — 5 h) [5—6, 12].

Optimization options:

$Y_1$  — wear resistance indicators,  $\Delta G \tau_{\text{исп.}} 5\text{h}$ , for system B alloyed with boron;

$Y_2$  — wear resistance indicators,  $\Delta G \tau_{\text{исп.}} 5\text{h}$ , for a system alloyed with silicon Si.

The following were chosen as independent variables: the content of the chromium component, silicon, boron and aluminum in the SHS mixture. Steel 50 was chosen as the starting material. The process activators are  $I_2$  and  $NH_4F$  for all systems.

The calculated levels of variation intervals, the nature of their changes and coding schemes are presented in Tabl. 1 and 2. The introduction of more than 5 % of the gas transport agent into the mixture leads to a strong etching of the sample surface, less than 1 % does not activate all gas transport reactions.

To obtain a 100 % composition of SHS powder mixtures,  $Al_2O_3$  was used as the final product.

Table 1. Investigated factors for the chromium-aluminum-boron system

Characteristic	Факторы		
	Al %, wt.	B %, wt.	XC %, wt.
The code	$X_1$	$X_2$	$X_3$
Main level	10	10	20
Variation interval	5	5	5
Lower level	5	5	15
Upper level	15	15	25

Table 2. Investigated factors for the chromium-aluminum-silicon system

Characteristic	Факторы		
	Al %, wt.	Si %, wt.	XC %, wt.
The code	$X_1$	$X_2$	$X_3$
Main level	10	12	20
Variation interval	5	5	5
Lower level	5	7	15
Upper level	15	17	25

As a result of the regression analysis, a number of equations were obtained showing the dependence of the wear resistance of protective coatings on the mode of thermal self-ignition and the content of alloying elements.

As a result of calculations, the following equations were obtained

$$Y_1 = 77,444 - 0,9X_1 + 1X_2 - 3,1X_3 - 0,0556X_1^2 + 3,4444X_2^2 + 1,9444X_3^2 + 0,125X_1X_2 - 0,125X_1X_3 - 1,875X_2X_3; \quad (1)$$

$$Y_2 = 107,04 - 0,3X_1 + 3,8X_2 - 3X_3 - 0,0556X_1^2 + 1,4444X_2^2 + 6,4444X_3^2 + 0,125X_1X_2 - 0,375X_1X_3 - 1,875X_2X_3. \quad (2)$$

The numerical values of the regression coefficients and their significance, determined taking into account the difference in variances for each response function, as well as the significance test by the Student's criterion and the evaluation of the adequacy of the model by the Fisher criterion are presented in Tabl. 3.

Table 3. Results of regression analysis of experimental data

Parameter	Response Function	
	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>
b <sub>0</sub>	77,444	107,04
b <sub>1</sub>	-0,9	-0,3
b <sub>2</sub>	1	3,8
b <sub>3</sub>	-3,1	-3
b <sub>4</sub>	-0,0556	-0,0556
b <sub>5</sub>	3,4444	1,4444
b <sub>6</sub>	1,9444	6,4444
b <sub>7</sub>	0,125	0,125
b <sub>8</sub>	-0,125	-0,375
b <sub>9</sub>	-1,875	1,875
Δb	2,028	5,58
t-criterion	2,78	2,78
F-criterion	1,51<6,59	5,61<7,70

Checking the adequacy of the models shows that they can be used to predict the values of the response functions for any values of the factors that are between the upper and lower levels. To do this, it is advisable to switch to natural variables using the translation formula presented in the following form

$$X_{ij}^k = \frac{X_{ij}^n - X_{ij}^o}{\Delta_i}, \quad (3)$$

where  $X_{ij}^k$  — coded value of the studied  $i$ -th factor in the  $j$ -th equation;  $X_{ij}^n$  — natural value of the studied  $i$ -th factor in the  $j$ -th equation;  $X_{ij}^o$  — value of the studied  $i$ -th factor in the  $j$ -th equation at the main level;  $\Delta_i$  — value of the variation interval of the studied  $i$ -th factor.

If we replace the variables  $X_i$  in equations (1—2) with the right side of equation (3) and then reduce similar ones, we get natural equations that describe the effects of the thermal self-ignition mode and the content of alloying elements on the wear resistance of protective coatings:

$$Y_1 = 77,444 - 0,9Al + 1B - 3,1XC - 0,0556Al^2 + 3,4444B^2 + 1,9444XC^2 + 0,125 AIB - 0,125AIXC - 1,875BXC; \quad (4)$$

$$Y_2 = 107,04 - 0,3 Al + 3,8 Si - 3 XC - 0,0556 Al^2 + 1,4444 Al^2 + 6,4444 XC^2 + 0,125 AISi - 0,375 AIXC - 1,875 SiXC. \quad (5)$$

To assess the adequacy of the equations, a calculation was carried out using the obtained regression equations for the optimal mode of thermal self-ignition. The calculation results were compared with experimental studies. As can be seen from Tabl. 4, the error between the calculated and experimental values of the response function does not exceed 5.

Table 4. Ratio of calculated and experimental data

Indicator	Calculated value	Experimental	Error
ΔG(B)	84,903	85	0,09
ΔG(Si)	105,4	105	0,4

In order to determine the mode and SHS compositions that provide optimal indicators of wear resistance of coatings, three-dimensional graphical dependencies were built (Fig. 1—2).

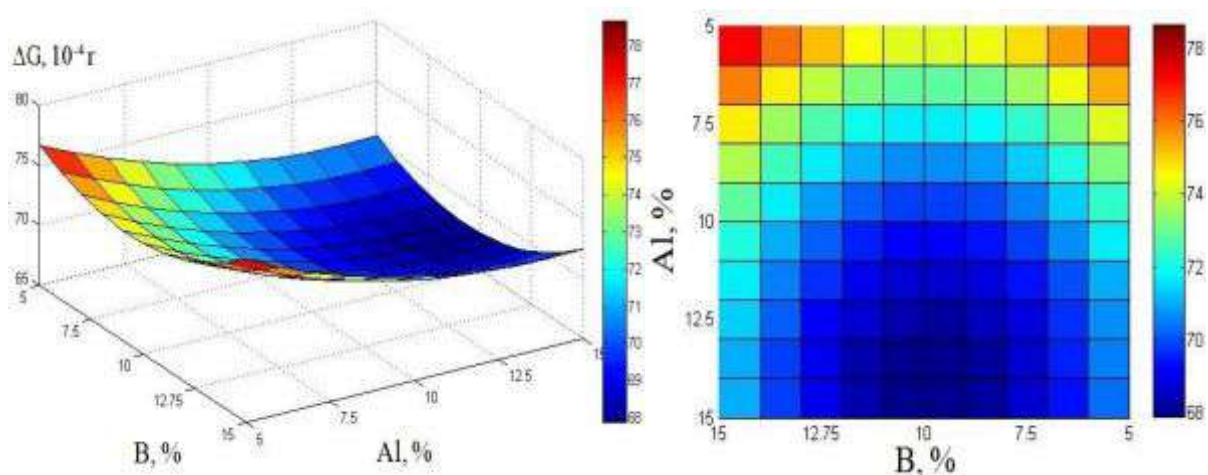


Fig. 1. Optimization of the wear resistance of the surface layer for the Cr-Al-B system: the effect of boron and aluminum content on the wear resistance of steel 50 with a protective intermetallic coating

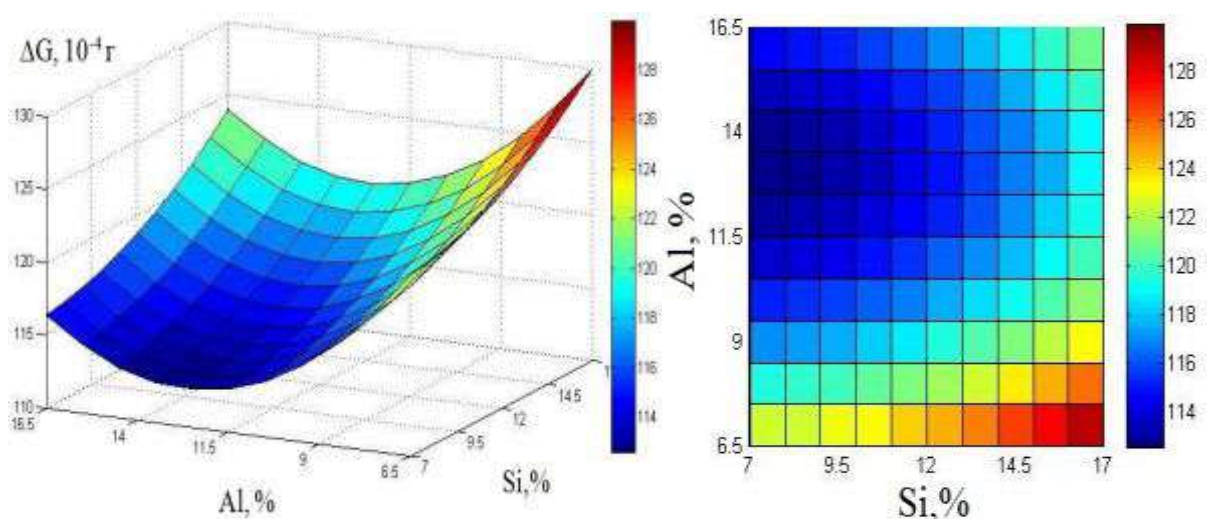


Fig. 2. Optimization of the wear resistance of the surface layer for the Cr-Al-Si system: the effect of boron and chromium content on the wear resistance of steel 50 with a protective intermetallic coating

Research results and discussion. An analysis of the reactions occurring during the SHS process, as well as the results of experiments and metallographic studies, made it possible to obtain a scheme for the formation of protective coatings. The process of formation of protective coatings in the mode of thermal self-ignition can be conditionally divided into five stages — inert heating of the SHS mixture to the temperature of self-ignition, thermal self-ignition, heating of parts, isothermal exposure and cooling.

At the initial stage (stage 1), inert heating of the mixture occurs. When a diffusing element, boron or silicon, is used as a supplier, the formation of a borated or siliconized layer is observed. At stage 2 — the stage of thermal self-ignition, the self-ignition temperature rises at a rate of 200—400 °C/s to a maximum value. At this stage, along with the formation of active boron and silicon atoms, reactions occur for the formation of elemental chromium and their combination with carriers (fluorine, chlorine and iodine), with the formation of volatile halides. If the activation energy of the interaction of the elements of the charge with the carrier is less than the activation energy of the main



reduction process, then the formation of volatile halides will proceed quasi-stationary as the main reaction proceeds. If the self-ignition temperature is lower than the temperature at which the volatile halide begins to form intensively, then for this case, the formation of halides occurs only at the stage of unsteady temperature growth. When the maximum temperature is reached, which converts the pyrolysis temperature of chromium diiodide, silicon, its rapid decay occurs.

At stage 3 — the stage of heating products, the temperature drops to the process temperature  $T_p$  due to the reception of the released heat by the products. Active atoms begin to diffuse into the substrate and the carbide phases are alloyed with boron and silicon. Doped boride and silicide phases begin to form.

At stage 4 — the stage of isothermal exposure, a constant diffusion flow of formed active atoms of chromium, aluminum, silicon and boron is formed. The diffusion layer increases and the chromium aluminized layers are doped with boron and silicon. With an increase in isothermal exposure, an increase in the layer thickness occurs. The growth of the layer obeys a parabolic law.

At the 5th stage — the stage of cooling, a diffusion layer is formed with a lower intensity due to a decrease in the diffusion coefficient of silicon and boron due to a drop in temperature. The layer consists of two phases: the outer one, which is chromium borides and silicides, and the inner one, the carbide phase.

Studies have shown that such a high rate of coating formation can be explained by the fact that austenite formed during high-speed heating due to the stage of self-ignition is characterized by a high structure defect and fine grain size, which sharply increases its diffusion susceptibility to saturable elements. Thus, it is possible to control both the layer growth rate and their phase composition and structure. The main factors influencing the kinetics of the formation of protective layers are the composition of the SHS charge, the amount of the chromium component, the time of isothermal holding, the composition of the treated steel, and the type of SHS process taking place in the combustion mode or in the thermal self-ignition mode. On fig. 3 shows the microstructures of chromium-alloyed coatings alloyed with boron, titanium and silicon, obtained in the mode of thermal self-ignition in optimal mixtures. According to the results of a metallographic study, on a Neophot-21 microscope, and X-ray diffraction analysis, it was found that chromium-alloyed coatings doped with boron, silicon, and titanium contain in their composition, in addition to the main phase  $(Fe_3Al)$ ,  $(FeCr)_{23}C_6$ ,  $(FeCr)_7C_3$ ,  $(FeCr)_3C$ ,  $Cr_3C$ ;  $Fe_2Al_5$ . When applying chromium-aluminated layers doped with boron, the coating consists of single-phase doped layers of the type  $(FeCrAl)_2B$ .

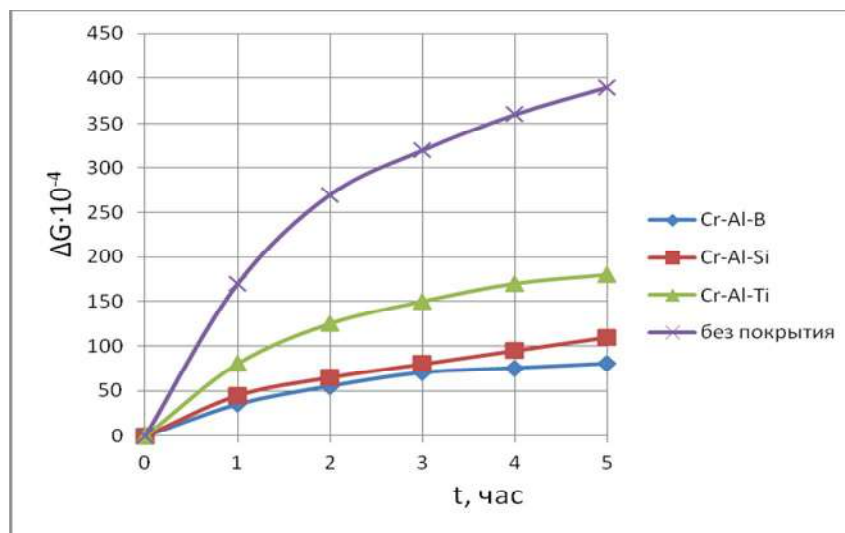


Fig. 3. Effect of test time on the wear resistance of intermetallic coatings on steel 50 when tested on a friction machine SMT-1

When applying chromium-alloyed layers doped with silicon, a layer is formed on the surface  $(\text{FeCrAl})_3\text{C}$  on materials with a high carbon content (steel 50, U8A), carbides are formed  $(\text{FeCr})_{23}\text{C}_6$ . The layer is immediately adjacent to a carbon-rich transition zone, which is formed due to counter-diffusion of carbon, and behind it is a carbon-depleted ferrite zone.

The result obtained correlates with the hardness of the hardened zones. With increasing hardness, wear resistance increases. Hardness was measured on transverse sections on a PMT-3 device, according to the standard method. With an increase in the carbon content in steels, the microhardness of the surface layer increases. The microhardness of the surface layer during chromoaluminoboration is 15000 MPa, and on steel U8A 16000 MPa (phases  $(\text{Fe,Cr,Al})_2\text{B}$ ). With chromoaluminosiliconization  $(\text{Fe,Cr,Al})_3\text{Si} = 13500$ , and on U8A steel 14500 MPa.

When tested under conditions of sliding friction, chromoaluminoborated coatings have the best wear resistance among the coatings under consideration. Their wear resistance is 4.8—5 times higher than that of uncoated samples, chromoaluminosilicated and chromoaluminum-titanized 2.1—3.5 times. As can be seen from Fig. 3, the wear resistance for the considered friction pairs depends on the microhardness of the layer.

### Conclusions

Modeling was carried out to search for optimal SHS powder mixtures to obtain intermetallic wear-resistant protective coatings on steel 50 and U8A using the technology of self-propagating high-temperature synthesis. The structures of protective layers and their wear resistance under sliding friction conditions have been studied. The best wear resistance, among the coatings under consideration, is chromoaluminoborated coatings. Their wear resistance is 4.8—5 times higher than that of uncoated samples, chromoaluminosiliconized and chromoaluminum-titanized 2.1—3.5 times

### References

- [1] Trefilova N.V. (2014) Analiz sovremennykh metodov naneseniya zashchitnykh pokrytij [Analysis of modern methods of applying protective coatings] *Sovremennye naukoemkie tekhnologii*. (10). 67–72.
- [2] Lahtin Y.M. (1993) Metallovedenie i termicheskaya obrabotka metallov [Metal science and heat treatment of metals] M:Metallurgiya.
- [3] Merzhanov A.G. (1998) Processy goreniya i sintez materialov [Combustion process and synthesis of materials] (ed. by I.T. Tepey, A.P. Hachoyana), Chernogolovkam ISMAN.
- [4] Sereda B.P., Kalinina N.C., Kruglyak I.V. (2008) Poverhneve zmicnennya materialiv [Surface hardening of materials]: Monografiya, Zaporizhzhya:RVV ZDIA.
- [5] Husainov M.A., Demyashev G.M., Myshlyakov M.M. (1991) Himicheskaya gazofazno-diffuzionnaya kristallizatsiya i struktura pokrytij iz karbidov perekhodnykh metallov IVa – Va podgrupp na grafite [Chemical gas-phase-diffusion crystallization and structure of coatings from carbides of transition metals IVa – Va subgroups on graphite] AN SSSR. Metally.
- [6] Sereda B.P., Palekhova I.V., Belokon' Y.A., Sereda D.B. (2014) Poluchenie intermetallidnykh soedinenij i pokrytij pri nestacionarnykh temperaturnykh usloviyah [Obtaining intermetallic compounds and coatings under non-stationary temperature conditions]. *Novye materialy i tekhnologii v metallurgii i mashinostroenii: Nauchnyj zhurnal* (2) ZNTU, 67–71.
- [7] Yagodkin Y.D., Terent'eva V.S. (1991) Zharostojkie pokrytiya [Heat resistant coatings] Itogi nauki i tekhniki. Ser. Metallovedenie i termicheskaya obrabotka. (25). 183–254.
- [8] Zmij V.I., Kartmazov G.N., Karcev N.F. (2006) Karboborosilicidnye i oksidnye kompozicionnye pokrytiya [Carboborosilicide and oxide composite coatings] *Poroshkovaya metallurgiya*. 2006. 21–27.
- [9] Borisenok G.V., Vasil'ev L.A., Voroshnin L.G. (1981) Himiko-termicheskaya obrabotka metallov i splavov. [Chemical-thermal treatment of metals and alloys] M.: Metallurgiya.
- [10] Sereda B., Sereda D. (2014) Mnogofunkcional'noe alyuminizirovannoe pokrytie na stali v usloviyah SVS [Aluminized Multifunctional Coating on Steel in SHS Condition]. *Conference and Exhibition. Pittsburgh, Pennsylvania, USA*. 482–486.
- [11] Sereda B., Sereda D. (2015) Modelirovanie deformatsii pri obrabotke materialov i zakony fazovogo ravnovesiya pri SVS-pressovanii intermetallicheskikh splavov [Modeling Deformation in

Material Processing and Laws of Phasic by SHS Pressing Intermetallics Alloys] *Conference and Exhibition. Columbus, OH, USA. 611–617.*

- [12] Sereda B.P. (2008) *Teoriya budovi ridkogo, kristalichnogo ta amorfnoho stanu rehovini.* [Theory of structure of liquid, crystalline and amorphous state of matter] *Navchal'nij posibnik z grifom MONU, Zaporizhzhya RVV ZDIA*

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОТРИМАННЯ ЗНОСОСТІЙКИХ ПОКРИТТІВ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕХНОЛОГІЇ САМОРОЗПОВСЮДЖУВАЛЬНОГО ВИСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО СИНТЕЗУ**

**Середа Б.П., Кругляк І.В., Середа Д.Б.**

### **Реферат**

У роботі розглянуто способи отримання хромоалітованих покриттів та представлено нову технологію формування захисних шарів на сталях в умовах саморозповсюджувального високотемпературного синтезу. З використанням методів математичного моделювання при отриманні зносостійких покриттів на деталях машин в умовах саморозповсюджувального високотемпературного синтезу розроблено оптимальні складі СВС сумішей. Алюмінування хромом може проводитися послідовно, хромувати, а потім алітувати. Дифузійне хромування є одним із прогресивних технологічних процесів хіміко-термічної обробки, що дає можливість отримувати матеріал з особливими фізико-механічними властивостями і водночас знизити вартість дорогих і важкооброблюваних сталей за рахунок використання більш економічних вуглецевих сталей.

Метою роботи є пошук оптимальних СВС порошкових сумішей, що дозволяють утворювати інтерметалічні захисні шари на сталі 50 та У8А в умовах саморозповсюджувального високотемпературного синтезу, дослідження структури захисних шарів та їх зносостійкості під тертя ковзання.

Отриманий результат корелює з твердістю загартованих зон. Зі збільшенням твердості підвищується зносостійкість. Твердість вимірювали на поперечних зрізах на приладі ПМТ-3 за стандартною методикою. Зі збільшенням вмісту вуглецю в сталях зростає мікротвердість поверхневого шару. Мікротвердість поверхневого шару при легуванні бором становить 15000 МПа, а на сталі У8А 16000 МПа (фази (Fe,Cr,Al)2B). При легуванні кремнієм (Fe,Cr,Al)3Si = 13500, а на сталі У8А 14500 МПа.

Вивчення зносостійкості хромоалітованих шарів на сталях 50 і У8А, легуваних бором і кремнієм, дозволяє говорити про підвищення зносостійкості деталей машин і механізмів у 2—3 рази.

### **Література**

1. Трефилова Н.В. Анализ современных методов нанесения защитных покрытий. *Современные наукоемкие технологии.* 2014. № 10. С. 67–72.
2. Лахтин Ю.М. *Металловедение и термическая обработка металлов: підручник: Металлургия,* 1993. 448 с.
3. Мержанов А.Г. *Процессы горения и синтез материалов; під ред. И.Т. Телепы, А.П. Хачояна.* Черноголовкам: ИСМАН, 1998. 512с.
4. Середа Б.П., Калініна Н.Є., Кругляк І.В. *Поверхневе зміцнення матеріалів: монографія.* Запоріжжя: РВВ ЗДІА, 2004. 230 с.
5. Хусаинов М.А., Демяшев Г.М., Мышляков М.М. *Химическая газофазно-диффузионная кристаллизация и структура покрытий из карбидов переходных металлов IVa – Va подгрупп на графите. Изв. АН СССР. Металлы,* 1991. №4. С. 152–157.
6. Середа Б.П., Палехова И.В., Белоконь Ю.А., Середа Д.Б. *Получение интерметаллидных соединений и покрытий при нестационарных температурных условиях. Новые материалы и технологии в металлургии и машиностроении.* № 2. 2014. ЗНТУ, Запорожье. С. 67–71.

7. Ягодкин Ю.Д., Терентьева В.С. Жаростойкие покрытия. *Итоги науки и техники. Сер. Металловедение и термическая обработка*, 1991. №25. С. 183–254.
8. Змий В.И., Картмазов Г.Н., Карцев Н.Ф. Карбоборосилицидные и оксидные композиционные покрытия. *Порошковая металлургия*, 2006. № 3/4. С. 21–27.
9. Борисенок Г.В., Васильев Л.А., Ворошнин Л.Г. Химико-термическая обработка металлов и сплавов: довідник. М.: Металлургия, 1981. 424 с.
10. Sereda V., Sereda D. Aluminized Multifunctional Coating on Steel in SHS Condition. *Material science and technology 2014. . Pittsburgh, USA*. P. 482–486.
11. Sereda V., Sereda D. Modeling Deformation in Material Processing and Laws of Phasic by SHS Pressing Intermetallics Alloys. *Material science and technology 2015. Columbus, USA*. P. 611–617.
12. Серета Б.П. Теорія будови рідкого, кристалічного та аморфного стану речовини: навчальний посібник з грифом МОНУ, гриф № 1.4/8-Г-80. Запоріжжя РВВ: ЗДІА. 2008. 238 с.

DOI: 10.31319/2519-8106.1(46)2022.258451

УДК 621.74

**O. Cherneta**, Ph.D., Associate Professor

Dnipro State Technical University, Kamyanke

## **BORIDING TECHNOLOGIES AND THEIR INFLUENCE ON SURFACE MODIFICATION**

*The results of research of the diffusion method of boriding, strengthening of the surface layer of details from average carbon steels are carried out in the work. The analysis of physical and mechanical characteristics of boron coatings after chemical and thermal treatments taking into account structural transformations in surface layers is made. The graph of dependence of microhardness of bored coverings at the corresponding technologies of strengthening taking into account thickness of a bored layer is constructed.*

**Keywords:** *hardening, harrowing, chemical-heat treatment, microstructural analysis, combined method, boron-containing component, technological processes of hardening.*

*В роботі проведено результати дослідження дифузійного способу борування, зміцнення поверхневого шару деталей із середньо вуглецевих сталей. Зроблений аналіз фізико-механічних характеристик борованих покриттів після хіміко-термічних обробок з урахуванням структурних перетворень в поверхневих шарах. Побудований графік залежності мікротвердості борованих покриттів при відповідних технології зміцнення з урахуванням товщини борованого шару.*

**Ключові слова:** *зміцнення, борування, хіміко-термічна обробка, мікроструктурний аналіз, комбінований спосіб, боровміщуючий компонент, технологічні процеси зміцнення.*

### **Problem's Formulation**

Saturation of the surface of parts with boron in modern production by chemical-thermal treatment (HTO) is a common and attractive step in strengthening metal products. Boride diffusion coatings have high physical and mechanical characteristics, a sufficient degree of wear resistance and microhardness. Significant disadvantages of surface hardening of harrowing technologies are low plasticity of coatings and high cost of boron-containing components. In world practice, the saturation of boron-containing components of the surface of relatively inexpensive available materials is widely used. In some cases, the technological process is used with pre-saturation of the surface layer of boron by chemical-thermal treatment (CTT).

### **Analysis of recent research and publications**

In world practice, hundreds of technologies have been introduced into the production of the machine-building complex to strengthen the surface layer of parts. Important criteria for choosing hardening technologies are wear resistance, microhardness, physical and mechanical, operational properties of coatings. Special attention is paid to the mechanisms of formation of wear-resistant structures of scientists, engineers and workers of the machine-building complex [1—4].

### **Formulation of the study purpose**

On the basis of the analysis of use of the newest ways of strengthening to develop a technique and technology of diffusion drilling, to investigate their influence on modification of a surface layer.

### **Presenting main material**

The process of diffusion boriding of steel parts 45 is carried out in a furnace at a temperature of 850<sup>0</sup>C in the environment of boron-containing components with a holding time of 7 hours until complete cooling. The bored surface of the steel part 45 has three zones (Fig. 1)— boride zone with a thickness of 20—25 μm; transition zone up to 80 μm thick; area of the main material. The boride zone has a dense layer of borides such as FeB, Fe<sub>2</sub>B. FeB borides are located in the upper part of the coating, and Fe<sub>2</sub>B borides in the lower part. The transition zone has a complex structure due to the nature of the residual stress distribution, the bond strength of the boride layer with the base metal. Therefore, when choosing steel and boriding modes, it is necessary to take into account the influence of the structure of the transition zone, which is directly related to the ability to brittle fracture, the conditions of

fatigue cracks, etc. At the increased content of boron rounded borides of the FeB type are formed that is connected with formation of crystals of the wrong form — lack of elements of symmetry. These phenomena occur when crystals growing simultaneously from many centers inhibit the growth of other crystals and disrupt the formation of the correct cut. In the direction from the surface of the boron layer to the steel base, the volume fraction of the FeB phase decreases more intensively than Fe<sub>2</sub>B with a structure in the form of needles — a more correct geometric shape.

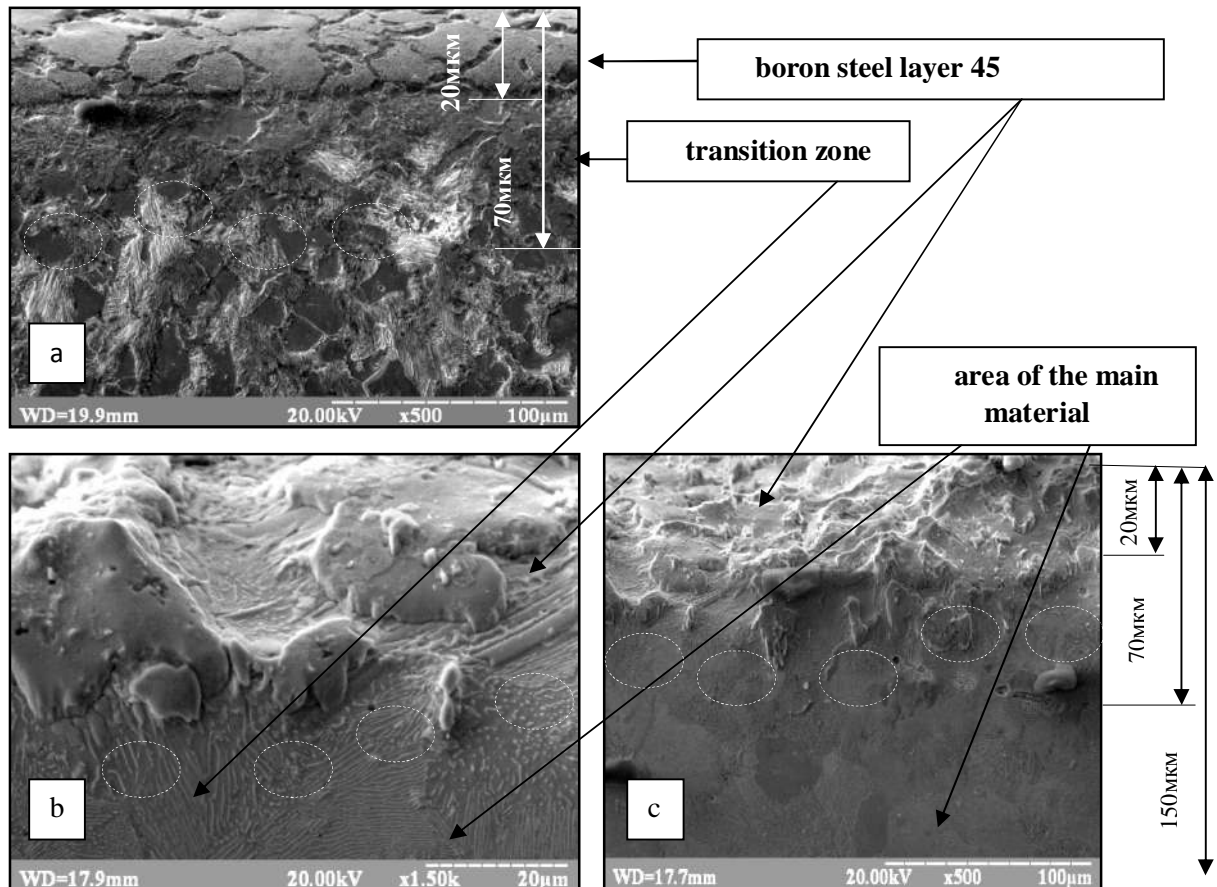


Fig. 1. Microstructure of steel 45 with boron reinforced on the top (side section): a, c — increase  $\times 500$ , b —  $\times 1500$ . White circle highlighted areas of textured perlite

Fig. 2 shows an X-ray diffraction pattern of sample 2 fil-523. 26,12,14. Cu-K $\alpha$  radiation of the boron surface of the steel part 45 where the phases of the borides FeB, Fe<sub>2</sub>B are clearly observed.

Despite the high hardness of FeB monoboride, its presence leads to negative phenomena — the fragility of the reinforced layers [5—8]. Therefore, more attention and preference is given to Fe<sub>2</sub>B crystals with the structure of the correct geometric shape.

As you move away from the surface layer, the concentration of boron decreases. The structure has the form of a mixture of eutectics (a-Fe + Fe<sub>2</sub>B) and primary crystals of iron boride of the correct geometric shape. The morphology of boride crystals in the surface layer is different from many similar forms of crystals. It is likely that such a structure is formed by the combined diffusion of boron and carbon from the surface to the depth of the material. Therefore, all formed structural components (carbides, borides and carboborides), which interfere with diffusion flows, dissolve at the beginning of labor, and components with parallel dislocation to the concentration gradient are more likely to avoid solution and grow to significant sizes [9—10]. Figures 1 and 2 show that perlite, which was present in the initial phase of diffusion drilling, was all fragmented, while the plates of newly formed perlite are located along the concentration gradient line and did not receive a significant degree of fragmentation.

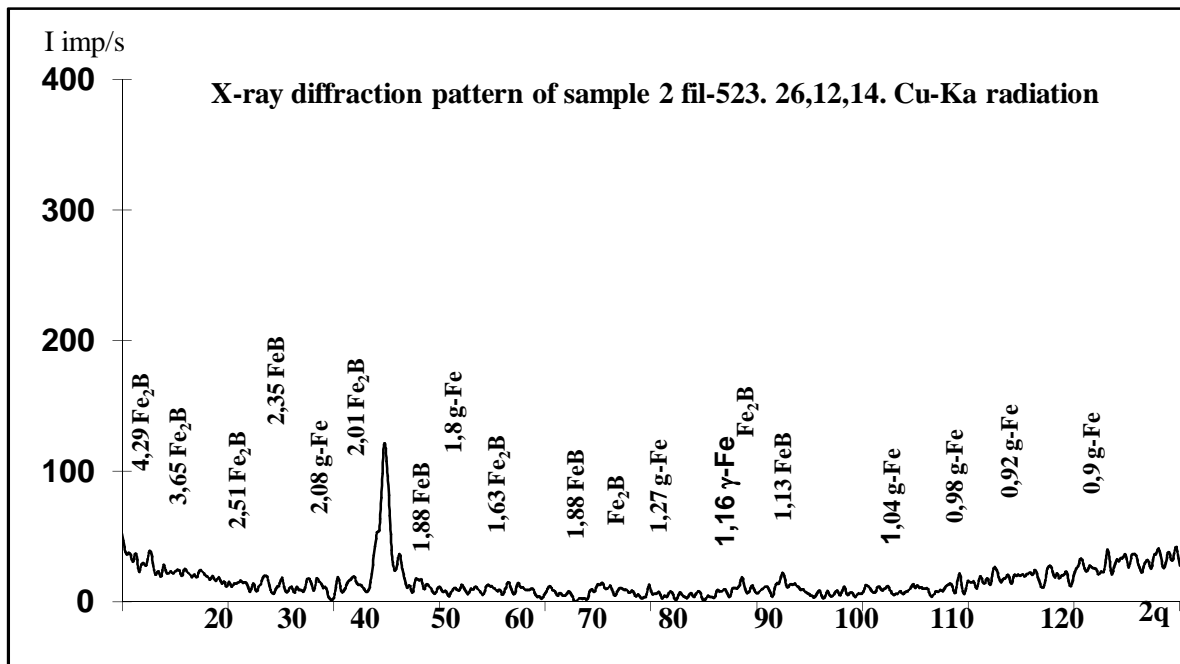


Fig. 2. X-ray diffraction pattern of sample 2 fil-523. 26,12,14. Cu-Ka radiation of the boron surface of the steel part 45 where the phases of the borides FeB, Fe<sub>2</sub>B are clearly observed

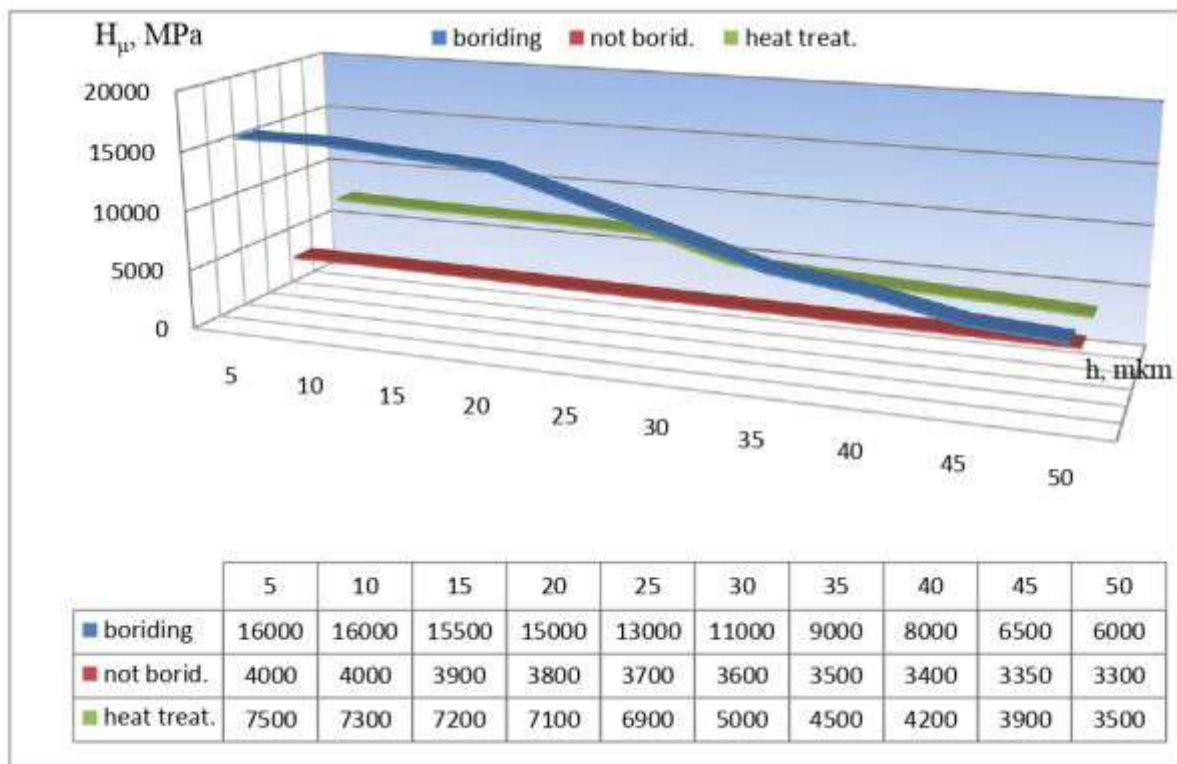


Fig.3. The schedule of change of microhardness depending on depth of the strengthened layer and types of processing

### Conclusions

In the structure of boride coatings on steel 45 can be divided into three zones: a dense boron layer with phases such as FeB, Fe<sub>2</sub>B, the transition zone of the upper part of which mainly has borides of regular geometric shape, and the lower part with defective structure of boride inclusions. The third zone is under the transition and is characterized by the original perlite-ferritic structure with separate inclusions — products of diffusion drilling.

### References

- [1] Kornepoltsev V.N., Guryev A.M., Ludgenov B.D. (2011) Rozrobka tekhnologiy borirovaniya v poroshkovoy srede, soderzhashuyu bornuyu kisloty [Development of boring technologies in a powder medium containing boric acid] Obrabotka metalov. *Materialovedeniye* № 2(51), 40–42 [in Russia].
- [2] Batayev I.A., Kyrlayev N.V., Lenivtseva O.G., Butilenkova O.A., Losinskaya A.A. (2012) Morfologiya boridov zsheleza v poverhnostnom sloye, naplavlenom elektronym lychom [Morphology of iron borides in the surface layer deposited by an electron beam] Obrabotkametalov. *Materialovedeniye* № 1(54), 85–90 [in Russia].
- [3] Ivanov S.G., Don Yadzshe, Guryev A.M. (2016) Mikrostryktura difuzionoy zony staly 45 posle sovmestnogo nasichshenuya borom i hromom [The microstructure of the diffusion zone of steel st3 after co-saturation with boron and chromium.] Polzynovskiy almanah № 4, 5–11. [in Russia].
- [4] Devoyno O.G. (2001) Tehnologiya formirovaniya iznosostoykih pokritiy lazernoy obrabotkoy [Technology of the formation of wear surfaces by laser treatment], Minsk: UP "Technology" [in Belarus].
- [5] Cherneta O.G. (2017) Analyz mehanizmov zmitsenya cerednyovygletsevih staley [Analysis of the mechanisms of strengthening medium-carbon steels] O.G. Cherneta, V.I. Kybich, E.S. Skornyakov. / Zbornik naykovih prats "Perspektivny tehnologiyi ta priladi" Lytsky NTU, Vipysk 11(2) P.142–146 [in Ukrainian].
- [6] Cherneta O.G. (2017) Analyz transformatsiy mikrostrukturipoverhnevogosharyizstaly 45 vza-lezshnostyvidtehnologichnyhmetodivodrobky [Analysis of transformations of the microstructure of the surface layer of steel 45 depending on the technological methods of processing] O.G. Cherneta, V.I. Syhomlin, O.M. Korobochka. / Zbornik naykovih prats "Perspektivny tehnologiyi-tapriladi" Lytsky NTU, Vipysk 11(2) P. 147–152. [in Ukrainian].
- [7] Cherneta O.G. (2018) Poverheviyshardetaleyizstaly 45 pislyaboruvanyznastypnoyulazernoyuobrobkoyu . O.G. Cherneta, V.I. Kybich, R.G. Voloshyk. [Features of the structure of the refined surface ball of 45 steel after strengthening by laser boronias fighting ] / Mizshnarodnanaykovotehnichnakonferentsiya «Tehnologiya ta infrastrukturatransporty», Harkiv, 14-16 travnya, Tezydopovidey. P. 20–21. [in Ukrainian].
- [8] Cherneta O.G. (2020) Doslidtshenyapoverhnevogo shary detali izstali 45 pislya kombinovanoyi obrobki. [Investigation of the surface layer of steel parts 45 after combined treatment] Cherneta O.G., Sasov O.O., Averyanov V.S. / Zbirmik naykovih prats IX-oyi Mizshnarodnoy inaykovotehnichnoy konferentsii «Progresivni tehnologiyi v mashinobuduvanni». 3-7 lyutogo 2020. Lviv-Play. P. 159–161. [in Ukrainian].
- [9] Cherneta O.G. (2021) Doslidtshenyatransformatsii mikrostrukturipoverhnevogo shary pislyaboruvanyastali 45. [Investigation of the transformation of the microstructure of the surface layer after drilling steel 45] O.G. Cherneta, O.M. Korobochka, V.I. Syhomlin. Results of modern scientific research and development (4-6 April 2021) Madrid. Spain. Pp.178–184. [in Ukrainian].
- [10] Cherneta O.G. (2021) Osoblivosti budovi poverhnevogo shary iz stali 45 pislya zmitsnennya boruvannyam i lazernoyu obrobkoyu [Features of the structure of the refined surface ball of 45 steel after strengthening by laser boronias fighting] / Proceedings of I International scientific and practical conference (7-8 July 2021). Chicago, USA. Pp.21–28. [in Ukrainian].



## ТЕХНОЛОГІЇ БОРУВАННЯ І ЇХ ВПЛИВ НА МОДИФІКУВАННЯ ПОВЕРХНІ Чернета О.Г.

### Реферат

Насичення поверхні деталей бором у сучасному виробництві методами хіміко-термічної обробки (ХТО) є поширеним і привабливим кроком при зміцненні металевих виробів. Боридні дифузійні покриття мають високі фізико-механічні характеристики, достатню ступень зносостійкості і мікротвердості. До суттєвих недоліків поверхневого зміцнення технологіями борування є низька пластичність покриттів і висока вартість боровміщуючих компонентів. В світовій практиці широке використання набуває насичення боровміщуючими компонентами поверхні відносно не коштовних доступних матеріалів. В окремих випадках використовуються технологічний процес з попереднім насиченням поверхневого шару бору методами хіміко-термічної обробки (ХТО).

Процес дифузійного борування деталей із сталі 45 здійснюється в печі при температурі 850° С в середовищі боровміщуючих компонентів з витримкою 7 годин до повного остигання. Борована поверхня деталі із сталі 45 має умовно три зони (рис. 1) — зона боридів товщиною 20—25 мкм; перехідна зона товщиною до 80 мкм; зона основного матеріалу. Боридна зона має щільний шар боридів типу FeB, Fe<sub>2</sub>B. Бориди FeB розташовуються у верхній частині покриття, а бориди Fe<sub>2</sub>B в нижній частині. Перехідна зона має складну будову із-за характеру розподілу залишкових напружень, міцності зв'язку боридного шару з основним базовим металом. Отже при виборі сталі і режимів борування необхідно враховувати вплив структури перехідної зони, що напряму пов'язана з здатністю до крихкої руйнації, умов виникнення втомлених тріщин та інш. В структурі боридних покриттів на сталі 45 умовно можна виділити три зони: щільний борований шар з наявністю фаз типу FeB, Fe<sub>2</sub>B, перехідну зону верхня частина якої переважно має бориди правильної геометричної форми, а нижня частина з дефектною структурою боридних включень. Третя зона знаходиться під перехідною і характеризується вихідною перлітоферитною структурою з окремими включеннями — продуктів дифузійного борування.

### Література

1. Корнопольцев В.Н., Гурьев А.М., Лыдгенов Б.Д. Разработка технологий борирования в порошковой среде, содержащей борную кислоту. Обработка металлов. Материаловедение №2(51)2011. С.40–42.
2. Батаев И.А., Курлаев Н.В., Ленинцева О.Г., Бутыленкова О.А., Лосинская А.А. Морфология боридов железа в поверхностном слое, наплавленном электронным лучом. Обработка металлов. Материаловедение №1(54)2012. С.85–90.
3. Иванов С.Г., Дон Яджи, Гурьев А.М. Микроструктура диффузионной зоны стали ст3 после совместного насыщения бором и хромом. Ползуновский альманах № 4, 2016. С. 5–11.
4. Девойно О.Г. Технология формирования износостойких поверхностей лазерным легированием: Минск: УП «Технология», 2001. 180 с.
5. Чернета О.Г., Кубіч В.І., Скорняков Е.С. Аналіз механізмів зміцнення середнеуглецевих сталей. Збірник наукових праць «Перспективні технології та прилади»//м. Луцьк грудень 2017 р. Луцьк: Луцький НТУ, 2017. Випуск 11(2). С. 142–146.
6. Чернета О.Г., Сухомлін В.І., Коробочка О.М. Аналіз трансформацій мікроструктури поверхневого шару із сталі 45 в залежності від технологічних методів обробки. Збірник наукових праць «Перспективні технології та прилади»//м. Луцьк грудень 2017 р.: Луцький НТУ, 2017. Випуск 11(2). С. 147–152.
7. Чернета О.Г., Кубіч В.І., Волощук Р.Г. Поверхневий шар деталей із сталі 45 після борування з наступною лазерною обробкою. Міжнародна науково-технічна конференція «Технології та інфраструктура транспорту», Харків, 14-16 травня 2018 р.: Тези доповідей. С. 20–21.
8. Чернета О.Г., Сасов О.О., Авер'янов В.С. Дослідження поверхневого шару деталі із сталі 45 після комбінованої обробки. Збірник наукових праць ІХ-ої Міжнародної науково-технічної конференції «Прогресивні технології в машинобудуванні». 3-7 лютого 2020. Львів-Плай. С. 159–161.

9. Чернета О.Г., Коробочка О.М., Сухомлін В.І. Дослідження трансформації мікроструктури поверхневого шару після борування сталі 45. Results of modern scientific research and development (4-6 April 2021) Madrid, Spain. Pp.178–184.
10. Cherneta O.G. Features of the structure of the refined surface ball of 45 steel after strengthening by laser boronias fighting/ Proceedings of I International scientific and practical conference (7-8 July 2021). Chicago, USA. Pp. 21–28.

# МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ В СУСПІЛЬНИХ І ГУМАНІТАРНИХ НАУКАХ



DOI: 10.31319/2519-8106.1(46)2022.258455

УДК 330.34

**K. Levchuk**, Ph.D. in Econ. Sc., Associate Professor

**R. Romaniuk**, Ph.D. in Tech. Sc., Associate Professor

Dniprovsk State Technical University, Kamianske

## SUSTAINABLE CITY DEVELOPMENT AS A KEY FACTOR OF COUNTRY ECONOMIC DEVELOPMENT

*The current state of implementation tasks the sustainable development of cities and communities in Ukraine are analyzed. The dynamics of changes in the solvency ratio of the borrower, the number of monuments national importance, and the number of employees engaged in tourism. The state of ensuring timely notification of the population about emergencies and emissions of pollutants into the atmosphere is described.*

**Keywords:** sustainable development, solvency, cultural heritage, air pollution index, maximum allowable concentration.

*Проаналізовано сучасний стан виконання завдань сталого розвитку міст та громад в Україні. Наведено динаміки зміни коефіцієнта платоспроможності позичальника, кількості пам'яток національного значення, кількості працівників, зайнятих туристичною діяльністю. Охарактеризовано стан забезпечення своєчасного оповіщення населення про надзвичайні ситуації та обсяги викидів у атмосферне повітря забруднюючих речовин.*

**Ключові слова:** сталий розвиток, платоспроможність, культурна спадщина, індекс забруднення атмосфери, гранично допустима концентрація.

### Problem statement

In the modern activities of mankind, issues related to various aspects of sustainable urban development are considered as a key factor in the development of modern economy. Sustainable development of cities makes them viable, capable of adaptation, mitigation of adverse effects, to stimulate positive socio-economic and environmental changes. Sustainable development covers all aspects of healthy development the city and should provide solutions to financial, economic, social and environmental problems.

In Europe and Central Asia, urban residents make up more than two-thirds of the total population. Accordingly, the cities of these countries face a wide variety of challenges related to climate change, economic transformation, demographic change, and finding sustainable solutions to these problems is becoming an increasingly important task for governments and city leaders.

The main solution to these problems is to transform large cities into rational and sustainable communities, whose residents will be able to enjoy such benefits as reducing energy costs, improving service quality, reducing waste, creating a more favorable urban environment, creating opportunities for economic activity and development.

### Analysis of recent research and publications

The United Nations Sustainable Urban Development Initiative (SCI) is working to address the challenges of sustainable urban development in Europe and Central Asia (ECA) and to support cities and public programs. The main idea of this initiative is that the cities of the ECA countries can learn a lot from their neighbors — the cities of Western Europe. They can provide practical examples of how policy change and investment can be facilitated. This will allow ECA cities to better prepare for future urban development challenges.

The SCI initiative aims to optimize the solution of economic, financial, social and environmental challenges of cities. Activities within the initiative are carried out in 4 main areas, which together are called “Community for the dissemination of applied knowledge” [1]:

- conducting informational and practical seminars;
- development and implementation of diagnostic tools for specific cities;
- reforms of socio-economic policy and investment strategies;
- organization of project financing, technical assistance, assistance in project implementation.

The sustainable development of cities and communities is one of the global goals of sustainable development (CSD) of the United Nations (UN).

The tasks of sustainable development of cities and communities include ensuring until 2030 [2]:

- access to safe and affordable housing;
- inexpensive and environmentally sustainable transport systems;
- open to all and environmentally sustainable urbanization;
- preservation of world cultural and natural heritage;
- reduction of losses from natural disasters;
- reduction of negative environmental impact of cities;
- providing access to safe and open to all green areas and public places;
- improving the quality of national and regional development planning;
- implementation of an integrated approach to management in cities and towns;
- assisting the least developed countries in building sustainable and durable buildings.

Ukraine, like other UN member states, has joined the global process of sustainable development. During 2016—2017, a large-scale process of adapting the CSB to the Ukrainian context continued.

Quality monitoring and evaluation is necessary to achieve the CSD as an integral part of building a civilized and democratic society, planning development and making managerial decisions. The analysis of the CSB data allows identifying current problems in a timely manner, to determine the priority (priority) of solving economic and social policy problems.

Issues and strategies of sustainable development of enterprises, cities and communities are covered in many works (for example, [3—6]), in particular in [5] it is established that the problem of sustainable development of industrial enterprises must be addressed taking into account biological, geographical, economic and social facilities of a particular country, as well as a set of factors and environmental conditions. The article [6] analyzes the national specifics of state organizational and legal regulation of planning and development of urban areas and their compliance with the main provisions of the concept of sustainable development.

#### **Purpose statement**

The aim of the work is a comparative analysis of the implementation of sustainable development of cities and communities (target number 11) in Ukraine as of 2019 and provides proposals to ensure the achievement of objectives.

#### **Statement of basic materials**

Let's analyze the state of solving the problems of sustainable development of cities and communities in Ukraine for the period 2015—2019.

Ensuring the availability of housing. In Fig. 1 shows the change in the year of the borrower's solvency ratio (RTI), i.e. the ratio of monthly expenses of the borrower and his family members to service the debt on a soft mortgage loan obtained from the state or local budget, and total monthly income.

The reduction of the RTI coefficient from 0,36 in 2015 to 0,19 in 2019 was achieved due to the Government's improvement of the procedure for citizen participation in the program to provide the population with affordable housing. It should be noted that currently programs to provide affordable housing for various categories of citizens cover 100 % of the regions of Ukraine [7].

Special attention is paid to mortgage lending to ensure the affordability of housing. In 2022, the mortgage rate in Ukraine will be 7 %. For comparison, in Fig. 2 shows the lowest average mortgage interest rates in Europe in 2022. The highest interest rates are in Andorra and Bulgaria (4,5 %), Croatia (5 %), Norway and Hungary (6 %), Macedonia (7,5 %), Bosnia and Herzegovina (8 %).

Thus, to address the issue of housing affordability in Ukraine by 2030, there is a further reduction in the borrower's solvency ratio, for example, by reducing interest rates on mortgage lending.

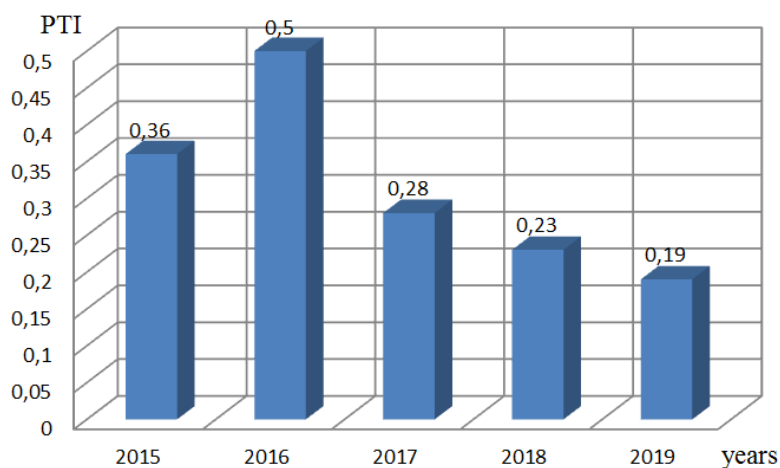
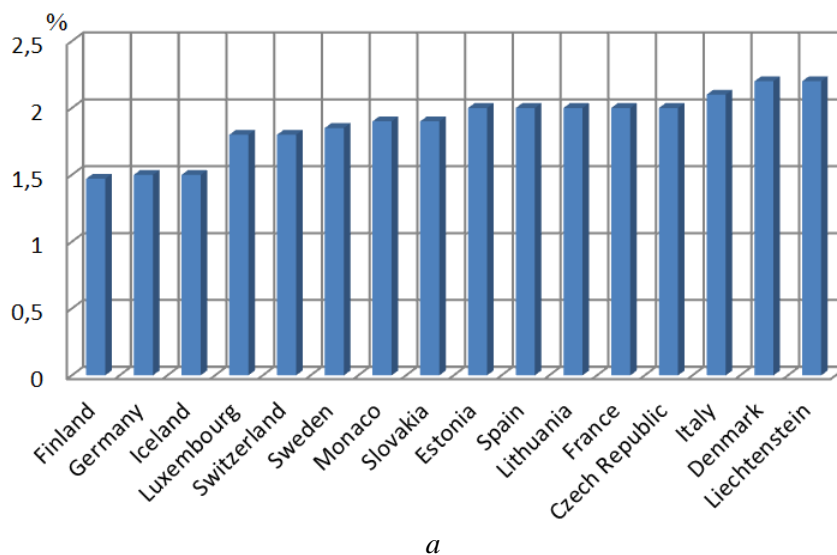
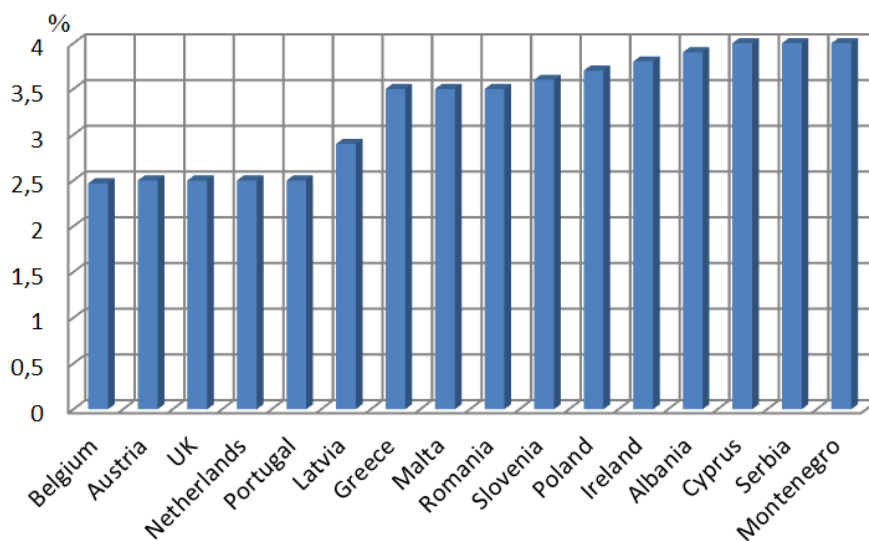


Fig. 1. Change in the solvency ratio of the borrower in Ukraine over the years



a



b

Fig. 2. Lowest interest rates (average values) on mortgage lending in European countries in 2022

Ensuring the development of settlements and territories exclusively on the basis of integrated planning and management with public participation. In Ukraine, during the implementation of decentralization reform, it was possible to achieve 100 % approval and implementation by all 25 regions of regional development strategies developed with public participation. It should be noted that the availability of regional development strategies and action plans for their implementation is a necessary condition for the regions to receive funds from the state fund for regional development.

Ensuring the preservation of cultural and natural heritage with the involvement of the private sector. The number of monuments of national importance included in the State Register of Immovable Monuments of Ukraine for 2015—2019, and the dynamics of changes in the area of the nature reserve fund of national importance for the same period are shown in Fig. 3 and 4 [7].

As follows from Fig. 3, there is an increase in the number of monuments of national importance included in the State Register of Immovable Monuments of Ukraine to 992 in 2019. This was due to a change in approaches to understanding the cultural heritage of the state as a whole, and reforming the accounting of immovable cultural heritage has made it possible to digitize standardized processes of accounting for cultural heritage.

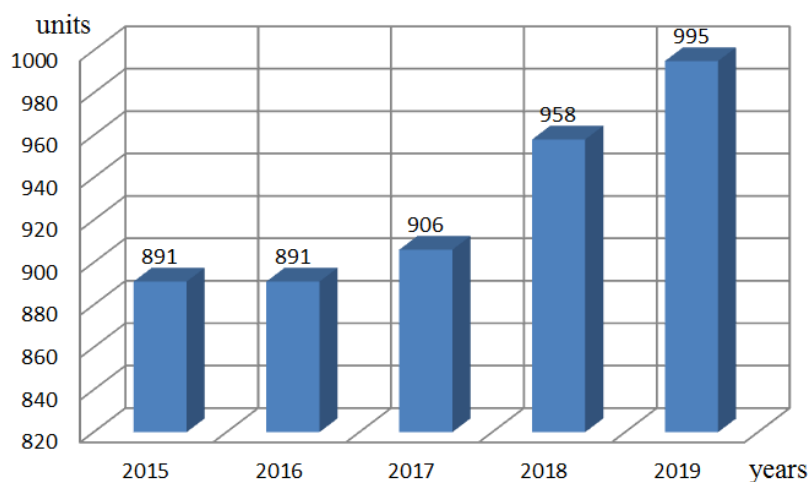


Fig. 3. Number of monuments of national importance included in the State Register of Immovable Monuments of Ukraine for 2015—2019

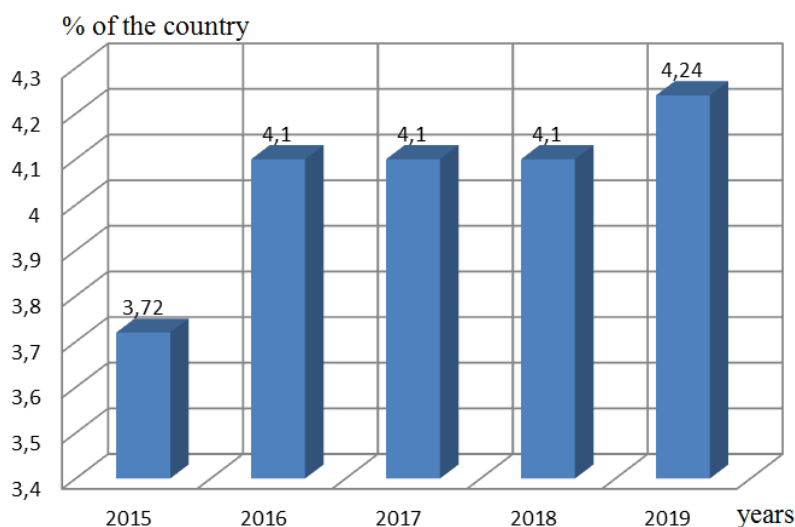


Fig. 4. Dynamics of change in the area of the nature reserve fund of national importance in Ukraine in % of the country's territory for 2015—2019

The increase in the area of the nature reserve fund of Ukraine to 4,24 % of the country's territory in 2019 (Fig. 4) became possible due to the implementation of a number of regulations on the creation and expansion of territories and objects of the nature reserve fund of national importance, increased the area of the nature reserve fund of Ukraine by more than 80,000 hectares, part of which is a UNESCO World Heritage Site [7].

The number of cultural and natural heritage sites in Ukraine for 2021, which are included in the UNESCO World Heritage List, is 7 (6 cultural and 1 natural), including:

- St. Sophia Cathedral and adjacent monastic buildings, Kyiv-Pechersk Lavra (Kyiv);
- ensemble of the historical center of Lviv;
- Struve geodetic arc;
- primitive beech forests of the Carpathians and other regions of Europe (natural);
- residence of the metropolitans of Bukovina and Dalmatia;
- wooden churches of the Carpathian region in Poland and Ukraine;
- ancient city of Chersonesos Tavria and its choir.

For comparison, in Fig. 5 shows the countries with the largest number of UNESCO World Heritage Sites in 2021. The total number of UNESCO World Heritage Sites as of 2021 is 1,154, of which 897 are cultural, 218 natural and 39 mixed in 167 member countries of the UNESCO Convention Concerning the Protection of the World Cultural and Natural Heritage.

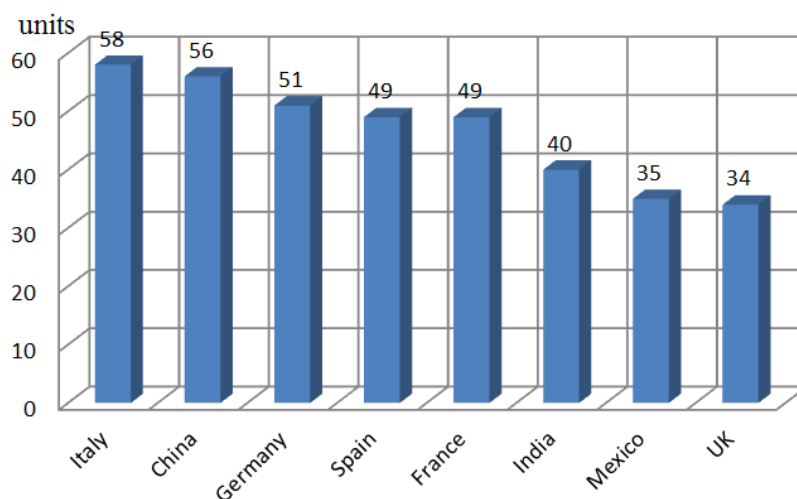


Fig. 5. Countries with the largest number of UNESCO World Heritage Sites

Therefore, further work to increase the number of monuments of national importance included in the State Register of Immovable Monuments of Ukraine, the area of the nature reserve fund of national importance and cultural and natural heritage sites that may be included in the UNESCO World Heritage List, is necessary for the sustainable development of cities and communities in Ukraine. In particular, it will ensure the implementation of local development strategies aimed at economic growth, job creation, tourism development, recreation, local culture and local production.

In fig. 6 shows the dynamics of increasing the number of employees engaged in tourism activities in Ukraine since 2015. The increase in the number of employees in tourism in Ukraine is due to the implementation of the Strategy for Tourism and Resorts until 2026, as well as an increase in the number of monuments of national importance, the area of nature reserves and the presence of 7 cultural and natural heritage sites included to the UNESCO World Heritage List [7].

In order to achieve sustainable development of cities and communities, it is important to ensure timely notification of emergencies of natural, man-made, social and military nature [8, 9], as well as satisfactory condition (with minimal emissions) of ambient air.

There is a positive trend in the implementation of these issues. Thus, the level of implementation (creation, modernization, improvement) of local automated centralized alert systems in 2019 reached

0,2 %. Emissions of pollutants into the air also decreased compared to 2015 to 86,1 %, although the number of cities increased to 36, where the average annual concentrations of major pollutants in the air exceed the average daily maximum permissible concentrations (MPC).

In Fig. 7 provides information on the excess of average annual concentrations of major pollutants in the air in the cities of Ukraine in 2019 [7].

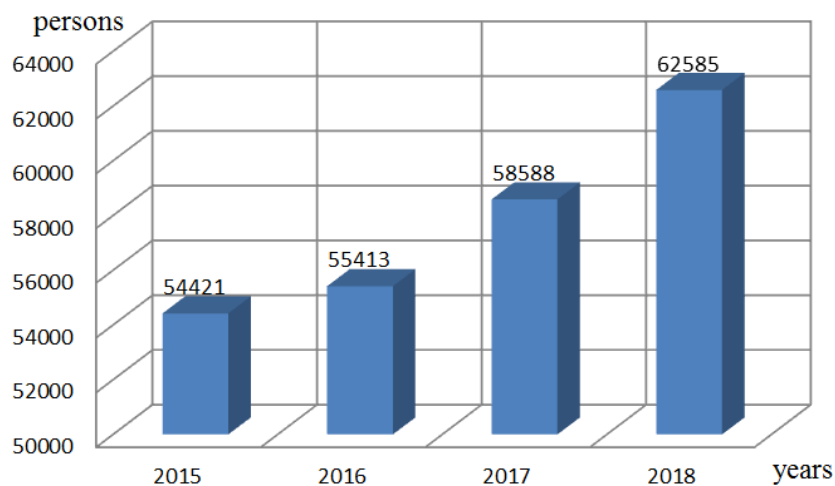


Fig. 6. The dynamics of increasing the number of employees engaged in tourism in Ukraine

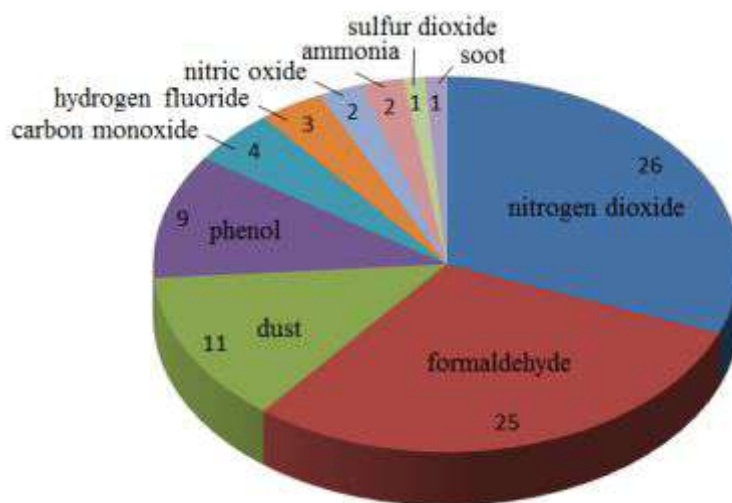


Fig. 7. Information on the number of cities in Ukraine in which the average annual concentrations of pollutants in the air exceed the average daily MPC (as of 2019)

The most polluted cities in Ukraine are Mariupol, Dnipro, Odessa and Kamianske (Dnipropetrovsk region). In Fig. 8 shows the values of air quality indices (AQI) of these and other most polluted cities of Ukraine in 2019 [10].

It should be noted that the AQI is calculated for the five substances with the highest normalized MPC, taking into account their hazard class. To assess the level of air pollution, there are 4 levels of AQI:

- low, with AQI less than 5,0;
- increased, with AQI from 5,0 to 7,0;
- high, with AQI from 7,0 to 14,0;
- very high, at AQI from 14,0 and above.



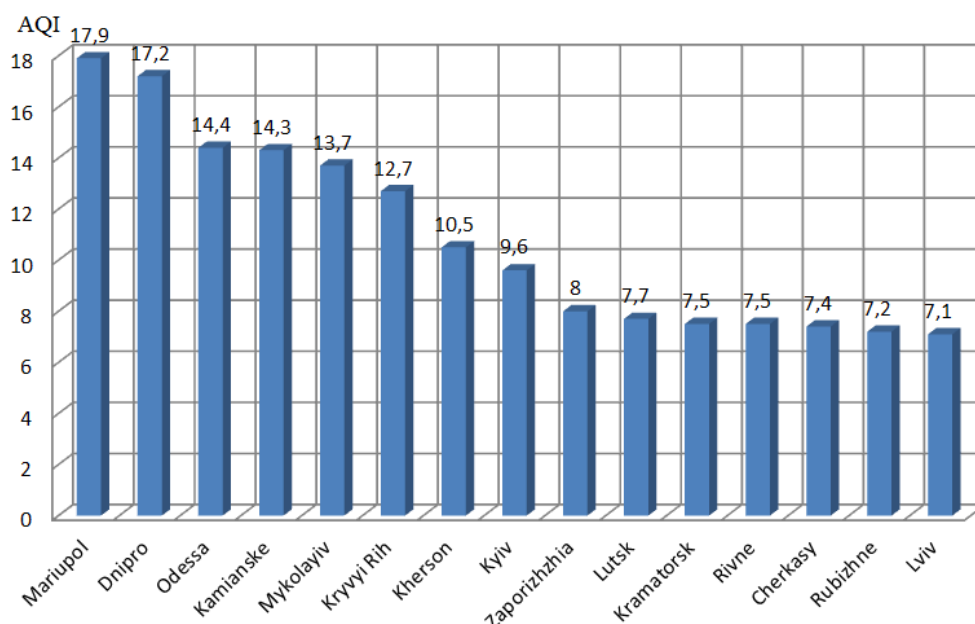


Fig. 8. Values of air quality indices (AQI) in the most polluted cities of Ukraine (as of 2019)

Thus, the cities of Mariupol, Dnipro, Odessa and Kamianske have a very high level of AQI, and others, shown in Fig. 8, — high. The lowest indicators of AQI from all cities of Ukraine, where hydro-meteorological organizations conduct observations, are observed in Izmail (2,7), Svitlovodsk (2,6) and Horishni Plavny (1,2).

The total level of air pollution in Ukraine in 2019 is high (ISA is 8,2). Compared to 2018, it increased slightly from 7,6 due to the increase in the average annual content of formaldehyde [10].

The main reason for the negative dynamics of air pollution is the increase in anthropogenic impact on the environment. The biggest air pollutants are thermal power plants, metallurgical and chemical enterprises (emissions of sulfur, carbon and nitrogen compounds), road transport (emissions of carbon monoxide, nitrogen dioxide, lead, toxic hydrocarbons).

#### Conclusion

From the review we can identify the main trends in ensuring further achievement of the goals of sustainable development of cities and communities in Ukraine.

1. Mandatory monitoring, analysis of results and evaluation of the effectiveness of work performed on the issues.

2. Maintaining positive trends in the short and long term in terms of housing affordability, preservation of cultural and natural heritage, public safety, reducing the negative impact of pollutants, etc. and planning further measures leading to sustainable development of cities and communities.

3. Raising the level of education and awareness of the population by proving greening plans, explaining its positive aspects, educating the desire to change consumer behavior. To develop effective educational programs and conduct activities in environmental education, it is necessary to pay special attention to 3 areas of environmental education:

- understanding of the Earth's ecosystem and understanding of natural processes (for example, the impact of carbon dioxide on Earth's climate change);
- knowledge in the field of nature management and environmental protection (for example, reduction of household waste);
- understanding of resource conservation processes, i.e. knowledge of the effectiveness of different behaviors in terms of energy savings or emission reductions.

4. Promoting the socio-economic development of territories as a result of interaction of representatives of international organizations with the population by choosing the best environmental practices involving local communities in decision-making, preserving cultural heritage, improving human health and safety, creating new jobs and stimulating local economy.

### References

- [1] Sustainable Cities Initiative. (n.d.). *www.worldbank.org*. Retrieved from <https://www.worldbank.org/en/region/eca/brief/sustainable-cities-initiative>.
- [2] Tsili staloho rozvytku ta Ukraina [Sustainable Development Goals and Ukraine]. (n.d.). *www.kmu.gov.ua*. Retrieved from <https://www.kmu.gov.ua/diyalnist/cili-stalogo-rozvitku-ta-ukrayina> [In Ukrainian].
- [3] Heiets, V.M., Aleksandrova, V.P., Artomova, T.I., Bazhal, Yu.M., Baranovskyi, O.I. (2003). *Ekonomika Ukrainy: stratehiia i polityka dovhostrokovoho rozvytku [Economy of Ukraine: strategy and policy of long-term development]*. Kyiv: Instytut ekonomichnoho prohnozuvannia NAN Ukrainy; Feniks [In Ukrainian].
- [4] Androshchuk, H.O., Zhyliayev, I.B., Chyzhevskyi, B.H., Shevchenko, M.M. (2009). *Stratehiia innovatsiinoho rozvytku Ukrainy na 2010-2020 roky v umovakh hlobalizatsiinykh vyklykiv [Strategy of innovative development of Ukraine for 2010-2020 in the context of globalization challenges]*. Kyiv: Parlamentske vydavnytstvo [In Ukrainian].
- [5] Verhun, A.M., Tarasenko, I.O. (2014). Kontsepsiia staloho rozvytku v umovakh hlobalizatsii [The concept of sustainable development in the context of globalization]. *Visnyk KNUVD*, (2(76)), 207-218 [In Ukrainian].
- [6] Illiashenko, K.V. (2009). Stalyi rozvytok mista yak rezultat sotsialnoho partnerstva derzhavy, biznesu ta hromady [Sustainable development of the city as a result of social partnership of the state, business and community]. *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu*, (6), (Vols. 1), 238-242 [In Ukrainian].
- [7] Dobrovilnyi natsionalnyi ohliad shchodo Tsilei staloho rozvytku v Ukraini [Voluntary National Review of the Sustainable Development Goals in Ukraine]. (n.d.). *www.me.gov.ua*. Retrieved from <https://www.me.gov.ua/Documents/Detail?lang=uk-UA&id=a0fc2a99-ada3-4a6d-b65b-cb542c3d5b77&title> [In Ukrainian].
- [8] Levchuk, K.O., Romaniuk, R.Ya. (2018). Stan pytannia pro planuvannia zakhodiv tsyvilnoho zakhystu v Ukraini [The state of the issue of planning civil protection measures in Ukraine]. *Zb. nauk. prats Dniprovskoho derzhavnogo tekhnichnoho universytetu (tekhnichni nauky)*, (2(33)), 106-112 [In Ukrainian].
- [9] Levchuk, K.O., Romaniuk, R.Ya. (2019). Metodyka planuvannia zakhodiv tsyvilnoho zakhystu na po-tentsiino nebezpechnykh ob'ektakh [Methods of planning civil protection measures at potentially dangerous sites]. *Zb. nauk. prats Dniprovskoho derzhavnogo tekhnichnoho universytetu (tekhnichni nauky)*, (1(34)), 146-150 [In Ukrainian].
- [10] *Ohliad stanu zabrudnennia navkolyshnoho pryrodnoho seredovyshcha na terytorii Ukrainy za danymi sposterezhen hidrometeorolohichnykh orhanizatsii u 2019 rotsi [Review of the state of environmental pollution in Ukraine according to the observations of hydrometeorological organizations in 2019]*. (2020). Kyiv: Tsentralna heofizychna observatoriia imeni Borysa Sreznevskoho [In Ukrainian].

### СТАЛИЙ РОЗВИТОК МІСТА ЯК КЛЮЧОВИЙ ФАКТОР РОЗВИТКУ ЕКОНОМІКИ КРАЇНИ

Левчук К.О., Романюк Р.Я.

#### Реферат

У сучасній діяльності людства питання, пов'язані з різними аспектами сталого розвитку міст, розглядаються як ключовий фактор розвитку сучасної економіки. Сталий розвиток міст робить їх життєстійкими, здатними до адаптацій, пом'якшення несприятливих впливів, до стимулювання позитивних соціально-економічних та екологічних змін. Сталий розвиток охоплює

всі аспекти здорового розвитку міста та має забезпечувати вирішення фінансово-економічних, соціальних та екологічних проблем.

До завдань сталого розвитку міст та спільнот відносяться забезпечення до 2030 року: доступу до безпечного та недорогого житла, недорогих та екологічно сталих транспортних систем, відкритої для всіх та екологічно сталої урбанізації, збереження всесвітньої культурної та природної спадщини, зменшення збитків від природних лих, зменшення негативного екологічного впливу міст, забезпечення доступу до безпечних та відкритих для всіх зелених зон та громадських місць, підвищення якості планування національного та регіонального розвитку, здійснення комплексного підходу управління в містах та населених пунктах, сприяння найменш розвиненим країнам у будівництві стійких та міцних будівель.

Проведено аналіз вирішення завдань сталого розвитку міст і громад в Україні за період 2015—2019 рр. З проведеного огляду можна виділити основні тенденції щодо забезпечення подальшого досягнення поставлених цілей сталого розвитку міст та громад в Україні.

Основними з них є:

- обов'язковий моніторинг, аналіз результатів та оцінка ефективності виконаної роботи з поставлених питань;
- збереження позитивних тенденцій у короткостроковій та довгостроковій перспективах у питаннях забезпечення доступності житла, збереження культурної та природної спадщини, безпеки населення, зниження негативного впливу забруднюючих речовин тощо та планування подальших заходів, що ведуть до сталого розвитку міст та громад;
- підвищення рівня освіти та поінформованості населення шляхом обґрунтування планів екологізації, роз'яснення її позитивних сторін, виховання прагнення змінити споживчу поведінку;
- сприяння соціально-економічному розвитку територій у результаті взаємодії представників міжнародних організацій з населенням шляхом вибору кращих варіантів екологічних практик із залученням місцевих спільнот у процес прийняття рішень, збереження культурної спадщини, покращення здоров'я та безпеки людей, створення нових робочих місць та стимулювання місцевої економіки.

### Література

1. Sustainable Cities Initiative : веб-сайт. URL: <https://www.worldbank.org/en/region/eca/brief/sustainable-cities-initiative> (дата звернення: 29.01.2022).
2. Цілі сталого розвитку та Україна : веб-сайт. URL: <https://www.kmu.gov.ua/diyalnist/cili-stalogo-rozvitku-ta-ukrayina> (дата звернення: 29.01.2022).
3. Геєць В. М., Александрова В. П., Артёмова Т. І., Бажал Ю. М., Барановський О. І. Економіка України : стратегія і політика довгострокового розвитку. Київ : Інститут економічного прогнозування НАН України; Фенікс, 2003. 1008 с.
4. Андрощук Г. О., Жилияєв І. Б., Чижевський Б. Г., Шевченко М. М. Стратегія інноваційного розвитку України на 2010-2020 роки в умовах глобалізаційних викликів. Київ : Парламентське вид-во, 2009. 632 с.
5. Вергун А. М., Тарасенко І. О. Концепція сталого розвитку в умовах глобалізації. *Вісник КНУТД*. 2014. № 2 (76). С. 207–218.
6. Ілляшенко К. В. Сталій розвиток міста як результат соціального партнерства держави, бізнесу та громади. *Вісник Хмельницького національного університету*. 2009. № 6, т. 3. С. 238–242.
7. Добровільний національний огляд щодо Цілей сталого розвитку в Україні : веб-сайт. URL: <https://www.me.gov.ua/Documents/Detail?lang=uk-UA&id=a0fc2a99-ada3-4a6d-b65b-cb542c3d5b77&title> (дата звернення: 29.01.2022).
8. Левчук К. О., Романюк Р. Я. Стан питання про планування заходів цивільного захисту в Україні. *Зб. наук. праць Дніпровського державного технічного університету (технічні науки)*. 2018. Вип. 2 (33). С. 106–112.

9. Левчук К. О., Романюк Р. Я. Методика планування заходів цивільного захисту на потенційно небезпечних об'єктах. *Зб. наук. праць Дніпровського державного технічного університету (технічні науки)*. 2019. Вип. 1 (34). С. 146–150.
10. Огляд стану забруднення навколишнього природного середовища на території України за даними спостережень гідрометеорологічних організацій у 2019 році. Київ : Центральна геофізична обсерваторія імені Бориса Срезневського. 2020. 44 с.

DOI: 10.31319/2519-8106.1(46)2022.258458

UDC 004.021, 796: 616-072.7

**A. Trikilo**, candidate of technical sciences, 3kilo@i.ua

**V. Bagriy**, candidate of technical sciences, vvbagriy@ukr.net

**O. Gulesha**, candidate of pedagogical sciences, E.gulesha@gmail.com

**R. Voloshin**, senior lecturer, volosinruslan4276@gmail.com

Dniprovsky State Technical University, Kamianske

## MATHEMATICAL MODELING AND ANALYSIS OF HUMAN CARDIOVASCULAR SYSTEM INDICATORS

*Cardiovascular diseases are a group of diseases of heart and blood vessels. The causes of cardiovascular disease are disorders of heart and blood vessels. Examples of such diseases are: ischemic heart disease (heart attack), cerebrovascular disease (blood stroke), high blood pressure (hypertension), peripheral arterial disease, rheumatic heart disease, congenital heart disease and heart failure. It is the leading cause of death worldwide: no other disease causes so many deaths every year. It is estimated that 17.3 million people died of cardiovascular disease in 2021; it represents 30 % of all global deaths. Of these deaths, it is estimated that 7.3 million were due to coronary heart disease and 6.2 million were due to stroke. More than 75 % of cardiovascular deaths occur in countries with low — and middle — living standards, almost equally among men and women. Modern medicine assures that 80 % of premature heart attacks and strokes can be prevented, this is due to the timely prevention of onset of the disease.*

**Keywords:** cardiovascular diseases, telemedicine systems, physical condition monitoring, systolic blood pressure, adaptive potential of cardiovascular system.

*Серцево-судинні захворювання — це група захворювань серця і кровоносних судин. Причинами серцево-судинних захворювань є порушення діяльності системи серця і кровоносних судин. Прикладами таких захворювань є: ішемічна хвороба серця (інфаркти), цереброваскулярна хвороба (інсульт), підвищений кров'яний тиск (гіпертонія), хвороба периферичних артерій, ревматичний порок серця, вроджений порок серця і серцева недостатність. Це провідна причина смерті в усьому світі: не від якої іншої причини щорічно не помирає стільки людей. За підрахунками, в 2021 році від серцево-судинних захворювань померло 17,3 мільйона чоловік — це становило 30 % всіх глобальних випадків смерті. З цих випадків смерті, за оцінками, 7,3 мільйона випадків сталося в результаті ішемічної хвороби серця, а 6,2 мільйони — від інсульту. Більше 75 % випадків смерті від серцево-судинних захворювань трапляються в країнах з низьким і середнім рівнем достатку, майже в рівній мірі як серед чоловіків та жінок. Сучасна медицина запевняє, що 80 % передчасних інфарктів та інсультів можуть бути попереджені, це пов'язано з своєчасним попередженням початку захворювання.*

**Ключові слова:** серцево-судинні захворювання, телемедичні системи, моніторинг фізичного стану, систолічний артеріальний тиск, адаптаційний потенціал серцево-судинної системи.

### Problem's Formulation

Cardiovascular diseases (CVD) are a group of diseases of heart and blood vessels. The causes of cardiovascular disease are disorders of heart and blood vessels. Examples of such diseases are ischemic heart disease (heart attack), cerebrovascular disease (blood stroke), high blood pressure (hypertension), peripheral arterial disease, rheumatic heart disease, congenital heart disease and heart failure.

### Analysis of recent research and publications

As we have said before, cardiovascular diseases are the leading causes of death worldwide. It is estimated that 17.3 million people died of cardiovascular disease in 2021, it represents 30 % of all global deaths. Of these deaths, it is estimated that 7.3 million were due to coronary heart disease and 6.2 million were due to stroke. More than 75 % of cardiovascular deaths (CVD) occur in low- and middle-life countries, with almost the same rate for men and women [1]. Modern medicine assures that 80 % of premature heart attacks and strokes can be prevented. This is due to the timely prevention of the onset of the disease.

The latest IT technologies of artificial intelligence are already changing medicine. The digitization of healthcare is no longer limited to the introduction of electronic medical records and remote consultations. A telemedicine system is being developed which, using only a smartphone with applications and a pocket sensor, allows for real-time monitoring of the cardiovascular system and broadcasting its results on a smartphone screen and a family doctor's monitor for promptly receiving of urgent advice. These methods are increasingly used in Ukraine. Due to this the analysis of the main characteristics of the human cardiovascular system (CVD) is of great interest. These technologies must be implemented into modern medicine even more.

#### Formulation of the study purpose

The main objective of the scientific work is to develop a mathematical model and to analyze values indicating problems with the cardiovascular system of a person (patient).

#### Presenting main material

In the research the authors studied the main indicators of the human cardiovascular system (general and peripheral bleeding resistance, physical status and adaptive capacity index), which can be identified by relatively sustainable indicators, such as a person's age, body length and weight. In addition to that, we should note that the cardiovascular system variables are: heart rate, systolic and diastolic blood pressure. Analysis of Cardiovascular Adaptive Capacity Index (ACI) (by Bayevskiy R.M. et al., 1987), Physical Condition Index (PCI) (by Pirogova E.A. et al., 1986), and general peripheral blood flow resistance (PBFR). These main indexes allowed to research the peculiarities of the influence of physical human indicators (age, body length and weight), and geodynamic parameters of the cardiovascular system (heart rate, systolic and diastolic blood pressure). To achieve and implement the task an analysis of the human cardiovascular system, given in modern scientific literature [2, 3], was performed.

What does it take to quickly determine the state of the human cardiovascular system? To do this, the physical characteristics of the person, which change slowly over time, were taken. They are: person's age, body length, weight and functional parameters that change through the environment, stress, intense monotonous physical and mental work and emotional workload. These values are measured in non-invasive ways: systolic blood pressure, diastolic blood pressure and heart rate.

Due to the analysis of modern scientific literature we can see several calculation methods for determining the parameter of the cardiovascular system: Cardiovascular Adaptive Capacity Index of the system — ACI and health rate or a functional changes index — FCI, that can be found calculated the equation by Bayevskiy R.M., 1987 [4, 5, 6]:

$$ACI = 0,011 \times HR + 0,014 \times (SBP + E) + 0,008 \times (W - H) - 0,27 \quad (1)$$

Physical Condition Index (PCI) — from the equation by Pirogova E.A. [4, 5, 6]:

$$PCI = \left[ \frac{700 - 3 \times HR - 2,5 \times \frac{(SBP + 2 * DBP)}{3} - 2,7 \times E + 0,28 \times W}{(350 - 2,6 \times E + 0,21 \times H)} \right] \quad (2)$$

and general peripheral blood flow resistance (PBFR), the equation obtained by us from the formulas given in the researches [7, 8]

$$PBFR = \left[ \frac{(2 * DBP + SBP) \times 1,45 \times 10^5}{HR \times (2,671 \times H + W - 3,022 \times E - 4,632 \times DBP + 2,294 \times SBP - 98,009)} \right] \quad (3)$$

ACI — adaptive potential of the cardiovascular system;

PCI — indicator of equal physical state;

PBFR — global peripheral baseline for blood flow, dyn/s/cm-0.5;

HR — heart rate, beats/hv;

SBP — systolic arterial pressure, mm Hg;

DBP — diastolic arterial pressure, mm Hg. Art.;

E — age of people, rock

W — body weight of people, kg;

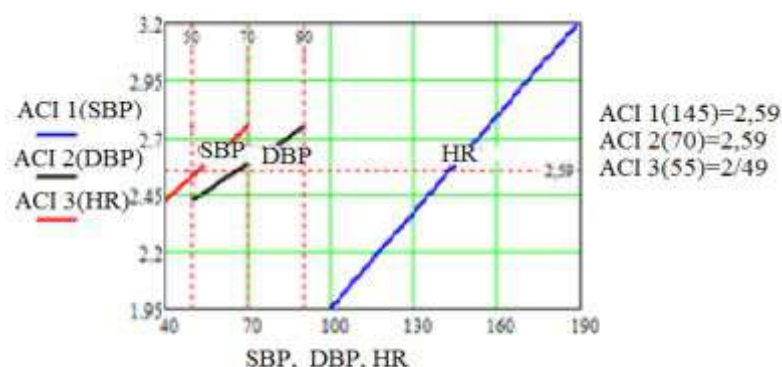
H — dozhina body, people, sm.

After analyzing formulas (1, 2, 3) using SBP, DBP and HR we take a middle-aged man, medium build (age 40, 75kg., 175cm). Monitoring has been implemented during two years. During the whole period 835 measurements of the main statistical parameter values were carried out. The measurements are shown in Tabl. 1

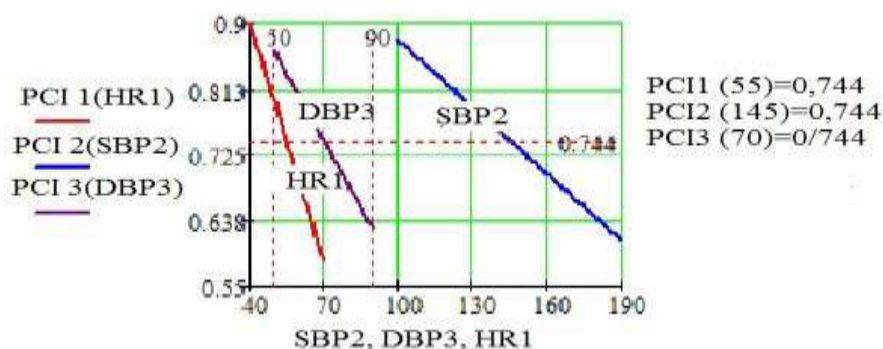
Table 1. Main statical indicators SBP, DBP, HR, ACI, PCI, PBFR

Indicators	Minimum	Average	Maximum	Standard deviation
SBP	100	145	190	16,5
DBP	50	70	90	7,5
HR	40	55	70	5,1
ACI	1,63	2,59	3,54	0,3
	satisfactory	satisfactory	very intense	
PCI	1,06	0,61	0,17	0,12
	high	below average	very low	
PBFR	1793	1798	1778	0,34

Cardiovascular effects were analyzed from the equations (1, 2, 3), using the indicators shown in the Tabl. 1. Using these indicators we have produced graphs of SBP, DBP, age, and weight and body length. Graphs were produced separately for each factor of ACI (Graph 1), PCI (Graph 2) and PBFR (Graph 3). We should note that other factors were at their averages (Tabl. 1).



Graph 1. Adaptive Capacity Index (ACI) dependence on SBP, DBP, HR, age, weight and body length



Graph 2. Physical Condition Index (PCI) dependence on SBP, DBP, HR, age, weight and body length



Graph 3. General peripheral blood flow resistance (PBFR) dependence on SBP, DBP, HR, age, weight and body length

**With variable:** heart rate — HR=40...70 bpm; systolic blood pressure — SBP=100...190 mm Hg.; diastolic blood pressure — DBP=50...90 mm Hg.

**With constant:** age=40 years; weight=75 kg.; body length=175 cm.

For further analysis the influence of cardiovascular hemodynamics indicators (SBP, DBP, HR, age, weight, body length) at Adaptive Capacity Index (ACI), Physical Condition Index (PCI) General peripheral blood flow resistance (PBFR) in the range of indicators (SBP, DBP, HR) was taken. It is presented in table 1, with indicator values (age, weight, body length).

Impact analysis of increasing age, weight and body length from the equations (1, 2, 3), was conducted in the range of average human values: body length — from 150 to 190 cm., weight — from 50 to 150 kg. and age — from 40 to 60 years. ACI, PCI and PBFR dependences on SBP, DBP, HR, age, weight and body length are represented on graphs (Graph 1, 2, 3). As shown in the graphs increase of HR, DBP, SBP, age and weight had resulted in increasing of ACI, but body length is decreasing it. Increase of weight had resulted in increasing of ACI and PCI. Increasing of body length leads to decrease of all three indicators (ACI, PCI, PBFR). Increasing HR, DBP, SBP leads to decrease of PBFR. PBFR increases with body length and age. The results are presented in Tabl. 2.

Table 2. ACI, PCI and PBFR dependences on SBP, DBP, HR, age, weight and body length

Indicators	SBP	DBP	HR	age	weight	body length
ACI	+	+	+	+	+	-
PCI	-	-	-	-	+	-
PBFR	-	+	-	+	-	-

In tabl. 2 increasing of ACI, PCI and PBFR is marked with the sign «+», decreasing is marked with «-» under conditions of SBP, DBP, HR, age, weight and body length increase. Impact analysis of SBP, DBP, HR, age, weight and body length on ACI, PCI and PBFR quantitatively reflects the level of the functional state of the body and its systems. It allows you to draw conclusions about state of human to improve his cardiovascular system.

### Conclusions

During the study of the dependence of the adaptive potential of cardiovascular system of the human body (ACI), the indicator of the level of physical condition (PCI) and the total peripheral resistance of blood flow (PBFR) on heart rate (HR), systolic and diastolic blood pressure (SBP, DBP), age, weight and length of the human body, the connected graphs were constructed that clearly display their influence in magnitude and behind the sign of influence.

Authors reported that the same hemodynamic indicators of cardiovascular system (HR, SBR, DBR) have the opposite effect on the functional state of the body and its systems.



## References

- [1] Ruban L.A. (2016) *Antropometrichni ta funkcional'ni metodi diagnostiki stanu zdorov'ya [Anthropometric and functional methods of diagnostics will become healthy]*. Kharkov, Ukraine: HDAFK, 128 p. [in Ukrainian].
- [2] Dubchik O.V. (2012) *Ocinka fizichnogo stanu studentiv grupi fizichnoї rehabilitacii vishchih navchal'nih zakladiv [Evaluation of the physical status of students in the group of physical rehabilitation of the main initial pledges]* Kyiv, Ukraine: *Fizichne viovannya, sport i kul'tura zdorov'ya u suchasnomu suspil'stvi – Physical education, sport and culture of health in modern life*, № 4, P. 364–368 [in Ukrainian].
- [3] Baevskij R.M. (1989) *Ocenka i klassifikaciya urovnej zdorov'ya s točki zreniya teorii adaptacii [Assessment and classification of health levels in terms of adaptation theory]* Moscow, Russia: *Vestnik RAMN – Herald of RAMS*, №8. P. 73–78. [in Russian].
- [4] Baevskij R.M. (1997) *Ocenka adaptacionnyh vozmozhnostej organizma i risk razvitiya zabolevanij [Assessment of the adaptive capabilities of the body and the risk of developing diseases]*. Moscow, Russia: *Medicina*, 235 p. [in Russian].
- [5] Zemlyanskaya N.A., YAshchenko S.G. (2011) *Adaptacionnyj potencial i ego korrekciya u bol'nyh gipertonicheskoj bolezni na etape sanatorno- kurortnoj rehabilitacii [Adaptive potential and its correction in patients with hypertension at the stage of sanatorium-resort rehabilitation]* Simferopol' Ukraine: *Krymskij gosudarstvennyj medicinskij universitet im. S.I. Georgievskogo, g. Simfiropol': Ukrains'kij medicnij al'manah – Crimean State Medical University. S.I. Georgievsky, Simfiropol: Ukrainian Medical Almanac*, T 14, №4. P. 49–52. [in Ukrainian].
- [6] Morman D. (2000) *Fiziologiya serdechno-sosudistoj sistemy [Physiology of the cardiovascular system]* Saint Petersburg, Russia: «Piter», 256 p. [in Russian].
- [7] Savickij, N.N. (1974) *Biofizicheskie osnovy krovoobrashcheniya i klinicheskie metody izucheniya gemodinamiki [Biophysical bases of blood circulation and clinical methods for studying hemodynamics]*. Moscow, Russia: *Medicina*, 311 p. [in Russian].
- [8] Kornac'kij V.M. (2006) *Problemi zdorov'ya suspil'stva ta prodovzhennya zhittya [Problems of health and wellness and life]*. Kiïv: Ukraine, Institut kardiologii im. M. D. Strazheska, 46 p. [in Ukrainian].
- [9] Vorob'ev L.V. (2017) *Analiz EKG zdorovogo cheloveka [Analysis of the ECG of a healthy person]*. Kremenčug: Ukraine, 102 p. [in Ukrainian].
- [10] Murashko V.V., Strutinskij A.V. (1991) *Elektrokardiografiya [Electrocardiography]*. Moscow, Russia: *Medicina*, 288 p. [in Russian].
- [11] Kipenskij A.V., SHamardina V.N., Dejneko D.M. (2002) *Elektrokardiografiya [Electrocardiography]* Kharkov, Ukraine: *Uchebno-metodicheskoe posobie, NTU «HPI»*, 52 p. [in Ukrainian].
- [12] Orlov V.N. (1997) *Rukovodstvo po elektrokardiografii [Guide to Electrocardiography]*. Moscow, Russia: *OOO «Medicinskoe informacionnoe agentstvo»*, 528 p. [in Russian].
- [13] Kalinichenko A.N., Goncharenko YU.I., Rodin A.I. (2002) *Analiz spektral'nyh parametrov variabel'nosti serdechnogo ritma v real'nom masshtabe vremeni. Biotekhnicheskie sistemy v medicine i biologii [Analysis of the spectral parameters of heart rate variability in real time. Biotechnical systems in medicine and biology]*. Saint Petersburg, Russia: *Politekhnik*, 238 p. [in Russian].
- [14] Ivanov G.G. (2008) *Novye metody analiza elektrokardiogrammy [New methods of electrocardiogram analysis]*. Moscow, Russia: *Funkcional'naya diagnostika*, 260 p. [in Russian].
- [15] Omel'chenko V.A. (1983) *Osnovy spektral'noj teorii razpoznavaniya signalov [Fundamentals of the spectral theory of signal recognition]*. Kyiv, Ukraine: *Vysshaya shkola*, 156 p. [in Ukrainian].
- [16] Fajnzil'berg L.S. (2021) *FAZAGRAF® — effektivnaya informacionnaya tekhnologiya obrabotki EKG v zadache skrininga ishemicheskoj bolezni serdca [FASAGRAPH® is an effective information technology for ECG processing in the task of screening for coronary heart disease]* Kremenčug: Ukraine: *Klinicheskaya informatika i telemedicina – Clinical informatics and telemedicine*, T. 6, №7. P. 22–30. [in Ukrainian].

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ ПОКАЗНИКІВ СЕРЦЕВО-СУДИННОЇ СИСТЕМИ ЛЮДИНИ

Трикіло А.І., Багрій В.В., Гулеша О.М., Волошин Р.В.

### Реферат

Серцево-судинні захворювання — це група захворювань серця і кровоносних судин. Причинами серцево-судинних захворювань є порушення діяльності системи серця і кровоносних судин. Прикладами таких захворювань є: ішемічна хвороба серця (інфаркти), цереброваскулярна хвороба (інсульт), підвищений кров'яний тиск (гіпертонія), хвороба периферичних артерій, ревматичний порок серця, вроджений порок серця і серцева недостатність. Це провідна причина смерті в усьому світі: не від якої іншої причини щорічно не помирає стільки людей. За підрахунками, в 2021 році від серцево-судинних захворювань померло 17,3 мільйона чоловік — це становило 30% всіх глобальних випадків смерті. З цих випадків смерті, за оцінками, 7,3 мільйона випадків сталося в результаті ішемічної хвороби серця, а 6,2 мільйони — від інсульту. Більше 75% випадків смерті від серцево-судинних захворювань трапляються в країнах з низьким і середнім рівнем достатку, майже в рівній мірі як серед чоловіків та жінок. Сучасна медицина запевняє, що 80% передчасних інфарктів та інсультів можуть бути попереджені, це пов'язано з своєчасним попередженням початку захворювання.

Нові ІТ технології штучного інтелекту вже змінюють медицину. Оцифрування охорони здоров'я вже не лімітується впровадженням електронних медичних карток та віддаленими консультаціями. Розробляються телемедичні системи які за допомогою тільки смартфона з датками та кишенькового датчика, дозволяють проводити процедуру моніторингу стану серцево-судинної системи в режимі реального часу, транслювати його результати на екран смартфона та монітор сімейного лікаря для оперативного отримання невідкладної поради.

Для здійснення поставленої задачі був виконаний аналіз показників стану серцево-судинної системи людини, наведених у сучасній науковій літературі. Для того щоб оперативно визначити стан серцево-судинної системи людини, були прийняті фізичні показники людини, які змінюються з часом нешвидко: вік людини, довжина тіла, її вага, та функціональні параметри, що змінюються через навколишнє середовище, стрес, напружену монотонну фізичну та розумову працю й емоціональне навантаження, які вимірюються неінвазивними способами: систолічного артеріального тиску, діастолічного артеріального тиску та частоти серцевих скорочень.

Аналіз впливу показників, які кількісно віддзеркалюють рівень функціонального стану організму і його систем, що характеризує його здатність адекватно і впевнено реагувати на комплекс невідповідних факторів при економній витраті функціональних резервів, показав, що вплив на несхожі показники протилежний, і тому іноді деякі висновки про стан організму людини розбіжні. Під час виконання дослідження залежності адаптаційного потенціалу серцево-судинної системи організму людини, показника рівня фізичного стану та загального периферійного опору кровотоку від частоти серцевих скорочень, систолічного та діастолічного артеріального тиску, віку, маса і довжини тіла людини були побудовані поєднані графіки, які наочно відображують їх вплив за величиною і за знаком впливу.

### References

1. Рубан Л.А., Антропометричні та функціональні методи діагностики стану здоров'я: Харків: ХДАФК, 2016. 128 с.
2. Дубчик О.В., Оцінка фізичного стану студентів групи фізичної реабілітації вищих навчальних закладів: Київ: Фізичне виховання, спорт і культура здоров'я у сучасному суспільстві, 2012, № 4. С. 364–368.
3. Баевский Р.М. Оценка и классификация уровней здоровья с точки зрения теории адаптации: Москва: Вестник РАМН, 1989, №8. С. 73–78.
4. Баевский Р.М. Оценка адаптационных возможностей организма и риск развития заболеваний: Москва: Медицина, 1997. 235 с.
5. Землянская Н.А., Яценко С.Г. Адаптационный потенциал и его коррекция у больных гипертонической болезнью на этапе санаторно-курортной реабилитации: Симферополь: Крым-

- ский государственный медицинский университет им. С.И. Георгиевского, г. Симферополь: Український медичний альманах, 2011, Том 14, №4. С. 49–52.
6. Морман Д. Физиология сердечно-сосудистой системы: СПб.: «Питер», 2000. 256 с.
  7. Савицкий, Н.Н. Биофизические основы кровообращения и клинические методы изучения гемодинамики: Москва: Медицина, 1974. 311 с.
  8. Корнацький В.М. Проблеми здоров'я суспільства та продовження життя: Київ: Інститут кардіології ім. М.Д. Стражеска, 2006. 46 с.
  9. Воробьев Л.В. Анализ ЭКГ здорового человека: Кременчуг: 2017. 102 с.
  10. Мурашко В.В., Струтинский А.В. Электрокардиография: Москв.: Медицина, 1991. 288 с.
  11. Кипенский А.В., Шамардина В.Н., Дейнеко Д.М. Электрокардиография: Харьков: Учебно-методическое пособие: НТУ «ХПИ»: 2002. 52 с.
  12. Орлов В.Н. Руководство по электрокардиографии: Москва: ООО «Медицинское информационное агентство», 1997. 528с.
  13. Калиниченко А.Н., Гончаренко Ю.И., Родин А.И. Анализ спектральных параметров variability сердечного ритма в реальном масштабе времени. Биотехнические системы в медицине и биологии: СПб: Политехника, 2002. 238 с.
  14. Иванов Г.Г. Новые методы анализа электрокардиограммы: Москва: Функциональная диагностика, 2008. 260 с.
  15. Омельченко В.А. Основы спектральной теории распознавания сигналов: Киев: Высшая школа, 1983. 156 с.
  16. Файнзильберг Л.С. ФАЗАГРАФ® — эффективная информационная технология обработки ЭКГ в задаче скрининга ишемической болезни сердца: Клиническая информатика и телемедицина. 2010. Т. 6, Вып. 7. С. 22–30.

**In memory of our author Korobochka Alexander Nikolayevich  
(01.01.1953 – 12.02.2022)**



12.02.2022 the rector of the Dnipro State Technical University, Doctor of Technical Sciences, Professor, Academician of the PTN of Ukraine, Honored Worker of Education of Ukraine Alexander Nikolayevich Korobochka, who published his articles in our journal *Mathematical Modeling*, passed away. Alexander Nikolayevich devoted 46 years of his life to the prosperity and development of the Dnipro State Technical University. Alexander Nikolayevich Korobochka was born on January 1, 1953 in Ali Bayramne (Azerbaijan). In 1975 he graduated from the Dneprodzerzhinsk Industrial Institute with a degree in Engineering Technology, Machine Tools and Tools. In 1985 he defended his Ph.D. thesis, in 1996 — a doctoral thesis. He worked as a professor of the Department of

Mechanical Engineering, Dean of the Faculty of Mechanics, Head of the Department of Automobiles, Vice-Rector for Academic Affairs. July 8, 2014 Alexander Nikolayevich was appointed rector of the Dneprodzerzhinsk State Technical University. Alexander Korobochka was the deputy chairman of the expert council of the Higher Attestation Commission on mechanics and transport, a member of the presidium of the scientific and methodological commission. Alexander Korobochka was the deputy chairman of the expert council of the Higher Attestation Commission on mechanics and transport, a member of the presidium of the scientific and methodological commission on engineering mechanics of the Ministry of Education and Science. Under his scientific supervision 7 PhD theses were defended,

In the journal *mathematical modeling* Korobochka A.N. published articles: Mathematical model for the process of eliminating water from mechanical houses, Mathematical modeling of washing solution cleaning process on continuous action oil separators, Comprehensive solution to the problem of rolling stock choice and inventory management, Determination of the optimal composition of physico-mechanical characteristics of medium-carbon steels for car parts.

A.N. Korobochka was a hardworking, generous and sincere person who invited me to work at DSTU and always supported me as the head of the department and as the director of the research center for materials science and innovative technologies.

The editorial board of the journal *Mathematical Modeling* is deeply saddened by this irreparable loss and express our sincere condolences to the family of the deceased. In our memory, Alexander Nikolayevich will forever remain a good friend, a benevolent colleague, a reliable adviser, and a professional in his field. Eternal memory to our colleague and friend.

Editor-in-Chief of journal *Mathematical Modeling*,  
President of the Academy of Sciences of Materials Science and Innovative Technologies,  
Head of the Department of Automotive and Automotive Economy DSTU,  
Doctor of Technical Sciences, Professor Borys SEREDA

## Шановні автори!

Науковий журнал «Математичне моделювання» є періодичним науковим виданням, призначеним для публікації новітніх високоякісних наукових статей за наступними науковими напрямками:

**Розділ 1. Математичне моделювання в природничих науках та інформаційних технологіях.**

**Розділ 2. Моделювання та оптимізація в технології конструкційних матеріалів.**

**Розділ 3. Математичні методи в суспільних та гуманітарних науках.**

Статтю необхідно подавати набраною в редакторі MS Word.

Стаття повинна мати такі необхідні елементи (текст статті розбивається на відповідні розділи із підзаголовками, які виділяються напівжирним шрифтом):

- постановка проблеми,
- аналіз останніх досліджень та публікацій,
- формулювання мети дослідження,
- виклад основного матеріалу,
- висновки.

**Мова статті** – українська, англійська (за вибором автора).

**Обсяг статті** – від п'яти до десяти сторінок тексту.

**Параметри сторінки.** Формат сторінки А4, орієнтування листа – книжне. Поля: верхнє – 3,5 см; нижнє, лівє, правє – 2,5 см. Шриффт Times New Roman – 11 пт, міжрядковий інтервал – одинарний.

**Послідовність розміщення матеріалу статті:** УДК. Ініціали та прізвища авторів, науковий ступінь, звання (посада), контактний e-mail. Місце роботи, місто (у лівому верхньому кутку). Назва статті (напівжирним шрифтом великими буквами). Анотації українською та англійською мовами, ключові слова (курсивом). Текст статті в одну колонку. Список використаної літератури.

**Формули** набираються в редакторі формул — *Microsoft Equation*, шрифтом Times New Roman, курсивом. Прямим шрифтом набираються позначення векторів та матриць, критерії, тригонометричні функції. Параметри розміру шрифту: звичайний символ – 11 пт, крупний індекс – 9 пт, дрібний індекс – 7 пт, крупний символ – 18 пт, дрібний символ – 12 пт. Формули центрують, а ті, на які є посилання — нумеруються. Номери формул вказують у круглих дужках і вирівнюють по правому краю сторінки. Формули великого розміру записуються в кілька рядків.

**Таблиці, рисунки, графіки** мають бути пронумеровані та мати назву. При побудові графіків, таблиць, зображень майте на увазі, що журнал є чорно-білим.

До статті окремими файлами додаються:

- рецензія;
- файл із заповненою анкетною, що містить відомості про авторів;
- файл з рефератом статті англійською (або українською, якщо стаття написана англійською) мовою, який має складатися з назви статті, ПІП авторів, скороченої версії статті обсягом 1800-2300 знаків. Текст реферату повинен містити відомості про актуальність, мету, завдання, висновки, перспективи даного дослідження. Список літератури (References) оформлюється за стандартом APA.

Статті разом із супроводжувальними документами надсилати електронною поштою (**e-mail: matmod@dstu.dp.ua та seredabp@ukr.net**) у вигляді вкладених файлів або приносити особисто відповідальному секретарю за адресою: вул. Дніпробудівська, 2, корпус 5, кімната 17а.

Стаття приймається на розгляд та передається на рецензію тільки за наявності повного пакету документів, підготовлених відповідним чином, та оформлених згідно вимог до статті та супроводжувальних документів.

Редакція залишає за собою право на незначне редагування, зберігаючи при цьому головні результати та авторську стилістику.

Наукове видання

# Математичне моделювання

Науковий журнал

№ 1 (46) 2022

Технічне редагування, коректування, макетування:  
Кравець Л.Ю.

Здано до набору 26.05.2022.  
Підписано до друку 26.05.2022.  
Формат 60×84 1/8.  
Ум.-друк. акр. 17,4. Обл. вид. арк. 9,4.  
Тираж 100 прим. Замовлення № 13/22

Віддруковано у редакційно-видавничому відділі ДДТУ з готового оригінал-макету. Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру видавців серія ДК № 5399 від 26.07.2017.

Адреса редакції:  
51918, Дніпропетровська обл., м. Кам'янське  
вул. Дніпробудівська, 2, корпус 3, каб. 333  
E-mail: matmod@dstu.dp.ua